Mathématiques 9e année

Programme d'études

NOVA SCOTIA
NOUVELLE-ÉCOSSE

2015

Website References

Website references contained within this document are provided solely as a convenience and do not constitute an endorsement by the Department of Education of the content, policies, or products of the referenced website. The department does not control the referenced websites and subsequent links, and is not responsible for the accuracy, legality, or content of those websites. Referenced website content may change without notice.

Regional Education Centres and educators are required under the Department's Public School Programs Network Access and Use Policy to preview and evaluate sites before recommending them for student use. If an outdated or inappropriate site is found, please report it to <curriculum@novascotia.ca>.

Mathématiques 9e année

Préparé par le ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance de la Nouvelle-Écosse

Il s'agit de la version la plus récente du matériel pédagogique actuel utilisé par les enseignants de la Nouvelle-Écosse.

ébauche ébauche
2015 Août

Mathématiques 9^{e} année

Immersion

NOVA SCOTIA
NOUVELLE-ÉCOSSE

PROGRAMME D'ÉTUDES

Mathématiques 9e année Immersion – Version provisoire

Document préparé par le ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance.

Données pour le catalogage

Remerciements

Le ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance tient à remercier les organismes suivants de lui avoir accordé l'autorisation d'adapter leur programme d'études de mathématiques pour l'élaboration du présent guide :

- Ministère de l'Éducation du Manitoba
- Ministère de l'Éducation du Nouveau-Brunswick
- Ministère de l'Éducation de Terre-Neuve-et-Labrador
- Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens (PONC) pour la collaboration en éducation

Nous sommes également reconnaissants aux individus suivants de leur contribution à l'élaboration du programme d'études de mathématiques de 9^{e} année pour la Nouvelle-Écosse :

Daryll Breen
Strait Regional School Board

Bob Crane
Mi'kmaw Kina'matnewey

Paul Dennis
Chignecto Central Regional School Board

Darlene MacKeen Hudson
Chignecto-Central Regional School Board

Trisha Demone
South Shore Regional School Board

Mark MacLeod
South Shore Regional School Board

Sonya O'Sullivan
Halifax Regional School Board

Brad Pemberton
Annapolis Valley Regional School Board

Fred Sullivan
Strait Regional School Board

Marlene Urquhart
Cape Breton-Victoria Regional School Board

Tom Willis
Tri-County Regional School Board

Table des matières

Introduction

Contexte et raison d'être

Le programme d'études de mathématiques s'inspire d'une vision dans laquelle on favorise le développement des connaissances de base des élèves en mathématiques en leur permettant de prolonger et de mettre en application ce qu'ils ont appris et d'apporter leur propre contribution à la vie en société. Il est essentiel que le programme d'études de mathématiques corresponde aux résultats des toutes dernières recherches sur l'enseignement des mathématiques. C'est pourquoi nous avons adopté le cadre commun pour le programme d'études en mathématiques de la maternelle à la 9^{e} année du Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens (PONC), paru en 2006. Ce document constitue la base du nouveau programme d'études de mathématiques en Nouvelle-Écosse.

Il s'agit d'un cadre commun qui a été élaboré par sept ministères de l'Éducation (Alberta, Colombie-Britannique, Manitoba, Territoires du Nord-Ouest, Nunavut, Saskatchewan et Yukon) en collaboration avec des enseignants, des administrateurs, des parents, des représentants du monde des affaires, des éducateurs du postsecondaire et d'autres intervenants. Ce cadre présente des convictions bien particulières concernant les mathématiques, des résultats d'apprentissage généraux et spécifiques pour les élèves et des indicateurs de rendement sur lesquels se sont mises d'accord les sept instances concernées. Les résultats d'apprentissage et les indicateurs ont été adaptés pour la Nouvelle-Écosse. Le présent document se fonde sur des travaux de recherche nationaux et internationaux effectués par le PONC et par le NCTM (National Council of Teachers of Mathematics – conseil national des enseignants de mathématiques des États-Unis).

Dans le programme d'études de la Nouvelle-Écosse, on met l'accent sur un certain nombre de concepts clés à chaque niveau de scolarisation, dans l'optique de susciter une compréhension plus approfondie et de déboucher, à terme, sur de meilleurs résultats pour les élèves. On met également davantage l'accent sur le sens du nombre et sur les concepts relatifs aux opérations lors des premiers niveaux de scolarisation, afin de s'assurer que les élèves disposent de bases solides en mathématiques.

Fonction

Ce document fournit un ensemble de résultats d'apprentissage et d'indicateurs de rendement qui devront être utilisés comme base commune obligatoire pour la définition des attentes du programme d'études de mathématiques. Cette base commune devrait permettre de produire des résultats cohérents chez les élèves en mathématiques en Nouvelle-Écosse. Elle devrait également faciliter la transition pour les élèves qui changent d'établissement dans la province ou qui viennent d'une autre instance ayant adopté le même cadre commun du PONC. Le présent document a pour but de communiquer clairement à l'ensemble des partenaires du système éducatif dans la province les attentes élevées qu'on a pour les élèves dans leur apprentissage des mathématiques.

Conception et volets du programme

Évaluation

Il est essentiel d'effectuer régulièrement une évaluation au service de l'apprentissage afin de garantir l'efficacité de l'enseignement et de l'apprentissage. Les recherches montrent que les techniques d'évaluation au service de l'apprentissage (évaluation formative) permettent de produire des avancées importantes et souvent substantielles dans l'apprentissage, de combler les écarts dans l'apprentissage et de développer la capacité qu'ont les élèves d'apprendre de nouvelles aptitudes (BLACK et WILIAM, 1998; OCDE, 2006). La participation des élèves à l'évaluation favorise l'apprentissage. Avec une rétroaction rapide et efficace de l'enseignant et avec une autoévaluation de l'élève lui-même, ce dernier est en mesure de réfléchir aux concepts et aux idées mathématiques et de formuler sa compréhension de ces concepts et de ces idées.

Dans la salle de classe, l'évaluation comprend les aspects suivants :

- définition claire des buts, des cibles et des résultats d'apprentissage
- présentation d'exemples, de grilles de critères et de modèles permettant de clarifier les résultats d'apprentissage et de mettre en évidence les aspects importants du travail
- suivi des progrès dans la réalisation des résultats d'apprentissage et offre d'une rétroaction au besoin
- autoévaluation encourageante
- efforts pour favoriser la mise en place dans la salle de classe d'un milieu dans lequel on se livre à des conversations sur l'apprentissage, les élèves peuvent vérifier leurs idées et leurs travaux et ils parviennent à une compréhension plus approfondie de leur apprentissage (DAVIES, 2000)

Les techniques d'évaluation au service de l'apprentissage constituent un échafaudage sur lequel s'appuie l'apprentissage, mais la seule manière de mesurer cet apprentissage est de recourir à l'évaluation de l'apprentissage (évaluation sommative). L'évaluation de l'apprentissage permet de faire un suivi des progrès de l'élève, influence le programme d'enseignement et facilite la prise de décisions. Les deux formes d'évaluation sont nécessaires pour guider l'enseignement, favoriser l'apprentissage et susciter des progrès dans les résultats des élèves.

Il faut que l'évaluation de l'apprentissage des élèves comprenne les aspects suivants :

- conformité aux résultats d'apprentissage du programme d'études
- critères de réussite clairement définis
- définition explicite des attentes concernant le travail des élèves
- utilisation de toutes sortes de stratégies et d'outils d'évaluation
- production d'informations utiles servant à orienter l'enseignement

Conversations / rencontres / entretiens

- individuels
- collectifs
- à l’initiative de l’enseignant
- à l’initiative de l’élève

Évaluation équilibrée en mathématiques

Produits / échantillons de travaux

- journaux mathématiques
- portfolios
- dessins, tableaux, graphiques, etc.
- évaluation individuelle et en salle de classe
- tests papier-crayon
- enquêtes
- autoévaluation

Observations

- prévues (formelles)
- imprévues (informelles)
- lecture à voix haute (textes axés sur les mathématiques)
- activités communes et guidées en mathématiques
- tâches
- rencontres individuelles
- notes de type anecdotique
- listes de vérification
- activités interactives

Résultats d’apprentissage

Cadre conceptuel pour les mathématiques de la maternelle à la 9e année

La figure ci-dessous fournit un aperçu de l’influence des processus mathématiques et de la nature des mathématiques sur les résultats d’apprentissage :

Domaine d’études	De la maternelle à la 9e année
Le nombre **Les régularités et les relations** Régularités Variables et équations **La mesure** **La géométrie** Objets 3D et figures 2D Transformations **La statistique et la probabilité** Analyse de données La chance et l’incertitude	**Résultats d’apprentissage généraux** **Résultats d’apprentissage spécifiques** **Indicateurs de rendement**

Nature des mathématiques
Le changement
La constance
Le sens du nombre
Les relations
Les régularités
Le sens de l’espace
L’ incertitude

Processus mathématiques
[C] Communication, [RP] Résolution de problèmes, [L] Liens, [CE] Calcul mental et estimation
[T] Technologie, [V] Visualisation, [R] Raisonnement

(Adapté avec autorisation de Protocole de l’Ouest du Nord canadiens, *Cadre commun des programmes d’études de mathématiques M–9*, p. 5. Tous droits réservés.)

Structure du programme d’études de mathématiques

Domaines d’études

Les résultats d’apprentissage du cadre pour la Nouvelle-Écosse s’organisent selon cinq domaines d’études de la maternelle à la 9e année.

- Le nombre (N)
- Les régularités et les relations (RR)
- La mesure (M)
- La géométrie (G)
- La statistique et la probabilité (SP)

Résultats d'apprentissage généraux (RAG)

Certains domaines sont divisés en sous-domaines. Il y a un résultat d'apprentissage général (RAG) par sous-domaine. Les résultats d'apprentissage généraux sont les énoncés d'ordre général des principaux apprentissages attendus des élèves dans chacun des domaines ou sous-domaines. Le résultat d'apprentissage général demeure le même pour tous les niveaux de M à 9.

LE NOMBRE (N)

RAG : On s'attend à ce que les élèves acquièrent le sens du nombre.

LES RÉGULARITÉS ET LES RELATIONS (RR)

Les régularités
RAG : On s'attend à ce que les élèves sachent décrire le monde et résoudre des problèmes à l'aide des régularités.

Les variables et les équations
RAG : On s'attend à ce que les élèves sachent représenter des expressions algébriques de plusieurs façons.

LA MESURE (M)

RAG : On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes à l'aide de mesures directes et indirectes.

LA GÉOMÉTRIE (G)

Les objets à trois dimensions et les figures à deux dimensions
RAG : On s'attend à ce que les élèves sachent décrire les propriétés d'objets à trois dimensions et de figures à deux dimensions, et analyser les relations qui existent entre elles.

Les transformations
RAG : On s'attend à ce que les élèves sachent décrire et analyser la position et le déplacement d'objets et de figures.

LA STATISTIQUE ET LA PROBABILITÉ (SP)

L'analyse de données
RAG : On s'attend à ce que les élèves sachent recueillir, présenter et analyser des données afin de résoudre des problèmes.

La chance et l'incertitude
RAG : On s'attend à ce que les élèves sachent utiliser des probabilités, expérimentale ou théorique, pour représenter et résoudre des problèmes comportant des incertitudes.

Résultats d’apprentissage spécifiques (RAS) et indicateurs de rendement

Les résultats d’apprentissage spécifiques (RAS) sont des énoncés plus précis des habiletés spécifiques, des connaissances et de la compréhension que les élèves devraient avoir acquises à la fin de chaque niveau scolaire.

Les indicateurs de rendement sont des énoncés qui déterminent si les élèves ont atteint un résultat d’apprentissage spécifique escompté. L’étendue de ces indicateurs se veut représentative de la profondeur et des attentes du résultat d’apprentissage.

Processus mathématiques

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

NOMBRE (N)

N01 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent les puissances avec des bases qui sont des nombres entiers (autres que 0) et des exposants qui sont des nombres entiers :
- en représentant des multiplications répétées à l’aide de puissances;
- en utilisant des régularités pour montrer qu’une puissance avec un exposant 0 est égale à 1;
- en résolvant des problèmes faisant intervenir des puissances.

[C, L, RP, R]

Indicateurs de rendement

N01.01 Montrer les différences entre l’exposant et la base en concevant des modèles donnés de puissances comme 2^3 et 3^2.
N01.02 Expliquer, à l’aide de la multiplication répétée, la différence entre deux puissances données dans lesquelles la base et l’exposant sont intervertis.
N01.03 Exprimer une puissance donnée sous forme de multiplication répétée.
N01.04 Exprimer une multiplication répétée donnée sous forme de puissance.
N01.05 Expliquer le rôle des parenthèses dans l’évaluation d’un ensemble donné de puissances.
N01.06 Démontrer, à l’aide des régularités, que a^0 est égal à 1, pour une valeur donnée de a sachant que $a \neq 0$.
N01.07 Évaluer des puissances données ayant des bases qui sont des nombres entiers (autres que 0) et des exposants qui sont des nombres entiers positifs.

N02 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent les opérations sur les puissances avec des bases qui sont des nombres entiers (autres que 0) et des exposants qui sont des nombres entiers :
- $\left(a^m\right)\left(a^n\right) = a^{m+n}$
- $a^m \div a^n = a^{m-n}$, $m > n$
- $(a^m)^n = a^{mn}$
- $(ab)^m = a^m b^m$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$, $b \neq 0$

[C, L, RP, R, T]

Indicateurs de rendement

N02.01 Expliquer, en utilisant des exemples, les lois des exposants ayant des bases qui sont des nombres entiers (autres que 0) et des exposants qui sont des nombres entiers positifs.
N02.02 Évaluer une expression donnée en appliquant les lois des exposants.
N02.03 Déterminer la somme de deux puissances et prendre en note la marche à suivre.
N02.04 Déterminer la différence entre deux puissances et prendre en note la marche à suivre.
N02.05 Trouver les erreurs dans la simplification d'une expression donnée comportant des puissances.

N03 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les nombres rationnels en comparant et ordonnant des nombres rationnels et en résolvant des problèmes faisant intervenir des opérations arithmétiques sur des nombres rationnels.
[C, L, RP, R, T, V]

Indicateurs de rendement

N03.01 Ordonner un ensemble donné de nombres rationnels, sous forme de fractions et de nombres décimaux, en les plaçant sur une droite numérique.
N03.02 Trouver un nombre rationnel situé entre deux nombres rationnels donnés.
N03.03 Résoudre un problème donné comportant des opérations sur les nombres rationnels, sous forme de fractions et de nombres décimaux.

N04 On s'attend à ce que les élèves expliquent et appliquent la priorité des opérations, y compris pour les exposants, avec et sans la technologie.
[RP, T]

Indicateurs de rendement

N04.01 Résoudre un problème donné à l'aide de la priorité des opérations sans l'aide de la technologie.
N04.02 Résoudre un problème donné à l'aide de la priorité des opérations et de la technologie.
N04.03 Trouver, dans une solution incorrecte donnée, l'erreur faite en appliquant la priorité des opérations.

N05 On s'attend à ce que les élèves déterminent la valeur exacte de la racine carrée de nombres rationnels positifs.
[C, L, RP, R, T]

Indicateurs de rendement

N05.01 Déterminer si un nombre rationnel donné est ou n'est pas un nombre carré et expliquer le raisonnement.
N05.02 Déterminer la racine carrée d'un nombre rationnel positif donné qui est un carré parfait.
N05.03 Trouver l'erreur faite dans le calcul donné d'une racine carrée, p. ex. : un élève pense que 3,2 est la racine carrée de 6,4.
N05.04 Déterminer un nombre rationnel positif à partir de la racine carrée de ce nombre rationnel positif.

N06 On s'attend à ce que les élèves déterminent la valeur approximative de la racine carrée de nombres rationnels positifs.
[C, L, RP, R, T]

Indicateurs de rendement

N06.01 Estimer la racine carrée d'un nombre rationnel donné qui n'est pas un carré parfait en ayant recours à des racines carrées de carrés parfaits comme points de repère.
N06.02 Déterminer approximativement la racine carrée d'un nombre rationnel donné qui n'est pas un carré parfait à l'aide de la technologie, p. ex. une calculatrice ou un ordinateur.
N06.03 Expliquer pourquoi la racine carrée d'un nombre rationnel donné, calculé à l'aide d'une calculatrice, peut être une approximation.
N06.04 Trouver un nombre dont la racine carrée se situe entre deux nombres donnés.

RÉGULARITÉS ET RELATIONS (RR)

RR01 On s'attend à ce que les élèves généralisent une régularité découlant d'un contexte de résolution de problèmes à l'aide d'une équation linéaire et vérifient en faisant des substitutions. [C, L, RP, R, V]

Indicateurs de rendement

RR01.01 Écrire une expression représentant une régularité donnée sous forme imagée, orale ou écrite.
RR01.02 Écrire une équation linéaire pour représenter un contexte donné.
RR01.03 Décrire un contexte pour une équation linéaire donnée.
RR01.04 Résoudre, en utilisant une équation linéaire, un problème donné faisant intervenir des régularités linéaires sous forme imagée, orale ou écrite.
RR01.05 Écrire une équation linéaire représentant la régularité qui se dégage d'une table de valeurs donnée et vérifier cette équation en y substituant des valeurs tirées de cette table.

RR02 On s'attend à ce que les élèves fassent la représentation graphique d'une relation linéaire, analysent la représentation graphique et fassent des interpolations et des extrapolations pour résoudre des problèmes. [C, L, RP, R, T, V]

Indicateurs de rendement

RR02.01 Décrire la régularité dans un graphique donné.
RR02.02 Tracer le graphique d'une relation linéaire donnée, y compris les droites verticales et horizontales.
RR02.03 Apparier des relations linéaires données aux graphiques correspondants.
RR02.04 Prolonger un graphique donné (extrapoler) pour déterminer la valeur d'un élément inconnu.
RR02.05 Interpoler la valeur approximative d'une variable sur un graphique donné à partir d'une valeur donnée pour l'autre variable.
RR02.06 Extrapoler la valeur approximative d'une variable sur un graphique donné à partir d'une valeur donnée pour l'autre variable.
RR02.07 Résoudre un problème donné en traçant le graphique d'une relation linéaire et en l'analysant.

RR03 On s'attend à ce que les élèves modélisent et résolvent des problèmes dans lesquels *a, b, c, d, e* et *f* sont des nombres rationnels, à l'aide d'équations linéaires de la forme

- $ax = b$
- $\frac{x}{a} = c,\ a \neq 0$
- $ax + b = c$

- $\frac{x}{a}+b=c,\ a\neq 0$
- $ax = b + cx$
- $a(x + b) = c$
- $ax + b = cx + d$
- $a(bx + c) = d(ex + f)$
- $\frac{a}{x}=b,\ x\neq 0$

[C, L, RP, V]

Indicateurs de rendement

RR03.01 Résoudre, à l'aide de représentations concrètes ou imagées, une équation linéaire donnée et prendre en note la marche à suivre sous forme symbolique.
RR03.02 Déterminer, à l'aide de la substitution, si un nombre rationnel donné est la solution pour une équation linéaire donnée.
RR03.03 Résoudre une équation linéaire donnée sous forme symbolique.
RR03.04 Trouver et corriger une erreur dans la solution incorrecte donnée d'une équation linéaire.
RR03.05 Représenter un problème donné à l'aide d'une équation linéaire.
RR03.06 Résoudre un problème donné à l'aide d'une équation linéaire et prendre en note la marche à suivre.

RR04 On s'attend à ce que les élèves expliquent et illustrent des stratégies pour résoudre des inéquations linéaires à une seule variable avec des coefficients rationnels dans le cadre de la résolution d'un problème.
[C, L, RP, R, V]

Indicateurs de rendement

RR04.01 Représenter un problème donné par une inéquation linéaire à une variable en utilisant les symboles ≥, >, < ou ≤.
RR04.02 Déterminer si un nombre rationnel donné est l'une des solutions possibles d'une inéquation linéaire donnée.
RR04.03 Énoncer et appliquer une règle générale pour l'addition ou la soustraction d'un nombre positif ou d'un nombre négatif afin de déterminer la solution d'une inéquation donnée.
RR04.04 Énoncer et appliquer une règle générale pour la multiplication ou la division par un nombre positif ou un nombre négatif afin de déterminer la solution d'une inéquation donnée.
RR04.05 Résoudre une inéquation linéaire donnée algébriquement et expliquer la marche à suivre à l'écrit et à l'oral.
RR04.06 Comparer et expliquer la marche à suivre pour résoudre une équation linéaire donnée à la marche à suivre pour résoudre une inéquation linéaire donnée.
RR04.07 Tracer la solution d'une inéquation linéaire donnée sur une droite numérique.
RR04.08 Comparer la solution d'une équation linéaire donnée à la solution d'une inéquation linéaire donnée et expliquer la solution.
RR04.09 Vérifier la solution d'une inéquation linéaire donnée en substituant à la variable différents éléments de l'ensemble-solution.
RR04.10 Résoudre un problème donné faisant intervenir une inégalité linéaire à une variable et tracer le graphique de la solution.

MESURE (M)

M01 On s'attend à ce que les élèves résolvent des problèmes et justifient leur stratégie de résolution en utilisant les propriétés suivantes du cercle :

- **La perpendiculaire partant du centre du cercle coupe la corde en deux parties égales.**
- **L'angle au centre mesure deux fois l'angle inscrit sous-tendu par le même arc.**
- **Les angles inscrits sous-tendus par le même arc sont congruents.**
- **La tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon du cercle au point de tangence.**

[C, L, RP, R, T, V]

Indicateurs de rendement

M01.01 Démontrer les choses suivantes :

- La perpendiculaire passant du centre d'un cercle à une corde est la médiatrice de la corde.
- La mesure de l'angle au centre est égale au double de la mesure de l'angle sous-tendu par le même arc.
- Les angles inscrits sous-tendus par le même arc sont congruents.
- La tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon au point de tangence.

M01.02 Résoudre un problème donné comportant l'application de l'une ou de plusieurs des propriétés du cercle.

M01.03 Déterminer la mesure d'un angle inscrit donné dans un demi-cercle en utilisant les propriétés des cercles.

M01.04 Expliquer la relation entre le centre du cercle, la corde et la médiatrice de la corde.

GÉOMÉTRIE (G)

G01 On s'attend à ce que les élèves déterminent l'aire de la surface d'objets composés à 3D pour résoudre des problèmes.

[C, L, RP, R, V]

Indicateurs de rendement

G01.01 Déterminer l'aire de la surface du chevauchement dans un objet à trois dimensions donné et expliquer son effet sur le calcul de l'aire de la surface (en se limitant aux cylindres droits et aux prismes droits à base rectangulaire ou triangulaire).

G01.02 Déterminer l'aire de la surface d'un objet à trois dimensions concret donné (en se limitant aux cylindres droits et aux prismes droits à base rectangulaire ou triangulaire).

G01.03 Résoudre un problème donné faisant intervenir l'aire de la surface.

G02 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la similarité des polygones.
[C, L, RP, R, V]

Indicateurs de rendement

G02.01 Déterminer si les polygones dans un ensemble donné trié au préalable sont semblables et expliquer le raisonnement.

G02.02 Modéliser et dessiner un polygone semblable à un polygone donné et expliquer pourquoi ils sont semblables.

G02.03 Résoudre un problème donné en utilisant les propriétés des polygones semblables.

G03 On s'attend à ce que les élèves dessinent et interprètent des diagrammes à l'échelle de formes à 2D. [L, R, T, V]

Indicateurs de rendement

G03.01 Trouver un exemple, dans les médias électroniques ou imprimés, de diagramme à l'échelle.
G03.02 Dessiner un diagramme à l'échelle qui représente l'agrandissement ou la réduction d'une figure à deux dimensions donnée.
G03.03 Déterminer le facteur d'échelle pour un diagramme donné dessiné à l'échelle.
G03.04 Déterminer si un diagramme donné est proportionnel à la figure à deux dimensions qu'il représente, et si c'est le cas, indiquer le facteur d'échelle.
G03.05 Résoudre un problème donné faisant intervenir un diagramme à l'échelle en appliquant les propriétés des triangles semblables.

G04 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la symétrie linéaire et la symétrie de rotation.
[C, L, RP, V]

Indicateurs de rendement

G04.01 Classifier un ensemble donné de figures à deux dimensions ou de motifs selon le nombre de lignes de symétrie.
G04.02 Dessiner la deuxième moitié d'une figure à deux dimensions ou d'un motif quand on dispose de la moitié de la figure ou du motif et d'un axe de symétrie.
G04.03 Déterminer si une figure à deux dimensions ou un motif a une symétrie de rotation par rapport à un point au centre de la figure ou du motif, et si oui, trouver l'ordre et l'angle de rotation.
G04.04 Effectuer la rotation d'une figure à deux dimensions autour d'un sommet et dessiner l'image obtenue.
G04.05 Trouver le type de symétrie qui résulte d'une transformation donnée sur un plan cartésien.
G04.06 Compléter, sous forme concrète ou imagée, une transformation donnée de figure à deux dimensions sur un plan cartésien, noter les coordonnées et décrire le type de symétrie qui en résulte.
G04.07 Trouver et décrire les types de symétrie créés dans une œuvre d'art.
G04.08 Déterminer si deux figures à deux dimensions données sur un plan cartésien sont reliées par une symétrie de rotation ou linéaire.
G04.09 Dessiner, sur un plan cartésien, l'image de translation d'une figure à deux dimensions en utilisant une règle de translation donnée telle que D2, H3 ou → →, ↑↑↑; indiquer les sommets et les coordonnées qui leur correspondent et expliquer la raison pour laquelle la translation ne débouche pas sur une symétrie de rotation ou linéaire.
G04.10 Créer ou fournir une œuvre d'art qui présente une symétrie linéaire et une symétrie de rotation et indiquer l'axe (ou les axes) de symétrie, ainsi que l'ordre et l'angle de rotation.

LA STATISTIQUE ET LA PROBABILITÉ (SP)

SP01 On s'attend à ce que les élèves décrivent l'effet sur le rassemblement de données des préjugés, de la langue utilisée, de l'éthique, du cout, du calendrier et de l'heure, des questions de confidentialité et de la sensibilité aux différences culturelles.
[C, L, R, T]

Indicateurs de rendement

SP01.01 Analyser une étude de cas donnée pour un processus de collecte de données et mettre en évidence les problèmes potentiels liés aux préjugés, à la langue utilisée, à l'éthique, au cout, à la confidentialité ou aux différences culturelles.

SP01.02 Fournir des exemples pour montrer que les préjugés, la langue utilisée, l'éthique, le cout, la confidentialité ou les différences culturelles peuvent influencer les données.

SP02 On s'attend à ce que les élèves fassent une sélection et défendent leur choix d'utiliser soit une population soit un échantillon de population pour trouver la réponse à une question.
[C, L, RP, R]

Indicateurs de rendement

SP02.01 Déterminer si une situation donnée représente le choix d'un échantillon ou d'une population.

SP02.02 Fournir un exemple de situation dans laquelle on peut utiliser une population pour répondre à une question et justifier ce choix.

SP02.03 Fournir un exemple de question dans laquelle on fait face à une limite qui empêche d'utiliser une population et décrire la limite.

SP02.04 Trouver et critiquer un exemple donné dans lequel il est possible ou il n'est pas possible d'effectuer une généralisation à partir d'un échantillon de population pour l'ensemble de la population.

SP02.05 Fournir un exemple pour montrer l'importance de la taille de l'échantillon quand on interprète des données.

SP03 On s'attend à ce que les élèves élaborent et mettent en œuvre un plan de projet pour rassembler, représenter graphiquement et analyser des données :
- **formuler une question à explorer;**
- **choisir une méthode de rassemblement de données qui tient compte de considérations sociales;**
- **choisir une population ou un échantillon;**
- **rassembler les données;**
- **représenter graphiquement les données rassemblées sous une forme appropriée;**
- **tirer des conclusions pour répondre à la question.**

[C, RP, R, T, V]

Indicateurs de rendement

SP03.01 Créer une grille pour évaluer un projet qui inclut :
- l'évaluation d'une question d'enquête;
- le choix d'une méthode de rassemblement de données qui inclut des considérations sociales;
- la sélection d'une population ou d'un échantillon et la justification de ce choix;
- la présentation des données rassemblées;
- les conclusions pour répondre à la question.

SP03.02 Préparer un plan de projet qui décrite
- une question d'enquête;
- la méthode de rassemblement de données qui inclut des considérations sociales;
- la méthode de sélection d'une population ou d'un échantillon et la justification de ce choix;
- la méthode de présentation et d'analyse des données.

SP03.03 Faire le projet conformément au plan, tirer des conclusions et présenter les résultats à un auditoire.

SP03.04 Faire une autoévaluation du projet à l'aide de la grille.

SP04 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent le rôle des probabilités dans la société.
[C, L, R, T]

Indicateurs de rendement

SP04.01 Fournir un exemple tiré des médias imprimés et électroniques dans lequel on utilise la probabilité.

SP04.02 Indiquer les hypothèses associées à une probabilité donnée et expliquer les limites de chaque hypothèse.

SP04.03 Expliquer qu’on peut utiliser la même probabilité pour défendre des positions contradictoires.

SP04.04 Expliquer, à l’aide d’exemples, que les décisions peuvent se fonder sur une combinaison de probabilité théorique, de probabilité expérimentale et de jugement subjectif.

Processus mathématiques

Dans un programme de mathématiques, il y a des éléments auxquels les élèves doivent absolument être exposés pour être en mesure d'atteindre les objectifs de ce programme et acquérir le désir de poursuivre leur apprentissage des mathématiques pendant le reste de leur vie.

On s'attend à ce que les élèves :

- communiquent pour apprendre des concepts et pour exprimer leur compréhension (Communication [C])
- développent de nouvelles connaissances en mathématiques et les appliquent pour résoudre des problèmes (Résolution de problèmes [RP])
- établissent des liens entre des idées et des concepts mathématiques, des expériences de la vie de tous les jours et d'autres disciplines (Liens [L])
- démontrent une habileté en calcul mental et en estimation (Calcul mental et estimation [CE])
- choisissent et utilisent des outils technologiques pour apprendre et pour résoudre des problèmes (Technologie [T])
- développent des habiletés en visualisation pour faciliter le traitement d'informations, l'établissement de liens et la résolution de problèmes (Visualisation [V])
- développent le raisonnement mathématique (Raisonnement [R])

Ces sept processus mathématiques interdépendants font partie du *Programme d'études de mathématiques*. Ils devraient s'incorporer à l'enseignement et à l'apprentissage. Chaque processus est représenté par une lettre tel qu'indiqué dans l'encadré suivant :

Les clés des processus

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

La communication [C]

Les élèves doivent avoir des occasions de lire et d'écrire de courts textes au sujet de notions mathématiques, d'en représenter, d'en voir, d'en parler, d'en entendre parler et d'en discuter en français. Cela favorise chez eux la création de liens entre la langue et leurs idées, et entre le langage formel et les symboles mathématiques.

La communication joue un rôle important dans l'éclaircissement, l'approfondissement et la rectification d'idées, d'attitudes et de croyances relatives aux mathématiques. L'utilisation d'une variété de formes de communication par les élèves ainsi que le recours à la terminologie mathématique doivent être encouragés tout au long de leur apprentissage des mathématiques.

Les élèves doivent être capables de communiquer des idées mathématiques de plusieurs façons et dans des contextes variés. La communication aidera les élèves à établir des liens entre les représentations concrètes, imagées, symboliques, orales, écrites et mentales de concepts mathématiques. Les élèves doivent communiquer quotidiennement leurs apprentissages en mathématiques. Ce qui leur permet de réfléchir, de valider et de clarifier leurs pensées et permet aux enseignants d'examiner avec perspicacité comment les élèves interprètent les idées mathématiques.

La résolution de problèmes [RP]

À tous les niveaux, l'apprentissage des mathématiques devrait être centré sur la résolution de problèmes. Lorsque des élèves font face à des situations nouvelles et répondent à des questions telles que *« Comment devriez-vous...? »* ou *« Comment pourriez-vous...? »*, le processus de résolution de problèmes est enclenché. Les élèves peuvent développer leurs stratégies personnelles de résolution de problèmes en demeurant ouverts aux suggestions, en discutant et en testant différentes stratégies.

Pour qu'une activité soit basée sur la résolution de problèmes, il faut demander aux élèves de trouver une façon d'utiliser leurs connaissances antérieures pour arriver à la solution recherchée. Si on a déjà donné aux élèves des façons de résoudre le problème, il ne s'agit plus d'un problème, mais d'un exercice. Un vrai problème exige que les élèves utilisent leurs connaissances antérieures d'une façon différente et dans un nouveau contexte. La résolution de problèmes est donc une activité qui amène une profonde compréhension des concepts et un engagement de l'élève. Celui-ci doit donc développer cette compréhension et démontrer son engagement, sa persévérance et sa collaboration.

La résolution de problèmes est un outil pédagogique puissant, qui encourage l'élaboration de multiples solutions créatives et novatrices. Par ailleurs, un environnement dans lequel les élèves se sentent libres de rechercher ouvertement différentes stratégies contribue au fondement de leur confiance en eux-mêmes et les encourage à prendre des risques.

L'exposition à une grande variété de problèmes dans tous les domaines mathématiques permet aux élèves d'explorer diverses méthodes de résolution et de vérification de problèmes. En outre, ils sont mis au défi de trouver des solutions aux problèmes multiples et de créer leurs propres problèmes.

Les liens [L]

La mise en contexte et l'établissement de liens avec les expériences de l'apprenant jouent un rôle important dans le développement de leur compréhension des mathématiques. Cela peut être particulièrement vrai pour les apprenants des Premières nations, des Métis et des Inuits. Lorsque des liens sont créés entre des idées mathématiques ou entre ces idées et des phénomènes concrets, les élèves peuvent constater que les mathématiques sont utiles, pertinentes et intégrées.

L'apprentissage des mathématiques en contexte et l'établissement de liens pertinents à l'apprenant peuvent valider des expériences antérieures et accroître la volonté de l'élève à participer et à s'engager activement.

Le cerveau recherche et établit sans cesse des liens et des relations, et : « *Étant donné que l'apprenant est constamment à la recherche de liens, et ce, à plusieurs niveaux, ses enseignants doivent orchestrer des expériences desquelles l'apprenant tirera une compréhension. Les recherches sur le cerveau ont déjà démontré que des expériences multiples, complexes et concrètes, sont essentielles à un apprentissage et à un enseignement constructifs.* » (CAINE et CAINE, 1991, p. 5 [traduction])

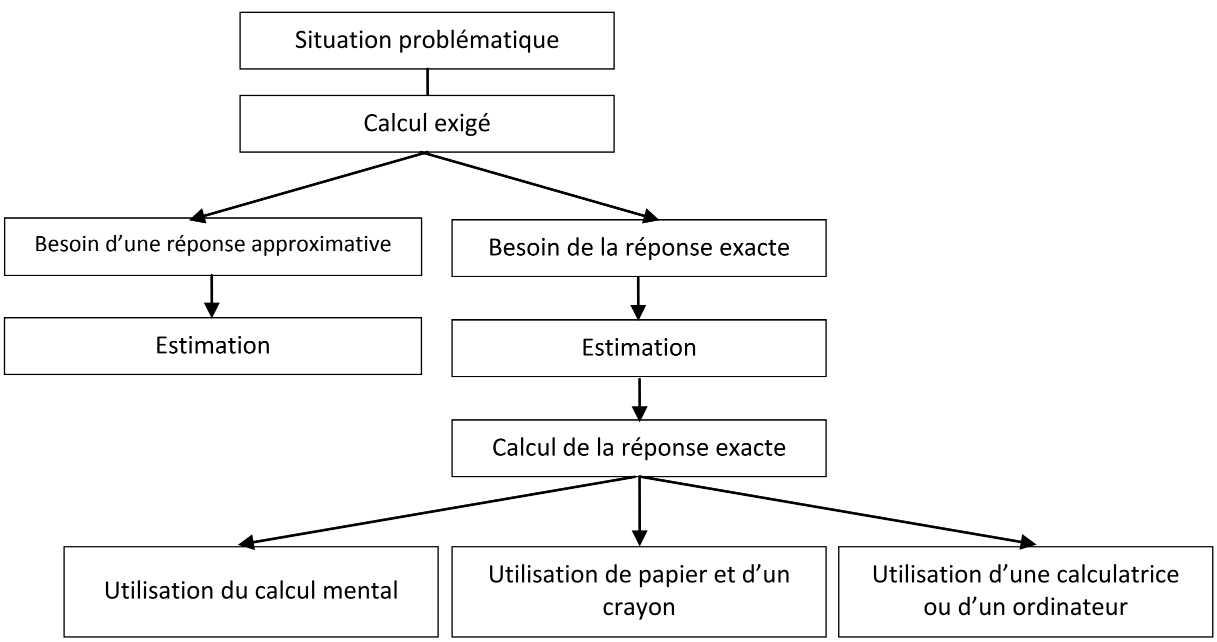
Le calcul mental et l'estimation [CE]

Le calcul mental combine plusieurs stratégies cognitives renforçant la souplesse de la réflexion et le sens du nombre. Il consiste à faire des calculs dans sa tête sans avoir recours à un support externe. Le calcul mental permet aux élèves de trouver des réponses sans avoir à se servir de papier et d'un crayon. Il les aide à maitriser les calculs en renforçant leur efficacité, leur exactitude et leur souplesse. « Ce qui est encore plus important que l'exécution des procédures de calcul ou l'utilisation d'une calculatrice, c'est le besoin qu'ont les élèves — aujourd'hui plus que jamais — d'être plus à l'aise dans les estimations et le calcul mental. » (NCTM, mai 2005)

Les élèves qui maitrisent le calcul mental « sont libérés de leur dépendance vis-à-vis de la calculatrice, prennent de l'assurance en mathématiques, acquièrent une plus grande souplesse dans la réflexion et arrivent mieux à utiliser de multiples méthodes pour résoudre les problèmes » (RUBENSTEIN, 2001). Le calcul mental « est la pierre angulaire de tous les processus d'estimation, car il offre divers algorithmes et techniques non standards pour trouver les réponses » (HOPE, 1988, p. v)

L'estimation est une stratégie permettant de déterminer approximativement la valeur ou la quantité recherchée, généralement en se référant à des données de départ ou à des repères, ou encore de déterminer dans quelle mesure les valeurs qu'on a calculées sont raisonnables. Il faut que les élèves sachent quelle stratégie utiliser pour faire des estimations, quand l'utiliser et comment. On se sert de l'estimation pour porter des jugements mathématiques et pour acquérir des stratégies utiles et efficaces permettant de gérer les situations de la vie quotidienne.

Tant pour le calcul mental que pour les estimations, il faut que les élèves acquièrent leurs compétences en contexte et non de façon isolée, pour qu'ils sachent les mettre en application pour résoudre des problèmes. Chaque fois qu'un problème exige un calcul, il faut que l'élève suive le processus de prise de décisions illustré ci-dessous.



Pour être capable de faire des estimations, il faut avoir de bonnes bases en calcul mental. Les deux sont nécessaires dans bon nombre d'activités de la vie quotidienne et il convient d'offrir fréquemment aux élèves des occasions de s'entrainer à appliquer ces compétences.

La technologie [T]

La technologie contribue à l'apprentissage d'une gamme étendue de résultats d'apprentissage et permet aux élèves d'explorer et de créer des régularités, d'étudier des relations, de tester des conjectures et de résoudre des problèmes.

À l'aide de la technologie, les élèves peuvent :

- explorer et démontrer des relations et des régularités mathématiques
- organiser et présenter des données
- faire des extrapolations et des interpolations
- faciliter des calculs dans le contexte de la résolution de problèmes
- réduire le temps consacré à de longs calculs lorsque d'autres apprentissages ont la priorité
- approfondir leur connaissance des opérations de base
- développer leurs propres algorithmes de calcul
- créer des régularités géométriques
- simuler des situations
- développer leur sens des nombres

L'usage des calculatrices est recommandé pour améliorer la résolution de problèmes, encourager la découverte des régularités dans les nombres et consolider la compréhension conceptuelle des relations numériques. Cependant, elles ne remplacent pas l'acquisition des concepts et des habiletés. Le choix judicieux des logiciels peut offrir des situations intéressantes de résolution de problèmes et des applications.

La technologie contribue à un environnement d'apprentissage propice à la curiosité grandissante des élèves, qui peut les mener à de belles découvertes en mathématiques, et ce, à tous les niveaux. Bien que la technologie soit recommandée, de la maternelle à la troisième année, pour enrichir l'apprentissage, on s'attend à ce que les élèves réalisent les résultats d'apprentissage sans l'usage de cette technologie.

La visualisation [V]

La visualisation « *met en jeu la capacité de penser en images, de percevoir, de transformer et de recréer différents aspects du monde visuel et spatial.* » (ARMSTRONG, 1993, p. 10 [Traduction]) Le recours à la visualisation dans l'étude des mathématiques facilite la compréhension de concepts mathématiques et l'établissement de liens entre eux.

Les images et le raisonnement par l'image jouent un rôle important dans le développement du sens du nombre, du sens de l'espace et du sens de la mesure.

La visualisation du nombre a lieu quand les élèves créent des représentations mentales des nombres. La capacité de créer, d'interpréter et de décrire une représentation visuelle fait partie du sens spatial ainsi que du raisonnement spatial. La visualisation et le raisonnement spatial permettent aux élèves de décrire les relations parmi et entre des objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions. « *Le développement du sens de la mesure va au-delà de l'acquisition d'habiletés spécifiques en matière de mesurage. Le sens de la mesure inclut l'habileté de juger quand il est nécessaire de prendre des mesures et quand il est approprié de faire des estimations ainsi que la connaissance de plusieurs stratégies d'estimation.* » (SHAW et CLIATT, 1989 [Traduction])

L'utilisation du matériel concret, de la technologie et d'une variété de représentations visuelles contribue au développement de la visualisation.

Le raisonnement [R]

Le raisonnement aide les élèves à penser de façon logique et à saisir le sens des mathématiques. Les élèves doivent développer de la confiance dans leurs habiletés à raisonner et à justifier leurs raisonnements mathématiques. Le défi relié aux questions d'un niveau plus élevé incite les élèves à penser et à développer leur curiosité envers les mathématiques.

Que ce soit dans une salle de classe ou non, des expériences mathématiques fournissent des occasions propices aux élèves pour développer leur habileté à raisonner. Les élèves peuvent expérimenter et noter des résultats, analyser leurs observations, faire et vérifier des généralisations à partir de régularités. Les élèves peuvent arriver à de nouvelles conclusions en construisant sur ce qui est déjà connu ou supposé être vrai.

Les habiletés de raisonnement permettent aux élèves d'utiliser un processus logique pour analyser un problème pour arriver à une conclusion et pour justifier ou pour défendre cette conclusion.

Nature des mathématiques

Les mathématiques font partie des outils qui contribuent à la compréhension, à l'interprétation et à la description du monde dans lequel nous vivons. La définition de la nature des mathématiques comporte plusieurs éléments, auxquels on fera référence d'un bout à l'autre du présent document. Ces éléments incluent le changement, la constance, le sens du nombre, les régularités, les relations, le sens de l'espace et l'incertitude.

Le changement

Il est important que les élèves se rendent compte que les mathématiques sont en état d'évolution constante et ne sont pas statiques. Ainsi, le fait de reconnaître le changement constitue un élément clé de la compréhension et de l'apprentissage des mathématiques.

« *En mathématiques, les élèves sont exposés à des modalités de changement et ils devront tenter d'en fournir des explications. Pour faire des prédictions, les élèves doivent décrire et quantifier leurs observations, y rechercher des régularités, et décrire les quantités qui restent invariables et celles qui varient. Par exemple, la suite 4, 6, 8, 10, 12, … peut être décrite de différentes façons, y compris les suivantes :*

- *le nombre de perles d'une couleur spécifique dans chaque rangée d'une broderie perlée*
- *compter par sauts de 2, à partir de 4*
- *une suite arithmétique, avec 4 comme premier terme, et une raison arithmétique de 2*
- *une fonction linéaire ayant un domaine discret* »

(STEEN, 1990, p. 184 [Traduction])

La constance

« *La constance peut être décrite de bien des façons, soit en termes de stabilité, de conservation, d'équilibre, d'états stationnaires et de symétrie.* »(AAAS – Benchmarks, 1993, p. 270 [Traduction])

Les mathématiques, comme toutes les sciences, ont pour objets des phénomènes qui demeurent stables, inchangés (autrement dit, *constants*), quelles que soient les conditions externes dans lesquelles ils sont testés. En voici quelques exemples :

- Le rapport entre la circonférence et le diamètre d'un tipi est le même peu importe la longueur des poteaux.
- Pour tout triangle, la somme des angles intérieurs de ce triangle est toujours égale à 180°.
- La probabilité théorique d'obtenir le côté face après avoir lancé une pièce de monnaie est de 0,5.

Le sens du nombre

« *Le sens du nombre, dont certains pourraient dire qu'il s'agit d'une simple intuition, constitue la base la plus fondamentale de la numératie.* » (MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE LA COLOMBIE-BRITANNIQUE, 2000, p. 146 [Traduction]). Un sens véritable du nombre va bien au-delà de l'habileté à savoir compter, à mémoriser des faits et à appliquer de façon procédurale des algorithmes en situation. La maîtrise des faits devrait être acquise par l'élève en développant leur sens du nombre. La maîtrise des faits facilite les calculs plus complexes, mais ne devrait pas être atteinte au dépend de la compréhension du sens du nombre. Le développement du sens du nombre chez l'élève se fait à partir de l'établissement de liens entre les nombres et son propre vécu ainsi qu'en ayant recours à des repères et à des référents. Ce qui en résulte, c'est un élève qui possède un raisonnement de calcul fluide, qui développe de la souplesse avec les nombres et qui, en fin de compte, développe une intuition du nombre. L'évolution du sens du nombre est généralement un dérivé de l'apprentissage plutôt que le résultat d'un enseignement direct. Cependant, l'élève développe le sens du nombre en réalisant des tâches mathématiques significatives où il leur est possible d'établir des liens avec leurs expériences individuelles et leurs apprentissages antérieurs.

Les relations

Les mathématiques sont un outil pour exprimer des faits naturels étroitement liés dans une perception globale du monde. Les mathématiques sont utilisées pour décrire et expliquer des relations. La recherche de relations au sein des nombres, des ensembles, des figures et des objets fait partie de l'étude des mathématiques. Cette recherche de relations possibles nécessite la collection et l'analyse de données numériques ainsi que la description de relations, de façon imagée, symbolique, orale ou écrite.

Les régularités

Les mathématiques traitent de la reconnaissance, de la description et de la manipulation de régularités numériques et non numériques. Les régularités figurent dans tous les domaines. C'est en travaillant avec des régularités que les élèves établissent des liens à l'intérieur et au-delà des mathématiques. Ces habiletés contribuent à la fois aux interactions des élèves avec leur environnement et à la compréhension qui en découle. Les régularités peuvent être représentées de façon concrète, visuelle ou symbolique. Les élèves devraient développer une facilité de passer d'une représentation à une autre. Les élèves doivent apprendre à reconnaître, prolonger, créer et utiliser des régularités mathématiques. Les régularités permettent aux élèves de faire des prédictions et de justifier leur raisonnement dans la résolution de problèmes routiniers et non routiniers. C'est en apprenant à travailler avec les régularités dès leurs premières années que les élèves développent leur pensée algébrique, élément fondamental des mathématiques plus abstraites des années à venir.

Le sens spatial

Le sens spatial comprend la visualisation, l'imagerie mentale et le raisonnement spatial. Ces habiletés jouent un rôle crucial dans la compréhension des mathématiques. Le sens spatial se développe par le biais d'expériences variées et d'interactions des élèves avec leur environnement. Il contribue à la capacité des élèves de résoudre des problèmes comprenant des objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions. Le sens spatial est un moyen d'interpréter l'environnement physique ainsi que les objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions et d'y réfléchir. Il y a des problèmes qui exigent l'établissement de liens entre des nombres et des unités de mesure, et les dimensions de certains objets. Le sens spatial permet aux élèves de prédire les effets qu'aura la modification de ces dimensions, ex. : en doublant la longueur du côté d'un carré, on augmente son aire selon un facteur de quatre. En bref, le sens spatial leur permet de créer leurs propres représentations des formes et des objets et de les communiquer aux autres.

L'incertitude

En mathématiques, les interprétations de données et les prédictions basées sur des données peuvent manquer de certitude. Certains évènements et expériences génèrent des ensembles de données statistiques qui peuvent être utilisés pour faire des prédictions. Il est important de reconnaître que les prédictions (interpolations et extrapolations) basées sur ces régularités comportent nécessairement un certain degré d'incertitude. La qualité d'une interprétation est directement reliée à la qualité des données. Les élèves qui ont conscience de l'incertitude sont en mesure d'interpréter des données et d'en évaluer la fiabilité. La chance renvoie à la prévisibilité d'un résultat donné. Au fur et à mesure que les élèves développent leur compréhension de la probabilité, le langage mathématique gagne en spécificité et permet de décrire le degré d'incertitude de façon plus précise.

Format du programme

Ce guide présente le programme d'études de mathématiques sous un format permettant à l'enseignant de voir facilement la portée des résultats d'apprentissage que les élèves sont censés atteindre pendant l'année. On encourage les enseignants, cependant, à tenir compte de ce qui vient avant et de ce qui vient ensuite, afin de mieux comprendre la place qu'occupe l'apprentissage de l'élève à un niveau de scolarisation particulier dans le cadre plus général du développement des concepts et des compétences.

L'ordre de présentation dans le document ne fait aucune supposition et n'impose aucune restriction concernant l'ordre de présentation dans la salle de classe. Il présente simplement les résultats d'apprentissage spécifiques dans le cadre des résultats d'apprentissage généraux du programme (RAG).

Le pied de page indique le nom du cours et le domaine d'études figure en entête. Lorsqu'on introduit un résultat d'apprentissage spécifique (RAS) donné, il s'accompagne des processus mathématiques et des indicateurs de rendement correspondants. On présente ensuite la portée et l'ordre, qui permettent de mettre le RAS en rapport avec les RAS du niveau de scolarisation précédent et du niveau de scolarisation suivant. Pour chaque RAS, on fournit également des informations contextuelles, des stratégies d'évaluation, des suggestions de stratégies d'enseignement, des suggestions de modèles et d'un matériel de manipulation, le langage mathématique et une section pour les ressources et les notes.

Dans chaque section, il convient d'utiliser les questions pour guider la réflexion pour faciliter la préparation de l'unité et de la leçon.

Stratégies d'évaluation

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles sont les méthodes et activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Que devrai-je faire pour assurer la concordance entre mes stratégies d'évaluation et mes stratégies d'enseignement?

Suivi sur l'évaluation

Il convient de définir l'enseignement en fonction des données rassemblées sur l'apprentissage à partir de la participation et des travaux des élèves.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?
- Donnez des exemples d'observations qu'on peut faire en temps voulu à l'intention des élèves.

Planification de l'enseignement

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Est-ce que la leçon concorde avec mon plan pour l'année ou le module?
- Comment incorporer les processus indiqués pour ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et expériences d'apprentissage devrais-je proposer pour favoriser la réalisation des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources didactiques devrais-je utiliser?
- Comment devrais-je m'y prendre pour répondre aux besoins des élèves dans toute leur diversité?

RAS		
Processus Mathématiques		
[C] Communication	**[T]** Technologie	**[V]** Visualisation
[CM] Calcul mental et estimations		**[L]** Liens
[RP] Résolution de problèmes		**[R]** Raisonnement

Indicateurs de rendement

Décrivez les indicateurs permettant d'observer les élèves pour voir s'ils sont parvenus au résultat d'apprentissage spécifique souhaité.

Portée et séquence

RAS du niveau scolaire ou cours précédent
RAS du niveau scolaire actuel
RAS du niveau scolaire ou cours suivant

Contexte

Décrivez les « grandes idées » à dégager et leurs liens avec le travail effectué au niveau scolaire précédent ou dans les cours suivants.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES
Exemples de tâches qu'on peut utiliser pour déterminer les connaissances préalablement acquises par les élèves.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES
Suggestions d'activités et de questions spécifiques qu'on peut utiliser tant pour l'enseignement que pour l'évaluation.

Suivi sur l'évaluation

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Stratégies suggérées pour la planification des leçons au quotidien.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

Suggestions d'approches et de stratégies générales pour l'enseignement de ce résultat d'apprentissage.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Terminologie mathématique pour l'enseignant et pour l'élève liée au résultat d'apprentissage.

Ressources/Notes

Contextes d’apprentissage et d’enseignement

Convictions concernant les élèves et l’apprentissage des mathématiques

« Il faut que les élèves apprennent les mathématiques avec une bonne compréhension, en cherchant délibérément à s’appuyer sur leur expérience et leurs acquis antérieurs pour développer leurs nouvelles connaissances. » (NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS, 2000, p. 20)

Le programme d’études de mathématiques de la Nouvelle-Écosse se fonde sur plusieurs présupposés ou convictions concernant l’apprentissage des mathématiques, qui découlent des travaux de recherche et de la pratique de l’enseignement. Ces convictions sont les suivantes :

- L’apprentissage des mathématiques est un processus actif et constructif.
- Le meilleur apprentissage se fait quand on définit clairement les attentes et qu’on offre un processus continu d’évaluation et de rétroaction.
- Les apprenants sont des individus qui ont un bagage consistant en toutes sortes de connaissances et d’expériences acquises antérieurement et qui effectuent leur apprentissage selon divers styles et à diverses cadences.
- Pour qu’il y ait un véritable apprentissage, il faut offrir des contextes pertinents et un milieu encourageant l’exploration, la prise de risques et la réflexion critique et favorisant les attitudes positives et les efforts soutenus.

Les élèves sont des apprenants curieux et actifs qui ont chacun leurs propres centres d’intérêt, aptitudes et besoins. À leur arrivée en classe, ils ont un bagage consistant en diverses connaissances, expériences vécues et valeurs culturelles. Pour bien développer la maitrise des mathématiques, il est essentiel d’établir des liens avec ces expériences et ces valeurs.

Les élèves acquièrent diverses idées mathématiques avant le début de leur scolarité. Les enfants cherchent à comprendre leur milieu en se livrant à des observations et à des interactions à la maison et dans la communauté. L’apprentissage des mathématiques est enchâssé dans les activités du quotidien : jeux, lecture, narration, corvées domestiques, etc. Ces activités peuvent contribuer à l’acquisition du sens du nombre et de l’espace chez l’enfant. On favorise chez l’enfant la curiosité vis-à-vis des mathématiques en le faisant se livrer à des activités comme la comparaison de quantités, la recherche de régularités, le tri d’objets, la mise en ordre d’objets, la création de structures, la construction avec des blocs et la discussion sur toutes ces activités. Il est tout aussi crucial, pour le développement de l’enfant, qu’il ait de bonnes expériences à un jeune âge en mathématiques que dans l’acquisition du langage.

Pour que les élèves apprennent bien, il faut qu’ils trouvent un sens à ce qu’ils font et il faut qu’ils passent par leur propre processus de construction du sens en mathématiques. Les meilleures conditions pour la construction de ce sens consistent à exposer les apprenants à des expériences allant du plus simple au plus complexe et du plus concret au plus abstrait. L’utilisation de modèles et de diverses méthodes pédagogiques permet de tenir compte de la diversité des styles d’apprentissage et des stades de développement des élèves et favorise chez eux l’acquisition durable des concepts mathématiques, qu’ils sauront transposer dans d’autres situations. Il est utile, à tous les niveaux, de permettre aux élèves de travailler avec toute une panoplie d’outils et d’un matériel et dans toutes sortes de contextes lorsqu’ils se livrent à ce processus de construction du sens en mathématiques. Il faut leur proposer des discussions pertinentes, qui leur permettront d’établir des liens essentiels entre les différentes représentations des mathématiques (matériel concret, images, contextes, symboles).

Il convient de proposer un milieu d'apprentissage dans lequel on respecte et on valorise toutes les expériences des élèves et toutes leurs façons de penser, pour qu'ils se sentent à l'aise quand il s'agit de prendre des risques sur le plan intellectuel, de poser des questions et de faire des hypothèses. Il faut que les élèves explorent des situations de résolution de problèmes pour acquérir leurs propres stratégies et maitriser les mathématiques. Il faut que les apprenants prennent conscience du fait qu'il est acceptable de résoudre les problèmes de différentes manières et que les solutions peuvent varier d'un apprenant à l'autre.

Buts de l'enseignement des mathématiques

Les principaux buts de l'enseignement de mathématiques sont de préparer les élèves

- à être à l'aise quand il s'agit d'utiliser les mathématiques pour résoudre des problèmes
- à communiquer et à raisonner en mathématiques
- à apprécier les mathématiques et à en reconnaitre la valeur
- à établir des liens entre les mathématiques et leurs applications
- à devenir des adultes compétents en mathématiques, qui utilisent les mathématiques dans leur contribution à la vie en société

Les élèves qui parviendront à ces buts

- comprendront et sauront apprécier la contribution des mathématiques en tant que science, philosophie et forme d'art
- manifesteront une attitude positive vis-à-vis des mathématiques
- se livreront à des tâches et à des projets mathématiques et sauront persévérer
- apporteront leur contribution aux discussions mathématiques
- sauront prendre des risques lors de l'exécution de tâches mathématiques
- feront preuve de curiosité vis-à-vis des mathématiques et des situations faisant intervenir les mathématiques

Occasions de connaitre la réussite

Le fait d'avoir une attitude positive a un profond impact sur l'apprentissage. Lorsqu'on propose aux élèves un milieu dans lequel ils ont le sentiment d'avoir leur place, qui les encourage à prendre des risques et qui leur donne des occasions de connaitre la réussite, cela les aide à adopter une attitude positive et à prendre de l'assurance. Lorsque les élèves ont une attitude positive vis-à-vis des mathématiques, ils seront généralement plus motivés, mieux préparés à apprendre, plus disposés à participer aux activités en classe, mieux aptes à persévérer dans les situations difficiles et capables de se livrer à une réflexion sur leur apprentissage.

Pour que les élèves connaissent la réussite, il est indispensable de leur apprendre à se fixer des buts réalisables ou à évaluer leurs progrès dans la réalisation de ces buts. Les efforts en vue de connaitre la réussite et de devenir des apprenants autonomes et responsables sont des processus continus et axés sur la réflexion dans lesquels les élèves réexaminent leurs buts personnels.

Motivation de tous les apprenants

« Quelle que soit la définition de la motivation que vous utilisez ou la dimension que vous envisagez, les recherches confirment le truisme suivant dans le domaine éducatif : *plus on est motivé, plus on apprend*. » (HUME, 2011, p. 6)

La motivation des élèves est au cœur même de l’apprentissage. Il est crucial que les enseignants en tiennent compte lorsqu’ils préparent et mettent en œuvre leur enseignement. Pour que l’enseignement soit efficace, il faut qu’il motive tous les apprenants, qu’il les accepte dans toute leur diversité et qu’il leur apporte à tous un appui, avec tout un éventail d’activités d’apprentissage. Le présent programme d’études est conçu de façon à offrir des possibilités d’apprentissage axées sur des pratiques d’enseignement et d’évaluation qui tiennent compte des différences culturelles, qui sont équitables et accessibles et qui favorisent l’intégration des multiples facettes de la diversité telle qu’elle se manifeste dans la salle de classe aujourd’hui.

Les élèves sont motivés par l’apprentissage quand on leur offre des occasions de s’investir davantage dans cet apprentissage. Lorsque l’enseignant connait bien ses élèves individuellement en tant qu’apprenants et en tant qu’individus, ceux-ci ont plus de chances d’être motivés par l’apprentissage, de participer aux activités dans la salle de classe, de persévérer dans les situations difficiles et de se livrer à un travail de réflexion sur leur apprentissage. Les élèves se sentent souvent plus motivés quand l’enseignant montre qu’il est fermement convaincu que chaque élève a le potentiel de connaitre la réussite dans son apprentissage.

DES MILIEUX D’APPRENTISSAGE DANS LESQUELS LES ÉLÈVES SE SENTENT SOUTENUS

Lorsque le milieu d’apprentissage est positif et que les élèves s’y sentent soutenus, cela a un profond impact sur l’apprentissage. Lorsque les élèves ont le sentiment d’avoir leur place dans la salle de classe, qu’on les y encourage à participer, qu’on leur propose des défis sans que cela débouche sur de la contrariété et qu’ils se sentent en sécurité et soutenus dans la prise de risques, ils ont de meilleures chances de connaitre la réussite. On sait que les élèves ne progresseront pas tous à la même cadence et ne se situent pas tous au même niveau pour ce qui est de leurs acquis antérieurs et de leurs compétences vis-à-vis de concepts ou de résultats d’apprentissage spécifiques. L’enseignant offre à l’ensemble des élèves un accès équitable à l’apprentissage, en incorporant diverses méthodes d’enseignement et activités d’évaluation qui tiennent compte de l’ensemble des élèves et sont conformes aux principes fondamentaux suivants :

- Il faut que l’enseignement soit souple et offre de multiples modes de représentation.
- Il faut que les élèves aient l’occasion d’exprimer leur savoir et leur compréhension de multiples manières.
- Il faut que l’enseignant offre aux élèves des occasions de s’investir dans leur apprentissage de multiples manières.

Lorsque l’enseignant connait bien ses élèves, il prend conscience de leurs différences individuelles sur le plan de l’apprentissage et incorpore cette conscience dans la planification de son enseignement et dans ses décisions sur l’évaluation. Il organise des activités d’apprentissage qui tiennent compte de la diversité des modes d’apprentissage des élèves, de leurs façons de construire le sens et de leurs façons de manifester leur savoir et leur compréhension. L’enseignant utilise diverses méthodes pédagogiques :

- offrir à tous les élèves un accès équitable aux stratégies, aux ressources et aux technologies d’apprentissage appropriées

- offrir aux élèves diverses manières d'accéder à leur savoir antérieur pour le mettre en rapport avec les nouveaux concepts
- échafauder l'enseignement et les tâches de façon à ce que les élèves, qu'ils travaillent en groupe ou individuellement, disposent de l'appui nécessaire tout au long du processus d'apprentissage
- exprimer sa pensée sous forme verbale de façon à donner l'exemple aux élèves pour ce qui est des stratégies de compréhension et de l'apprentissage de nouveaux concepts
- ménager un équilibre entre les activités individuelles, les activités en petit groupe et les activités avec la classe tout entière dans l'apprentissage
- faire participer les élèves à la définition des critères d'appréciation du rendement et d'évaluation
- fournir aux élèves des choix concernant leur façon de montrer leur compréhension, en fonction de leur style et de leurs préférences sur le plan de l'apprentissage, pour qu'ils puissent s'appuyer sur leurs forces individuelles et en proposant toute une gamme de niveaux de difficulté
- fournir fréquemment une rétroaction pertinente aux élèves tout au long de leurs activités d'apprentissage

Styles et préférences sur le plan de l'apprentissage

Les préférences sur le plan de l'apprentissage peuvent varier considérablement d'un élève à l'autre et sont à la fois illustrées et influencées par les différentes manières qu'ils ont de comprendre les informations, de les accueillir et de les traiter, de manifester leur apprentissage et d'interagir avec leurs camarades et avec leur milieu. Les préférences sur le plan de l'apprentissage sont également influencées par le contexte et la fonction de l'apprentissage et par le type et la forme des informations présentées et demandées. La plupart des élèves ont tendance à préférer un style d'apprentissage particulier et à connaitre une plus grande réussite si l'enseignement est conçu de façon à tenir compte de divers styles d'apprentissage, afin d'offrir à tous les élèves plus de possibilités d'accéder à l'apprentissage. Les trois styles d'apprentissage auxquels on fait le plus souvent référence sont les suivants :

- auditif (écouter des leçons présentées par l'enseignant ou discuter avec ses camarades)
- kinesthésique (utiliser du matériel de manipulation ou noter les choses sous forme écrite ou graphique/visuelle)
- visuelle (interpréter les informations avec des textes et des graphiques ou regarder des vidéos)

On peut s'attendre à ce que les élèves travaillent selon toutes les modalités d'apprentissage, mais on sait également que les élèves pris individuellement auront tendance à trouver telle modalité plus naturelle que telle autre.

Égalité entre les filles et les garçons

Il est important que le programme d'études respecte le vécu et les valeurs de tous les élèves et qu'il n'y ait aucun préjugé à l'encontre des filles ou des garçons dans les ressources pédagogiques et dans les méthodes d'enseignement. L'enseignant favorise l'égalité entre les filles et les garçons dans la salle de classe en mettant l'accent sur les aspects suivants :

- Il définit des attentes de niveau élevé pour tous les élèves.
- Il offre à tous les élèves des occasions égales de faire des suggestions et de répondre.
- Il donne lui-même l'exemple en utilisant un langage équitable et en faisant preuve de respect quand il écoute les élèves et interagit avec eux.

Valorisation de la diversité : prise en compte des différences culturelles dans l'enseignement

L'enseignant comprend que les élèves ont tous un vécu et un bagage culturel différents et que chaque élève a des connaissances antérieures différentes sur lesquelles il s'appuie dans son apprentissage. L'enseignant s'appuie donc sur ce qu'il sait de ses élèves en tant qu'individus et en tient compte en adoptant diverses stratégies d’enseignement et d’évaluation qui prennent en compte les différences culturelles. « L’enseignement s’inscrit dans des contextes pertinents sur le plan social et les tâches sont pertinentes et pleines de sens pour les élèves dans leur vie. Ceci permet de pousser les élèves à se livrer à un travail de résolution de problèmes et de raisonnement de haut calibre et de renforcer leur motivation (FRANKENSTEIN, 1995; GUTSTEIN, 2003; LADSON-BILLINGS, 1997; TATE, 1995). » (HERZIG, 2005)

ÉLÈVES AYANT DES BESOINS SUR LE PLAN DE LA COMMUNICATION, DU LANGAGE ET DE L’APPRENTISSAGE

Dans la salle de classe d’aujourd’hui, on a des élèves en provenance de divers milieux, avec divers niveaux d’aptitude, à divers stades de développement et avec des besoins sur le plan de l’apprentissage. L’enseignant observe les élèves et interagit avec eux pendant qu’ils travaillent sur les tâches qu’il leur donne, ce qui lui permet de mettre en évidence les domaines dans lesquels il leur faut un soutien supplémentaire pour parvenir aux objectifs de l’apprentissage. L’enseignant peut alors proposer en réponse tout un éventail de stratégies d’enseignement. Lorsque le français est pour l’élève une langue additionnelle, il est possible qu’il faille lui proposer des résultats d’apprentissage d’un niveau différent ou des résultats d’apprentissage individualisés à titre temporaire, en particulier dans les domaines faisant appel au langage, en attendant que leur maitrise de la langue se développe. Dans le cas des élèves qui rencontrent des difficultés, il est important que l’enseignant fasse la distinction entre ceux pour qui c’est le contenu du programme qui présente des difficultés et ceux pour qui ce sont des problèmes de langue qui sont à la base de leurs difficultés scolaires.

ÉLÈVES DOUÉS ET TALENTUEUX

Certains élèves sont doués sur le plan scolaire et ont des talents relatifs à des aptitudes spécifiques ou dans des matières spécifiques. La plupart des élèves doués et talentueux s’épanouissent quand on leur propose un apprentissage centré sur les problèmes et axé sur l’interrogation, avec des activités ouvertes. L’enseignant peut motiver les élèves doués et talentueux en ajustant l’ampleur, la profondeur ou le rythme de l’enseignement. Il peut enrichir les activités d’apprentissage en leur offrant plus de choix dans les activités et en leur proposant tout un éventail de ressources plus exigeantes sur le plan cognitif, avec une réflexion d’ordre supérieur et différents niveaux de complexité et d’abstraction. Pour de plus amples renseignements, veuillez consulter le document L’éducation des élèves doués et le développement des talents (Ministère de l’Éducation de la Nouvelle-Écosse, 2010).

Liens entre les différentes matières du programme d’études

Il faudrait que l’enseignant profite des diverses occasions qui se présentent d’établir des liens entre les mathématiques et les autres matières. Ceci permet non seulement de montrer aux élèves l’utilité des mathématiques dans la vie quotidienne, mais également de renforcer leur compréhension des concepts mathématiques et de leur offrir des occasions de mettre en pratique leurs aptitudes mathématiques. Il y a de nombreuses occasions d’établir des liens entre les mathématiques et la santé, la littératie, la musique, l’éducation physique, les sciences, les sciences humaines et les arts visuels

Le nombre (N)

RAG : On s'attend à ce que les élèves acquièrent le sens des nombres.

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage est quelque chose qui peut et devrait se faire au quotidien dans le cadre de l'enseignement. L'évaluation de l'apprentissage est également quelque chose qui devrait se produire fréquemment. Il convient d'utiliser tout un éventail d'approches et de contextes pour évaluer l'ensemble des élèves : collectivement en tant que classe, en groupes et individuellement.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles sont les méthodes et activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Que devrai-je faire pour assurer la concordance entre mes stratégies d'évaluation et mes stratégies d'enseignement?

Suivi sur l'évaluation

Il convient de définir l'enseignement en fonction des données rassemblées sur l'apprentissage à partir de la participation et des travaux des élèves.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?
- De quelles méthodes peut-on se servir pour offrir des commentaires et des suggestions aux élèves en temps opportun?

Planification de l'enseignement

Pour avoir un bon programme de mathématiques, il est nécessaire de planifier l'enseignement afin qu'il se déroule de façon cohérente.

Planification à long terme

- Plan annuel disponible sur *Mathematics Learning Commons: Grades 7–9* à l'adresse : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Est-ce que la leçon concorde avec mon plan pour l'année ou le module?
- Comment incorporer les processus indiqués pour ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et expériences d'apprentissage devrais-je proposer pour favoriser la réalisation des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources didactiques devrais-je utiliser?
- Comment devrais-je m'y prendre pour répondre aux besoins des élèves dans toute leur diversité?

RAS N01 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les puissances avec des bases qui sont des nombres entiers (autres que 0) et des exposants qui sont des nombres entiers : ▪ en représentant des multiplications répétées à l'aide de puissances; ▪ en utilisant des régularités pour montrer qu'une puissance avec un exposant 0 est égale à 1; ▪ en résolvant des problèmes faisant intervenir des puissances. [C, L, RP, R]
[C] Communication **[RP]** Résolution de problèmes **[L]** Liens **[CM]** Calcul mental et estimations **[T]** Technologie **[V]** Visualisation **[R]** Raisonnement

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

N01.01 Montrer les différences entre l'exposant et la base en concevant des modèles donnés de puissances comme 2^3 et 3^2.
N01.02 Expliquer, à l'aide de la multiplication répétée, la différence entre deux puissances données dans lesquelles la base et l'exposant sont intervertis.
N01.03 Exprimer une puissance donnée sous forme de multiplication répétée.
N01.04 Exprimer une multiplication répétée donnée sous forme de puissance.
N01.05 Expliquer le rôle des parenthèses dans l'évaluation d'un ensemble donné de puissances.
N01.06 Démontrer, à l'aide des régularités, que a^0 est égal à 1, pour une valeur donnée de a sachant que $a \neq 0$.
N01.07 Évaluer des puissances données ayant des bases qui sont des nombres entiers (autres que 0) et des exposants qui sont des nombres entiers positifs.

Portée et séquence

Mathématiques 8^e^ année	Mathématiques 9^e^ année	Mathématiques 10^e^ année
N01 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les carrés et les racines carrées sous forme concrète, imagée et symbolique (en se limitant aux nombres entiers).	**N01** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les puissances avec des bases qui sont des nombres entiers (autres que 0) et des exposants qui sont des nombres entiers : ▪ en représentant des multiplications répétées à l'aide de puissances; ▪ en utilisant des régularités pour montrer qu'une puissance avec un exposant 0 est égale à 1; ▪ en résolvant des problèmes faisant intervenir des puissances	**AN03** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les puissances à exposants entiers et rationnels

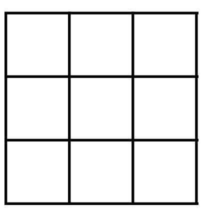
Contexte

L'utilisation des exposants pour exprimer des facteurs sous forme compacte a été introduite en mathématiques de 8e année, lors de l'exploration des carrés parfaits et du travail sur le théorème de Pythagore. On s'est limité alors aux nombres carrés. Dans cette unité, on explore les puissances avec des exposants qui sont des nombres entiers, en s'appuyant sur la multiplication répétée.

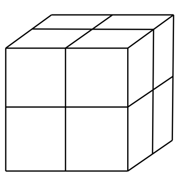
On s'attend à ce que les élèves mettent en évidence la base, l'exposant et la puissance dans une expression sous forme exponentielle. Par exemple, la puissance 6^4 (dans laquelle 6 est la base et 4 est l'exposant) se lit « six puissance quatre » ou « six exposant quatre ». On évite, cependant, de donner au terme « puissance » le même sens que le terme « exposant ». De même que l'addition répétée peut se représenter sous la forme d'une multiplication (p. ex., 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 5 x 3), la multiplication répétée peut se représenter sous la forme d'une puissance (p. ex., $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$).

En mathématiques de 6e année, les élèves ont appris à relier le terme « carré » à un modèle à deux dimensions et le terme « cube » à un modèle à trois dimensions. Depuis les mathématiques de 8e année, les élèves se sont familiarisés avec la représentation d'une puissance sous la forme d'une zone carrée. Cela aidera les élèves à faire le lien entre les unités de surface et de volume (centimètres carrés [cm^2], mètres cubes [m^3], etc.) et les mesures et la géométrie.

Demandez aux élèves de dessiner un carré dont les côtés mesurent trois unités. La base est représentée par la longueur du côté du carré. Un nombre entier avec exposant 2 donne un nombre carré. La conclusion des élèves est que l'aire de ce carré est 3^2, soit 9 unités^2.



Demandez aux élèves d'utiliser des cubes emboitables pour construire un cube dont les côtés font deux unités, puis de dessiner ce cube. La base est représentée par l'arête du cube. Un nombre entier avec exposant 3 donne un nombre cube. La conclusion des élèves est que le volume de ce cube est 2^3, soit 8 unités^3.



Il faudrait que les élèves observent que 3^2 donne une **image** à deux dimensions (longueur, largeur) et que 2^3 donne une **image** à trois dimensions (longueur, largeur, hauteur). Demandez aux élèves quel type d'image 2^1 représente et quelles mesures cette valeur fait intervenir. Ceci devrait conduire à une discussion sur les **images** à une dimension, dont la seule mesure est la longueur. La valeur 2^1 produirait ainsi :

Il faudrait que les élèves finissent par prendre conscience du fait que les puissances avec exposant 1 ont une valeur égale à la base ($3^1 = 3$, $a^1 = a$). Lorsque les élèves ne voient pas d'exposant, l'implication est que l'exposant est 1 ($8 = 8^1$, $b = b^1$).

Lors leur exploration de telles expressions, il faudrait que les élèves prennent conscience que le fait d'intervertir la base et l'exposant produit, dans la plupart des cas, une valeur différente. Par exemple, les élèves devraient s'appuyer sur des modèles et des multiplications répétées pour parvenir à la conclusion que $3^2 \neq 2^3$ et que les exposants et les bases ne sont pas interchangeables. Demandez-leur s'ils ont un exemple de puissances où la base et l'exposant peuvent être intervertis sans que la valeur change (2^4 et 4^2 font tous deux 16). Il convient d'insister sur le fait qu'il est parfois possible d'exprimer le même nombre de plusieurs façons à l'aide d'exposants (p. ex., $64 = 8^2$ ou bien 4^3 ou bien 2^6).

Les élèves ont utilisé les parenthèses pour évaluer des expressions faisant intervenir la priorité des opérations. Il faudrait qu'ils comprennent que l'utilisation de parenthèses dans un énoncé mathématique modifie parfois la valeur de l'expression (p. ex., $2+3\times 4 \neq (2+3)\times 4$).

De même, l'utilisation de parenthèses dans une expression exponentielle peut affecter la valeur de l'expression. Demandez aux élèves de simplifier l'expression -3^2, puis l'expression $(-3)^2$ à la calculatrice, et d'expliquer ensuite pourquoi les résultats sont différents.

On utilise les parenthèses quand la puissance a une base négative, pour indiquer que le signe moins fait partie de la base. Dans l'exemple ci-dessus, -3^2 n'est pas égal à $(-3)^2$. Il faudrait que les élèves sachent expliquer le rôle des parenthèses dans les puissances, en évaluant une série donnée d'expressions. Exemple :

$(-2)^4 = (-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2) = 16$, avec pour base –2

$-(2)^4 = -(2\times 2\times 2\times 2) = -16$, avec pour base 2

$-2^4 = -(2\times 2\times 2\times 2) = -16$, avec pour base 2

L'une des façons de montrer que a^0 est égal à 1 est d'utiliser des régularités. Demandez aux élèves de simplifier les puissances suivantes pour confirmer qu'une puissance avec exposant 0 est égale à 1 (en excluant la base 0).

$2^5 = 32$	$3^5 = 343$
$2^4 = 16$	$3^4 = 81$
$2^3 = 8$	$3^3 = 27$
$2^2 = 4$	$3^2 = 9$
$2^1 = 2$	$3^1 = 3$
$2^0 = 1$	$3^0 = 1$

On peut réexaminer cela dans le résultat d'apprentissage suivant, lorsqu'on présente aux élèves les lois régissant les exposants. À ce stade, il suffit que les élèves comprennent que $a^0 = 1$ en utilisant les régularités.

Il faudrait que les élèves fassent l'évaluation d'expressions exponentielles afin de déterminer leur valeur sous forme standard. Ces expressions peuvent contenir un seul terme ou plusieurs termes. Pour continuer à développer chez les élèves le sens des nombres, il est recommandé d'utiliser autant que possible le calcul mental.

Évaluation, enseignement et apprentissage

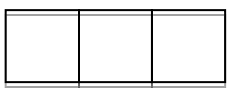
Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Dessine un diagramme représentant chaque carré. Énonce la valeur de chaque carré.
  - 2^2
  - 5^2
  - 7^2

- Le périmètre d'un carré fait 28 cm. Trois de ces carrés sont collés les uns aux autres pour former un rectangle. Quelle est l'aire du rectangle?



TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Démontre à l'aide de régularités que $8^0 = 1$.
- Exprime 25 sous la forme d'une puissance dont l'exposant est 2 et la base est :
  - positive
  - négative
- Explique pourquoi 6^2 est appelé un nombre carré tandis que 6^3 est appelé un nombre cube.
- Détermine si $(-6)^2 = -6^2$. Expliquez pourquoi ou pourquoi pas. Détermine si le même raisonnement s'applique à $(-6)^3 = -6^3$.
- Indique la base dans l'expression $-(-7)^5$.
- Écris sous forme de puissance : $9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9$.
- Écris 32 sous la forme d'une puissance dont la base est 2.
- Sachant que trois élèves ont des microbes de rhume sur leurs mains et échangent une poignée de main avec trois autres élèves, puis que ces autres élèves échangent chacun une poignée de main avec trois autres élèves, combien d'élèves seront exposés aux microbes de rhume?
- Donne ta réponse aux énoncés suivants :

- Explique pourquoi $-62 \neq (-6)^2$, mais $-6^3 = (-6)^3$.
- Explique pourquoi $(-3)^2 > 0$, mais $(-3)^3 < 0$.

- Évalue des puissances comme les suivantes :
  - 3 + 20
  - 30 + 20
  - (3 + 2) 0
  - –30 + 2
  - –30 + (–2) 0
  - –(3 + 2) 0

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Offrir aux élèves de nombreuses occasions d'explorer des représentations concrètes et imagées de modèles à 2D et à 3D pour faire la distinction entre la base et l'exposant.
- Enquêter sur la différence entre des paires de puissances, comme 6^2 et 2^6 ou 5^8 et 8^5.
- Enquêter sur la régularité des puissances avec une base donnée et des exposants de 4 à 0, par exemple : 3^4, 3^3, 3^2, 3^1, 3^0.
- Fournir aux élèves l'occasion d'explorer la différence entre les bases négatives et les bases positives, avec ou sans parenthèses.
- Explorer la calculatrice pour trouver la manière la plus efficace de faire l'évaluation de puissances (p. ex., y^x, x^y, x^y).

Tâches suggérées pour l'apprentissage

- Fournissez aux élèves 25 carreaux et 30 cubes emboitables. Dites aux élèves d'explorer le nombre de carreaux nécessaires pour créer des carrés et le nombre de cubes emboitables nécessaires pour créer des cubes. Il faudrait que les élèves explorent la création de carrés dont les côtés font 1, 2, 3, 4 ou 5 carreaux. Il faudrait aussi qu'ils explorent la création de cubes dont les côtés font 1, 2 ou 3 cubes emboitables. On peut créer un cube dont les côtés font 4 cubes emboitables avec la classe tout entière.
- Dites aux élèves de recopier et de remplir le tableau suivant :

Multiplication répétée	Puissance	Valeur
	6^2	
$3\times3\times3\times3\times3$		
		64
	$(-3)^4$	
$-(5\times5\times5)$		
		-49

- Dites aux élèves de créer des modèles pour 4^2 et 4^3 à l'aide de cubes emboitables. Il faudrait qu'ils décrivent les points communs et les différences entre ces modèles. Demandez aux élèves s'ils sont capables de représenter 4^1 à l'aide de cubes emboitables et d'expliquer leur raisonnement.
- L'enseignant pourrait créer une série de cartes-éclair composées de paires, chaque paire ayant une puissance sous forme exponentielle sur une carte et une multiplication répétée sur l'autre. On distribue les cartes de façon aléatoire aux élèves, à raison d'une carte par élève. Dites aux élèves de trouver leur partenaire détenant la carte correspondante et d'expliquer pourquoi les deux cartes vont ensemble. Le but est d'aller vite et de trouver la bonne carte. Il s'agit d'un jeu simple pour les aider à comprendre le sens des exposants.
- Demandez aux élèves de représenter les nombres ci-dessous en utilisant autant de puissances différentes que possible. Demandez-leur si certains de ces nombres ne peuvent être représentés que d'une façon. Dans ce cas, demandez-leur d'indiquer laquelle.
  - 144
  - –32
  - 64
  - 81
  - 125
  - 70

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- blocs*
- calculatrice
- carreaux de couleur
- papier quadrillé
- cubes emboitables

* également disponibles dans *Interactive Math Tools* (Pearson, s. d.)

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ base ▪ base qui est un entier relatif ▪ carré ▪ cube ▪ exposant ▪ multiplication répétée ▪ puissance	▪ base ▪ carré ▪ cube ▪ exposant ▪ multiplication répétée ▪ puissance

Ressources

Internet

Interactive Math Tools (Pearson, s. d.) : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875

Imprimé

- *Pearson Mathématiques 9* (Baron *et al.,* 2009; nº NSSBB : 2001644)
  - Module 2 – Les lois des puissances et des exposants
    - Section 2.1 – Qu'est-ce qu'une puissance?
    - Section 2.2 – Les puissances de 10 et l'exposant zéro
    - Problème du module – Quelle est l'épaisseur d'une pile de papier?
  - *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; nº NSSBB : 2001645)
    - fiches d'évaluation
    - exercices supplémentaires
    - tests du module
  - *ProGuide* (DVD; nº NSSBB : 2001645)
    - pages du manuel de l'élève pour projection
    - matériel reproductible modifiable
- *Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8,* vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006), p. 131–132

RAS N02 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent les opérations sur les puissances avec des bases qui sont des nombres entiers (autres que 0) et des exposants qui sont des nombres entiers : ▪ $\left(a^m\right)\left(a^n\right)=a^{m+n}$ ▪ $a^m \div a^n = a^{m-n}$, $m > n$ ▪ $(a^m)^n = a^{mn}$ ▪ $(ab)^m = a^m b^m$ ▪ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, $b \neq 0$ [C, L, RP, R, T]
[C] Communication **[RP]** Résolution de problèmes **[L]** Liens **[CM]** Calcul mental et estimations **[T]** Technologie **[V]** Visualisation **[R]** Raisonnement

Indicateurs de rendement

Utilisez l’ensemble d’indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d’apprentissage correspondant.

N02.01 Expliquer, en utilisant des exemples, les lois des exposants ayant des bases qui sont des nombres entiers (autres que 0) et des exposants qui sont des nombres entiers positifs.
N02.02 Évaluer une expression donnée en appliquant les lois des exposants.
N02.03 Déterminer la somme de deux puissances et prendre en note la marche à suivre.
N02.04 Déterminer la différence entre deux puissances et prendre en note la marche à suivre.
N02.05 Trouver les erreurs dans la simplification d’une expression donnée comportant des puissances.

Portée et séquence

Mathématiques 8e année	**Mathématiques 9e année**	**Mathématiques 10e année**
–	**N02** On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent les opérations sur les puissances avec des bases qui sont des nombres entiers (autres que 0) et des exposants qui sont des nombres entiers : ▪ $\left(a^m\right)\left(a^n\right)=a^{m+n}$ ▪ $a^m \div a^n = a^{m-n}$, $m > n$ ▪ $(a^m)^n = a^{mn}$ ▪ $(ab)^m = a^m b^m$ ▪ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, $b \neq 0$	**AN03** On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris les puissances à exposants entiers et rationnels

Contexte

En mathématiques de 9^e année, il convient de se concentrer principalement sur la compréhension des lois régissant les exposants qui font intervenir des puissances avec des bases qui sont des entiers relatifs (autres que 0) et des exposants qui sont des **nombres entiers**. Il convient de concevoir l'enseignement de façon à ce que les élèves aient l'occasion de découvrir les règles et les relations et soient capables de confirmer leurs découvertes, afin de mieux comprendre les lois régissant les exposants. En développant les puissances et effectuant les calculs, les élèves devraient être capables de prédire les lois régissant les exposants.

Il est possible d'effectuer les opérations avec des exposants avec efficacité en se servant des lois sur les exposants. En mathématiques de 10^e année, on élargira le domaine pour y inclure les puissances dont les exposants sont des fractions ou des nombres négatifs, ainsi que les puissances avec des bases rationnelles et littérales.

Dans le tableau ci-dessous, on illustre la relation entre la multiplication répétée et les lois régissant les exposants. Les élèves qui comprennent bien la relation entre les trois volets de ce tableau seront capables de manipuler des nombres pour résoudre des problèmes à l'aide de diverses stratégies.

Exemple de question	Multiplication répétée	Simplification	Loi régissant les exposants
produit de puissances $3^2 \times 3^5$	$(3\times 3)\times(3\times 3\times 3\times 3\times 3)$	$3^{2+5}=3^7$	$(a)^m \text{ x } (a)^n = a^{m+n}$
quotient de puissances $\frac{5^6}{5^2}$	$\frac{5\times 5\times 5\times 5\times 5}{5\times 5} = \frac{5}{5}\times\frac{5}{5}\times\frac{5}{1}\times\frac{5}{1}\times\frac{5}{1}\times\frac{5}{1}$	$5^{6-2}=5^4$	$\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$
puissance d'une puissance $(4^2)^3$	$4^2 \text{ x } 4^2 \text{ x } 4^2 = (4\times 4)\times(4\times 4)\times(4\times 4)$	$4^{2\times 3}=4^6$	$(a^m)^n = a^{mn}$
puissance d'un produit $(2\times 4)^3$	$(2\times 4)\times(2\times 4)\times(2\times 4)=(2\times 2\times 2)\times(4\times 4\times 4)$	$2^3\times 4^3$	$(ab)^m = a^m \times b^m$
puissance d'un quotient $\left(\frac{2}{5}\right)^3$	$\left(\frac{2}{5}\right)\times\left(\frac{2}{5}\right)\times\left(\frac{2}{5}\right)=\frac{2\times 2\times 2}{5\times 5\times 5}$	$\frac{2^3}{5^3}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$

Il convient de présenter chaque règle aux élèves séparément et de leur fournir d'autres exemples de questions dans un tableau, pour qu'ils puissent prédire eux-mêmes la règle. Utilisez des puissances avec des bases positives *et* négatives quand vous répétez le processus. On ne se concentre pas sur l'attribution d'un nom à la loi régissant les exposants, mais plutôt au travail conduisant les élèves à produire eux-mêmes la loi.

Pour les expressions de la forme $a^m \div a^n = a^{m-n}$, assurez-vous que *m* > *n*, parce que les élèves sont censés travailler uniquement avec des exposants qui sont des nombres entiers en mathématiques de 9e année. Ils connaissent déjà les expressions dans lesquelles *m* = *n*, qui donnent une puissance dont l'exposant est zéro, comme on l'a vu avec les régularités au résultat d'apprentissage N01, mais c'est là une bonne occasion de revenir sur le fait que le résultat est égal à 1. On introduira les exposants qui sont des entiers relatifs en mathématiques de 10e année.

Il convient, dans la mesure du possible, de concevoir l'enseignement de façon à ce que les élèves découvrent les règles/relations et vérifient leurs découvertes. Les élèves peuvent explorer différentes solutions aux problèmes, afin de prendre mieux conscience de l'efficacité des lois régissant les exposants. Par exemple, voici les différentes solutions utilisées pour évaluer l'expression $\left(2^3 \times 2^2\right)\left(2^3 \times 2^2\right)$ ci-dessous :

$\left(2^3 \times 2^2\right)^2$	$\left(2^3 \times 2^2\right)^2$	$\left(2^3 \times 2^2\right)\left(2^3 \times 2^2\right)$
$=\left(2^{3+2}\right)^2$	$=\left(2^3\right)^2 \times \left(2^2\right)^2$	$=\left(2^5\right)\left(2^5\right)$
$=(2^5)^2$	$=(2^{6+4}$	$=(2^{5+5}$
$=2^{10}$	$=2^{10}$	$=2^{10}$
$=1024$	$=1024$	$=1024$

Il convient d'encourager les élèves à utiliser les lois aussi efficacement que possible. Il est important de faire les exemples, comme ceux qui figurent ci-dessus, en appliquant les lois régissant les exposants, plutôt qu'en se servant d'une calculatrice. Ceci permettra aux élèves d'acquérir de bonnes bases pour la multiplication et la division de polynômes par des monômes.

Les élèves pensent parfois que l'addition et la soustraction de puissances ayant la même base utilisent les mêmes types de règles que la multiplication et la division. Dites aux élèves d'évaluer les expressions pour voir que tel n'est pas le cas.

Exemple :

$$4^3 + 4^2$$
$$= (4 \times 4 \times 4) + (4 \times 4)$$
$$= 64 + 16$$
$$= 80$$

Voici des erreurs que font couramment les élèves dans les calculs avec exposants :

<u>Faux :</u>	<u>Vrai :</u>
$5^3–3$	$5^2–3$
$=10–3$	$=25–3$
$=7$	$=22$

Il convient de rappeler aux élèves qu'il est obligatoire de toujours appliquer la priorité des opérations lors de l'évaluation d'une expression mathématique. Il faut donc évaluer les termes comprenant des exposants avant de faire l'addition et la soustraction des puissances. Les élèves se trompent souvent dans l'ordre dans lequel ils appliquent les opérations quand les expressions font intervenir des fractions.

Faux :	Vrai :
$7 + 2 \times 4^2 - 4$	$7 + 2 \text{ x } 4^2 - 4$
$= 9 \times 4^3 - 4$	$= 7 + 2 \text{ x } 16 - 4$
$= 1296 - 4$	$= 7 + 32 - 4$
$= 1292$	$= 35$

Les élèves devraient être capables de mettre en évidence et de corriger les erreurs comme celles qu'on trouve ci-dessous :

Faux :	Vrai :
$(4 + 3)^2$	$(4 + 3)^2$
$= (4^2 + 3^2)$	$= (7)^2$
$= (16 + 9)$	$= 49$
$= 25$	

Parfois les élèves confondent $(4 + 3)^2$ et $(4 \text{ x } 3)^2$ et tentent de calculer les deux expressions de la même manière. Il faut que les élèves comprennent comment bien calculer $(4 + 3)^2$, car ils auront à développer des expressions comme $(a + b)^2$ en mathématiques de 10e année.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Indique l'exposant manquant.
  - $5^n = 5$
  - $(-3)^n = -27$
  - $9^n - 1 = 80$
  - $15^n = 1$
  - $(-4)^n = 256$

- Remplis le tableau suivant :

Base	Exposant	Puissance	Valeur
(–6)	3		
4			64
	2		64
(–2)			–32

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Explique pourquoi $(-5)\times(-5)^6\times(-5)^2=(-5)^9$.
- Montre pourquoi $(4^2)^5=4^{10}$.
- Explique pourquoi $5^2\times 5^4$ et $(5^2)^4$ sont différents. Montre ton raisonnement.
- Écris l'expression $6^5\times 5^5$ avec un seul exposant.
- Écris l'expression $\dfrac{4^4\times 4}{4^2}$ sous forme simplifiée, puis fais le calcul.
- Écris l'expression suivante sous la forme de la division de deux puissances : $\left(\dfrac{-4}{7}\right)^4$
- Calcule :
  - $-(-3)^5$
  - $(1-3)^4\div 2^2$
- La décomposition en facteurs premiers de 2048 est $2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2$. Écris 2048 sous la forme d'un produit de deux puissances de 2, en proposant autant de formes différentes que possible.
- Yvan a fait une erreur lors de la simplification de l'expression suivante :

  $(15 \div 5)^4 + (2 + 5)^2$

  $= (3)^4 + 2^2 + 5^2$

  $= 81 + 4 + 25$

  $= 110$

  - Indique où il a fait une erreur et décris-la.
  - Indique la bonne procédure et détermine la réponse correcte.

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- S'assurer que les élèves comprennent clairement que les puissances sont un raccourci pour représenter une multiplication répétée du même nombre.
- Dire aux élèves de montrer la relation entre la multiplication répétée et les lois régissant les exposants à l'aide de multiplications répétées. (Voir le développement pour le tableau illustrant cette relation.) On enseigne ce concept en guise de préparation au travail sur les bases littérales en mathématiques de 10e année.
- Mettre l'accent sur la simplification des expressions à l'aide des lois régissant les exposants avant de les calculer.
- Noter les cas spéciaux, par exemple le fait que l'exposant « 1 » est sous-entendu quand il n'y a pas d'exposant : $5 = 5^1$.

- Dire aux élèves de montrer qu'ils comprennent les lois régissant les exposants à travers des explications d'utilisations incorrectes des lois régissant les exposants, par exemple : $\left(2+3^2\right)^3 \neq 2^3+3^6$.

Tâches suggérées pour l'apprentissage

- Crée une ressource pliable avec un volet pour chaque loi régissant les exposants, accompagnée d'un exemple.

Produit de puissances $(a^m)(a^n)=a^{m+n}$
Quotient de puissances $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$
Puissance d'une puissance $(a^m)^n=a^{mn}$
Puissance d'un produit $(ab)^m=a^m\times b^m$
Puissance d'un quotient $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$

- Explique comment écrire un produit ou quotient de puissances sous la forme d'une seule puissance.
- Écris les expressions suivantes sous la forme d'une seule puissance :
  - $(-5)^3\times(-5)^7$
  - $\left(\frac{2}{5}\right)^5$
  - $\left[(-3)^2\right]^3$
  - $\left[5\times(-4)\right]^3$
- La touche « 9 » de ta calculatrice est cassée. Explique ce que tu peux faire pour trouver la valeur de 9^4 sans utiliser la touche « 9 ».
- Explique deux manières de calculer $\left[(-4)\times 5\right]^3$. Quelle est la manière la plus efficace?
- Résous mentalement $7^9\div\left(7^7\times 7\right)$.
- Simplifie l'expression suivante en commençant par réorganiser les puissances, puis en joignant les bases : $2^4\times 5^3\times 2^6\times 10^2\times 10^3\times 5^{10}$

- Exprime $2^4 \times 3^4$ sous la forme d'une expression avec une seule base, en te servant des lois régissant les exposants. Prolongement : Simplifie $8^2 \times 2^5$ sous la forme d'une expression avec une seule base, en te servant des lois régissant les exposants.
- Fournissez aux élèves une fiche dans laquelle on leur demande de simplifier des expressions sous la forme d'une seule puissance. Dites aux élèves de ne pas indiquer leur nom sur la fiche, parce qu'on pourra s'en servir lors du cours suivant pour l'analyse des erreurs. On peut utiliser cette activité en guise de fiche de sortie. Exemples :
  - $(-4)^2(-4)^2$
  - $3^6 \times 3^8$
  - $\dfrac{4^{10}}{4^9}$
  - $(-3)^6 \div (-3)^4$
  - $\left((-9)^2\right)^5$
  - $\left(3^2 \times 3^8\right) \div \left(3^3\right)^2$
  - $\left(2^3 \times 2^2\right)^3 - \left(3^2 \times 3\right)^2$
  - $2^5 \times 2 - 2^3 \times 2^2$
- Demandez aux élèves de jouer au jeu du bingo des exposants. Donnez à chaque élève une carte de bingo vierge et demandez-leur de numéroter la carte comme ils veulent de 1 à 24. Prévoyez un espace libre. Demandez aux élèves de simplifier diverses expressions, comme $\left(2^4 \times 2^3\right) \div 2^6$, de trouver la valeur sur leur carte de bingo et de la barrer. Les alignements traditionnels du bingo (horizontal, vertical, diagonal) permettent de gagner. On peut aussi utiliser des options comme les quatre coins.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- cartes

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	**Élève**
▪ calculer ▪ développer ▪ exposant ▪ produit ▪ puissance ▪ quotient ▪ simplifier	▪ calculer ▪ développer ▪ exposant ▪ produit ▪ puissance ▪ quotient ▪ simplifier

Ressources

Internet

- « Exploring Laws of Exponents: Use It », *Math Interactives* (Alberta Education, LearnAlberta.ca, 2015) : www.learnalberta.ca/content/mejhm/index.html?l=0&ID1=AB.MATH.JR.NUMB&ID2=AB.MATH.JR.NUMB.EXPO&lesson=html/object_interactives/exponent_laws/use_it.html
- « Exploring Laws of Exponents: Explore It », *Math Interactives* (Alberta Education, LearnAlberta.ca, 2015) : www.learnalberta.ca/content/mejhm/index.html?l=0&ID1=AB.MATH.JR.NUMB&ID2=AB.MATH.JR.NUMB.EXPO&lesson=html/object_interactives/exponent_laws/explore_it.html

Imprimé

- *Pearson Mathématiques 9* (Baron *et al.,* 2009; n^o NSSBB : 2001644)
  - Module 2 – Les lois des puissances et des exposants
    - Section 2.4 – Les lois des exposants I
    - Section 2.5 – Les lois des exposants II
  - *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; n^o NSSBB : 2001645)
    - fiches d'évaluation
    - exercices supplémentaires
    - tests du module
  - *ProGuide* (DVD; n^o NSSBB : 2001645)
    - pages du manuel de l'élève pour projection
    - matériel reproductible modifiable
- *Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8*, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006), p. 131–132
- *Big Ideas from Dr. Small: Creating a Comfort Zone for Teaching Mathematics, Grades 9–12* (Small, 2010), p. 100–103

RAS N03 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les nombres rationnels en comparant et ordonnant des nombres rationnels et en résolvant des problèmes faisant intervenir des opérations arithmétiques sur des nombres rationnels. [C, L, RP, R, T, V]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

N03.01 Ordonner un ensemble donné de nombres rationnels, sous forme de fractions et de nombres décimaux, en les plaçant sur une droite numérique.
N03.02 Trouver un nombre rationnel situé entre deux nombres rationnels donnés.
N03.03 Résoudre un problème donné comportant des opérations sur les nombres rationnels, sous forme de fractions et de nombres décimaux.

Portée et séquence

Mathématiques 8^e année	Mathématiques 9^e année	Mathématiques 10^e année
N04 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les rapports et les taux. **N05** On s'attend à ce que les élèves résolvent des problèmes faisant intervenir des taux, des rapports et des raisonnements proportionnels. **N06** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la multiplication et la division de fractions et de nombres fractionnaires de signe positif, sous forme concrète, imagée et symbolique.	**N03** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les nombres rationnels en comparant et ordonnant des nombres rationnels et en résolvant des problèmes faisant intervenir des opérations arithmétiques sur des nombres rationnels.	**AN02** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les nombres irrationnels en représentant, en identifiant et en simplifiant des nombres irrationnels, et en mettant en ordre de tels nombres. **MF01** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant des prix unitaires et le change de devises à l'aide du raisonnement proportionnel. **MF02** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris la rémunération, y compris le salaire horaire, le salaire fixe, le travail à forfait, les commissions et le travail à la pièce, pour calculer le revenu brut et le revenu net.

Contexte

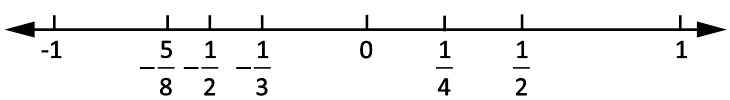
On a présenté les quatre opérations sur des entiers négatifs en mathématiques de 8^e année. On élargit le concept aux nombres rationnels en mathématiques de 9^e année.

Les nombres rationnels sont des nombres qui peut écrire sous la forme d'un rapport de deux entiers relatifs $\frac{a}{b}$, dans lequel *b* n'est pas égal à zéro. On présente la classification des nombres par ensembles en mathématiques de 10^e année. Les élèves ont déjà une certaine expérience avec les rapports, les entiers relatifs, les nombres décimaux positifs et les opérations sur les fractions. En mathématiques de 6^e année, on a présenté aux élèves la méthode pour ordonner les entiers relatifs. En mathématiques de 7^e année, les élèves ont comparé et ordonné des fractions positives, des nombres décimaux positifs et des nombres entiers. En mathématiques de 9^e année, ils vont comparer et ordonner des nombres rationnels, notamment des fractions négatives et des nombres décimaux négatifs. Ils ont utilisé diverses stratégies pour comparer des fractions et des nombres décimaux. On peut revenir ici sur ces stratégies dans le contexte des comparaisons de nombres rationnels.

Le placement du signe moins dans la fraction s'inscrira en prolongement de ce que les élèves ont appris par le passé. Il est important que les élèves comprennent bien que $-\frac{6}{2}, \frac{6}{-2}$ et $\frac{-6}{2}$ sont des fractions équivalentes. Cependant, c'est la première forme qui est préférable. Cela devient apparent quand on fait la division et qu'on obtient, dans les trois cas, –3, quel que soit l'endroit où se trouve le signe moins.

Pour comparer et ordonner les nombres rationnels, on s'appuie dans une large mesure sur le sens des nombres des élèves. Les stratégies pour ordonner les nombres devraient comprendre les suivantes :

- comprendre qu'un nombre négatif est toujours inférieur à un nombre positif
- tracer une droite numérique en indiquant l'origine 0 et en plaçant des fractions positives et négatives servant de points de repère pour les comparaisons, sans les convertir en nombres décimaux :



- comparer des fractions ayant le même dénominateur
- comparer des fractions ayant des dénominateurs différents
- comparer des fractions ayant le même numérateur (Il faudrait que les élèves élaborent diverses stratégies pour comparer les fractions en plus de la mise en évidence du dénominateur commun.)
- trouver les fractions se situant entre deux fractions données ou les nombres décimaux se situant entre deux décimaux quelconques, comme 0,3 et 0,4 , $\frac{1}{2}$ and $\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{2}$ and $-\frac{1}{3}$
- bien lire les fractions ($\frac{1}{4}$ se lit « un quart » ou « un sur quatre », $-\frac{1}{8}$ se lit « moins un huitième » ou « moins un sur huit »)

Les élèves ont un choix de stratégies quand on leur demande de déterminer un nombre rationnel entre une fraction et un nombre décimal. Ils peuvent convertir la fraction en nombre décimal ou inversement, puis utiliser la méthode appropriée.

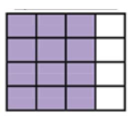
Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d’évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Quelles sont les fractions représentées par le diagramme suivant? Explique ton raisonnement.



- Ordonne les fractions suivantes sans utiliser de représentation décimale et sans convertir toutes les fractions pour qu’elles aient un dénominateur commun : $\frac{3}{5}, \frac{8}{9}, \frac{1}{4}, \frac{9}{10}, \frac{13}{7}, \frac{13}{11}, \frac{7}{8}, \frac{1}{3}$
- Demandez aux élèves quel est le nombre le plus grand :

0,55 ou 0,5 $\qquad \frac{3}{10}$ or $\frac{17}{19} \qquad \frac{2}{3}$ or 0.74

TÂCHES D’ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l’évaluation au service de l’apprentissage (formative) soit pour l’évaluation de l’apprentissage (sommative).

- Utiliser l’estimation pour déterminer l’expression dont le quotient est le plus élevé.

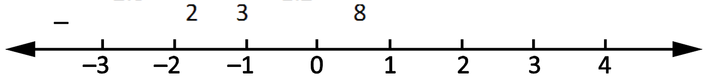
$$\frac{9}{5} \div \frac{11}{12} \qquad 2\frac{1}{5} \div 1\frac{6}{8} \qquad -3\frac{1}{10} \div \frac{5}{6} \qquad -\frac{1}{4} \div -\frac{3}{8}$$

- Trouver trois nombres rationnels se situant dans chacun des intervalles suivants :

– -1 and 0 $\qquad \frac{1}{2}$ and $\frac{1}{3} \qquad -3.5$ and $-3.6 \qquad -\frac{1}{3}$ and -0.4 $\qquad -\frac{2}{3}$ and -0.6

- Ordonner les nombres rationnels suivants sur la droite numérique :

– 2.6 $\quad -\frac{1}{2} \quad \frac{5}{3} \quad$ 1.2 $\quad -\frac{7}{8}$



- Trouver tous les entiers relatifs se situant entre $\frac{11}{5}$ et $-\frac{15}{4}$.

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Présenter des exemples de valeurs positives avec des modèles concrets et des images, avant de passer à la représentation symbolique ou d'introduire des valeurs négatives.
- Faire des généralisations et appliquer une règle pour déterminer le signe du produit ou quotient de nombres rationnels grâce à l'exploration de régularités.
- Prolonger la méthode du dénominateur commun pour la division des fractions, enseignée en 8^{e} année, aux fractions négatives. Lorsque le dénominateur est le même, on peut diviser les numérateurs, comme dans l'exemple suivant :

$$\frac{5}{3}+\frac{-1}{2}=\frac{10}{6}\div\frac{-3}{6}=\frac{10\div(-3)}{6\div 6}=\left(\frac{\frac{-10}{3}}{1}\right)=\frac{-10}{3}$$

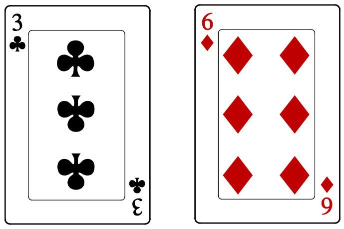
  La réponse se lit « moins dix tiers » et peut être laissée telle quelle, sauf si le contexte de la question exige qu'on l'exprime sous la forme d'un nombre fractionnaire : $-3\frac{1}{3}$.
- Comparer la multiplication et la division de fractions en utilisant la signification des opérations dans des expressions comme :

  $8\div-\frac{1}{2}=-16$ (How many halves in 8? How does the negative sign affect the answer?)

  $8\times-\frac{1}{2}=-4$ (What is half of 8? How does the negative sign affect the answer?)
- Utiliser des droites numériques comme modèles pour comparer et ordonner des nombres rationnels et pour additionner et soustraire des nombres rationnels.
- Pour ce résultat d'apprentissage, il convient de dissuader les élèves d'utiliser la calculatrice, car ils doivent prêter une grande attention aux nombres utilisés.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Préparez un jeu de cartes avec divers nombres rationnels. Donnez une carte à chaque élève. Répartissez les élèves en équipes. Les élèves doivent comparer leurs cartes et se mettre par ordre croissant ou décroissant. L'équipe qui se met dans l'ordre le plus vite gagne. Vous pouvez aussi organiser une variante du jeu appelée le « jeu de la corde à linge ». Les élèves doivent « accrocher » les cartes à une corde à linge préparée à l'avance. Cette corde à linge est graduée à intervalles réguliers, ces intervalles représentant les entiers relatifs sur une droite numérique.
- Dans plusieurs jeux de cartes, enlevez toutes les cartes numérotées de 2 à 9. Ce sont les cartes pour le jeu. Mettez les élèves par deux et donnez à chaque groupe de deux une série de cartes de jeu. Les élèves disposent les cartes face cachée et retournent deux cartes à la fois.



- Les noires représentent des nombres positifs et les rouges des nombres négatifs. Les élèves forment deux fractions à partir des cartes indiquées. Dans le cas ci-dessus, les fractions seront $-\frac{3}{6}$ et $-\frac{6}{3}$. Le premier élève qui détermine celle des fractions qui est la plus proche de zéro gagne le tour. Le jeu se poursuit jusqu'à épuisement du jeu de cartes. On peut modifier cette activité pour le travail sur les nombres décimaux.
- Utilisez les régularités pour justifier les résultats de la multiplication d'un nombre négatif par un nombre négatif en vous servant de nombres rationnels. Dites aux élèves de compléter la régularité suivante :

$$3 \times \frac{-1}{2} = -\frac{3}{2}$$
$$2 \times \frac{-1}{2} = -1$$
$$1 \times \frac{-1}{2} = \frac{-1}{2}$$
$$0 \times \frac{-1}{2} = 0$$
$$-1 \times \frac{-1}{2} = \frac{1}{2}$$
$$-2 \times \frac{-1}{2} = \_\_\_\_$$
$$-3 \times \frac{-1}{2} = \_\_\_\_$$

- Trouve trois nombres rationnels entre deux nombres décimaux donnés, comme 0,6 et 0,61. Choisis un de ces nombres et explique pourquoi il se situe entre ces deux nombres donnés.
- Dans un carré magique, la somme de chaque ligne, colonne ou diagonale est la même :
  - Crée un carré magique à l'aide de nombres rationnels positifs et négatifs écrits sous forme décimale.
  - Crée un carré magique à l'aide de nombres rationnels positifs et négatifs écrits sous forme fractionnaire.

- On a une petite piscine de jardin pour enfants qui a une petite fuite. En une après-midi, un huitième de l'eau s'échappe de la piscine. Qu'est-ce que l'expression ci-dessous pourrait décrire dans cette situation?

  $$0.75 \times \left(-\frac{1}{8}\right)$$

  – Utilisez l'approche de la réflexion à deux pour donner aux élèves le temps de réfléchir à la question : les élèves réfléchissent individuellement, puis s'associent à un partenaire pour discuter de leurs idées. Après la discussion à deux, les élèves se mettent par petits groupes ou se mettent tous ensemble pour discuter.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- pièces fractionnaires
- carreaux d'entiers relatifs
- droites numériques (outils mathématiques virtuels)

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ comparer ▪ entier relatif ▪ inférieur, le plus petit ▪ nombre rationnel ▪ repère ▪ simplifier ▪ supérieur, le plus grand ▪ valeur de position	▪ comparer ▪ entier relatif ▪ inférieur, le plus petit ▪ nombre rationnel ▪ repère ▪ simplifier ▪ supérieur, le plus grand ▪ valeur de position

Ressources

Internet

« Ordering Rational Numbers », *SoftSchools.com* (Softschools.com, 2015) : www.softschools.com/math/rational_numbers/ordering_rational_numbers

Interactive Math Tools (Pearson, s. d.) : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875

Imprimé

- *Pearson Mathématiques 9* (Baron *et al.,* 2009; n° NSSBB : 2001644)
  - Module 3 – Les nombres rationnels
    - Section 3.1 – Qu'est-ce qu'un nombre rationnel?
    - Savoir réussir – Comment puis-je apprendre de mes camarades?
    - Section 3.2 – Additionner des nombres rationnels
    - Section 3.3 – Soustraire des nombres rationnels
    - Jeu – Le plus proche de zéro
    - Section 3.4 – Multiplier des nombres rationnels
    - Section 3.5 – Diviser des nombres rationnels
    - Problème du module – Analyser des données sur la température
  - *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; n° NSSBB : 2001645)
    - fiches d'évaluation
    - exercices supplémentaires
    - tests du module
  - *ProGuide* (DVD; n° NSSBB : 2001645)
    - pages du manuel de l'élève pour projection
    - matériel reproductible modifiable
- *Making Math Meaningful to Canadian Students, K–8* (Small, 2009), p. 207–209
- *Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8*, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006), p. 148–149

RAS N04 On s'attend à ce que les élèves expliquent et appliquent la priorité des opérations, y compris pour les exposants, avec et sans la technologie. [RP, T]			
[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CM]** Calcul mental et estimations

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

N04.01 Résoudre un problème donné à l'aide de la priorité des opérations sans l'aide de la technologie.
N04.02 Résoudre un problème donné à l'aide de la priorité des opérations et de la technologie.
N04.03 Trouver, dans une solution incorrecte donnée, l'erreur faite en appliquant la priorité des opérations

Portée et séquence

Mathématiques 8^{e} année	**Mathématiques 9^{e} année**	**Mathématiques 10^{e} année**
N06 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la multiplication et la division de fractions et de nombres fractionnaires de signe positif, sous forme concrète, imagée et symbolique. **N07** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la multiplication et la division de nombres entiers, sous forme concrète, imagée et symbolique.	**N04** On s'attend à ce que les élèves expliquent et appliquent la priorité des opérations, y compris pour les exposants, avec et sans la technologie.	**AN02** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les nombres irrationnels en représentant, en identifiant et en simplifiant des nombres irrationnels, et en mettant en ordre de tels nombres. **MF01** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant des prix unitaires et le change de devises à l'aide du raisonnement proportionnel. **MF02** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris la rémunération, y compris le salaire horaire, le salaire fixe, le travail à forfait, les commissions et le travail à la pièce, pour calculer le revenu brut et le revenu net

Contexte

On a introduit la priorité des opérations en 6e année et on l'a mise en pratique en mathématiques de 7e et de 8e année, lors de la résolution de problèmes faisant intervenir diverses opérations sur les entiers relatifs, les nombres décimaux positifs et les fractions. En mathématiques de 9e année, les élèves vont élargir les règles de la priorité des opérations aux exposants et aux nombres rationnels négatifs. Il est important que les élèves disposent de bases solides sur les opérations faisant intervenir des nombres rationnels, parce que c'est un aspect fondamental de l'étude de l'algèbre.

La priorité des opérations se présente comme suit :
1. **Parenthèses** – Les parenthèses regroupent des symboles de façon à ce qu'on les traite comme un seul et même terme.
2. **Exposants**
3. **Multiplication et division** de gauche à droite, dans l'ordre dans lequel elles apparaissent. Ceci signifie que l'on effectue les multiplications et les divisions avant les additions et les soustractions. Cela ne signifie pas qu'il faut faire les multiplications avant les divisions. La multiplication et la division ont la même priorité. Si une expression contient à la fois des multiplications et des divisions, on les fait de gauche à droite.
4. **Addition et soustraction** de gauche à droite, dans l'ordre dans lequel elles apparaissent.

Il est important que les élèves montrent qu'ils ont bien compris la priorité des opérations, avec et sans l'utilisation de la calculatrice, et ne se contentent pas de mémoriser l'expression mnémotechnique « Peut-être mon dernier AS ». Cette expression mnémotechnique sert uniquement à la mémorisation et n'aide pas à comprendre qu'il faut appliquer les exposants avant les multiplications (parce que les exposants représentent des multiplications répétées), qu'il faut faire les multiplications avant les additions (parce que les multiplications représentent des additions répétées) et que la même chose s'applique aux divisions et aux soustractions, parce qu'il existe une relation inverse entre la multiplication et la division et entre l'addition et la soustraction. Pour aider les élèves à bien saisir cela, examinez l'impact des regroupements et de la priorité des opérations sur les réponses obtenues avant d'évoquer l'expression mnémotechnique, en examinant l'ordre de priorité dans lequel il faut exécuter les opérations. L'expression « Peut-être mon dernier AS » sert simplement à mémoriser cet ordre. Commencez en examinant une expression pour voir si la priorité joue un rôle. Par exemple, dans $2+3\times 5$:

<u>Faux :</u>	<u>Vrai :</u>
$2+3\times 5$	$2+3\times 5$
$=5\times 5$	$=2+15$
$=25$	$=17$

Comme $2+3\times 5$ peut s'écrire $2+5+5+5$=17, il est raisonnable de faire la multiplication avant l'addition.

On peut examiner les exposants de la même manière. Comme $2\times 4\times 4\times 4=128$ peut s'écrire 2×4^3, il est raisonnable de faire l'exposant avant la multiplication.

Quand une expression contient plus d'une opération, cela peut susciter de la confusion. Il faut que les élèves comprennent que le choix de l'opération à faire en premier est important. Dites aux élèves d'examiner des expressions dans lequel l'ordre des opérations a de l'importance. Exemple :

<u>Vrai :</u>

$$\frac{5}{6} \div \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{4}\right)$$
$$= \frac{5}{6} \times \frac{2}{1} \times \left(-\frac{1}{4}\right)$$
$$= \frac{5}{3} \times \left(-\frac{1}{4}\right)$$
$$= -\frac{5}{12}$$

<u>Faux :</u>

$$\frac{5}{6} \div \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{4}\right)$$
$$= \frac{5}{6} \div \left(-\frac{1}{8}\right)$$
$$= \frac{5}{6} \times \left(-\frac{8}{1}\right)$$
$$= -\frac{20}{3}$$

Les réponses obtenues sont différentes. Il faut faire les opérations dans l'ordre dans lequel elles apparaissent, de gauche à droite.

Pour voir si les élèves ont compris, il faudrait leur donner des étapes menant à une solution fausse à un problème et il faudrait qu'ils soient capables de mettre en évidence l'étape où l'on a fait une erreur.

Il faudrait que les élèves montrent qu'ils savent évaluer des expressions faisant intervenir des fractions, des puissances, des nombres décimaux et des entiers négatifs.

NOTE : Les élèves peuvent utiliser la calculatrice. Cependant, sachez que les séquences de saisie peuvent varier d'une calculatrice à l'autre. L'exploration de ces différences pourrait offrir l'occasion de mieux comprendre la priorité des opérations. Il est important que les élèves sachent comment leur propre calculatrice traite ce qu'ils saisissent et qu'ils soient capables d'appliquer ces connaissances.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Joue au jeu « Bingo de la priorité des opérations » de NCTM : http://illuminations.nctm.org/Lesson.aspx?id=2583.

- Quelles opérations faut-il faire en premier dans les expressions suivantes?
  - $1\frac{2}{5}-\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}$
  - $\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\right)\times\frac{7}{8}$
  - $3+\frac{5}{6}-\frac{4}{5}\div\frac{4}{5}$
- Évalue les expressions ci-dessus, en indiquant toutes les étapes.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Sans utiliser de calculatrice, simplifie l'expression et exprime ta réponse sous forme de fraction.
  - Si l'on insère une paire de parenthèses, combien de réponses différentes sont possibles?
  - Si l'on insère deux paires de parenthèses, est-il possible d'avoir une réponse différente?

  $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$

- Utilise une calculatrice pour simplifier l'expression suivante :

  $\frac{56.3-22.5}{4.2\times(5.9-10.5)}$

- Trie les résultats des expressions suivantes, du plus petit au plus grand :

  $\frac{-3}{4}-\left(\frac{-3}{4}+\frac{4}{-5}\right)$ $\qquad$ $\frac{-3}{5}-\frac{-3}{4}+\frac{9}{-10}$ $\qquad$ $6\div\frac{-1}{5}-\frac{1}{-2}$ $\qquad$ $\frac{3}{5}-\left(\frac{-3}{5}-\frac{-2}{3}\right)$

- Indique à quel endroit on a fait une erreur et explique-toi :

  $5-2(4+5)^2$

  $5-2(9)^2 \quad \textit{étape}\,1$

  $3(9)^2 \quad \textit{étape}\,2$

  $3(81) \quad \textit{étape}\,3$

  $243 \quad \textit{étape}\,4$

- Utilise une calculatrice pour convertir les températures en degrés Fahrenheit en degrés Celsius, à l'aide de la formule suivante : $^{\circ}\mathrm{C}=\frac{5}{9}\left(^{\circ}\mathrm{F}-32^{\circ}\right)$

  10 °F $\qquad$ 15 °F $\qquad$ –17,2 °F

- Explique pourquoi il est essentiel que les règles de la priorité des opérations pour les nombres rationnels soient les mêmes que les règles de la priorité des opérations pour les entiers relatifs.

Planification de l’enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Explorer diverses expressions dans lesquelles on utilise des parenthèses, des fractions et des nombres négatifs. Grâce à ces explorations, les élèves montreront que les règles de la priorité des opérations garantissent des résultats cohérents.
- Il convient d’encourager les élèves à faire les opérations sans calculatrice autant que possible. Cependant, certaines questions se prêtent davantage que d’autres à l’utilisation d’une calculatrice. Lors de l’évaluation d’expressions avec des nombres décimaux, il est approprié d’utiliser une calculatrice lorsqu’il faut multiplier par des nombres à plus de deux chiffres ou diviser par des nombres à plus d’un chiffre.
- Dire aux élèves de comparer leurs résultats lorsqu’ils utilisent une calculatrice pour simplifier l’expression et, s’ils ont des résultats différents, de déterminer en quoi les calculatrices interprètent les données saisies de façon différente. Vous aurez l’occasion de souligner l’importance de la priorité des opérations et de l’emploi correct de la calculatrice.
- À des fins de différentiation, dire aux élèves de simplifier des expressions, en indiquant chaque étape dans la priorité des opérations. À la droite de chaque étape, indiquer s’il s’agit de parenthèses, d’un exposant, d’une multiplication, d’une division, d’une addition ou d’une soustraction.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L’APPRENTISSAGE

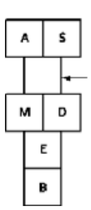
- Simplifie des expressions incluant des fractions et une combinaison d’opérations, sans utiliser de calculatrice, et exprime la réponse sous forme de fraction. Explore l’impact sur la réponse de l’insertion d’une ou plusieurs paires de parenthèses à divers endroits. Exemples :

$\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}-\frac{4}{3}\times\frac{3}{2}=-\frac{5}{3}$ $\quad$ $\frac{1}{2}\times\left(\frac{2}{3}-\frac{4}{3}\right)\times\frac{3}{2}=-\frac{1}{2}$ $\quad$ $\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}-\frac{4}{3}\right)\times\frac{3}{2}=-\frac{3}{2}$ $\quad$ $\frac{1}{2}\times\left[\left(\frac{2}{3}-\frac{4}{3}\right)\times\frac{3}{2}\right]=-\frac{3}{2}$

- Insère des parenthèses là où c’est nécessaire pour que l’énoncé suivant soit vrai :

  $\frac{4}{3}$ x 10 + 5 + (–8,1) = 11,9

- Utilise une calculatrice pour explorer l’utilisation des parenthèses pour simplifier des expressions comprenant de multiples termes dans le numérateur et le dénominateur.
- On t’a embauché pour produire une question de vérification des compétences en mathématiques faisant intervenir la priorité des opérations. Crée la question, avec la solution, dont on se servira pour sélectionner le gagnant.
- Explique pourquoi l’analogie avec la marelle ci-dessous fonctionne bien en ce qui concerne la



priorité des opérations.

- Créez un jeu dans lequel on donne aux élèves une bande avec 4 nombres rationnels et on leur demande d'utiliser les formes $+, -, \times, \div, (\ ), \sqrt{\ }, x^2$ pour créer des expressions. Il convient de mettre chaque opération sur un bout de papier individuellement, afin de pouvoir les déplacer autour des nombres. L'enseignant peut demander aux élèves de créer l'expression produisant la solution dont la valeur est la plus élevée ou dont la valeur est la plus proche de zéro, ou encore proposer d'autres variantes.

  Exemples de nombres :

  $\boxed{-1.86 \quad -2 \quad 5.3 \quad 9}$

  $\boxed{(-1.86+2)^2 \times -5.3 - \sqrt{9}}$

  L'une des variantes de cette activité consiste à demander à un élève de choisir 4 nombres, de créer une expression et de demander à son partenaire de simplifier l'expression.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- calculatrice

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ carré ▪ cube ▪ entier relatif ▪ négatif ▪ parenthèse ▪ positif ▪ priorité des opérations	▪ carré ▪ cube ▪ entier relatif ▪ négatif ▪ parenthèse ▪ positif ▪ priorité des opérations

Ressources

Internet

- « 24 » [jeu], *4 Numbers* (4 Numbers, 2015) : www.4nums.com/apps
- « Exploring Order of Operations: Use It », *Math Interactives* (Alberta Education, LearnAlberta.ca, 2015) : www.learnalberta.ca/content/mejhm/index.html?l=0&ID1=AB.MATH.JR.NUMB&ID2=AB.MATH.JR.NUMB.INTE&lesson=html/object_interactives/order_of_operations/use_it.html
- « Order of Operations Bingo », *Illuminations: Resources for Teaching Math* (NCTM, 2015) : http://illuminations.nctm.org/Lesson.aspx?id=2583

Imprimé

- *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*, 8e édition (Van de Walle, Karp et Bay-Williams, 2013), p. 473–474
- *Pearson Mathématiques 9* (Baron *et al.,* 2009; no NSSBB : 2001644)
  - Module 2 – Les lois des puissances et des exposants
    - Section 2.3 – La priorité des opérations dans les puissances
    - Jeu – Opération nombre cible
  - Module 3 – Les nombres rationnels
    - Section 3.6 – La priorité des opérations dans les expressions comportant des nombres rationnels
    - Problème du module – Analyse des données sur la température
  - *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; no NSSBB : 2001645)
    - fiches d'évaluation
    - exercices supplémentaires
    - tests du module
  - *ProGuide* (DVD; no NSSBB : 2001645)
    - pages du manuel de l'élève pour projection
    - matériel reproductible modifiable
- *Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8*, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006), p. 132, 134

RAS N05 On s'attend à ce que les élèves déterminent la valeur exacte de la racine carrée de nombres rationnels positifs. [C, L, RP, R, T]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

N05.01 Déterminer si un nombre rationnel donné est ou n'est pas un nombre carré et expliquer le raisonnement.
N05.02 Déterminer la racine carrée d'un nombre rationnel positif donné qui est un carré parfait.
N05.03 Trouver l'erreur faite dans le calcul donné d'une racine carrée, p. ex. : un élève pense que 3,2 est la racine carrée de 6,4.
N05.04 Déterminer un nombre rationnel positif à partir de la racine carrée de ce nombre rationnel positif.

Portée et séquence

Mathématiques 8^e année	**Mathématiques 9^e année**	**Mathématiques 10^e année**
N01 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les carrés et les racines carrées sous forme concrète, imagée et symbolique (en se limitant aux nombres entiers). **N02** On s'attend à ce que les élèves déterminent la valeur approximative de la racine carrée de nombres qui ne sont pas des carrés (en se limitant aux nombres entiers).	**N05** On s'attend à ce que les élèves déterminent la valeur exacte de la racine carrée de nombres rationnels positifs.	**AN01** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les facteurs de nombres entiers positifs en déterminant les facteurs premiers, le plus grand diviseur (facteur) commun, le plus petit commun multiple, la racine carrée et la racine cubique.

Contexte

En mathématiques de 8^e année, les élèves ont appris les racines carrées de nombres entiers jusqu'à $\sqrt{144}$, en apprenant à la fois les carrés parfaits et les estimations pour les carrés non parfaits. Ils ont vu divers modèles de carrés parfaits, comme des formes carrées dessinées sur du papier quadrillé ou construites avec des carreaux de couleur. De même, on peut avoir une fraction ou un nombre décimal qui est un carré parfait s'il peut être représenté sous la forme de l'aire d'un carré. Les élèves ont trouvé les racines carrées de carrés parfaits à l'aide de la factorisation en nombres premiers, du calcul mental, de l'estimation et de la calculatrice. Il convient de revenir sur ces stratégies, en les accompagnants d'une discussion sur les situations dans lesquelles on utilise telle ou telle stratégie.

En mathématiques de 9^{e} année, on élargit l'étude des racines carrées, dans l'optique de trouver les racines carrées de nombres rationnels positifs qui sont des carrés parfaits : nombres entiers, fractions et nombres décimaux.

Les mathématiques utilisent $\sqrt{}$ pour représenter exclusivement les racines positives, ce qui signifie que le résultat de $\sqrt{25}$ et 5, qui s'appelle la « racine carrée principale ». Cependant, quand on résout une équation comme $x^2 = 4$, il y a deux solutions : +2 et –2.

$$x^2 = 4$$
$$x = \pm\sqrt{4}$$
$$x = \pm 2$$

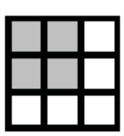
Il faudrait que les élèves comprennent que, dans les situations de résolution de problèmes, la réponse est presque toujours la racine carrée positive du nombre, parce que c'est la seule valeur qui a un sens dans la plupart des contextes. Il est cependant utile pour les élèves de prendre conscience du fait qu'il existe bien deux solutions, la valeur positive et la valeur négative. Même si l'on ne s'attarde pas sur ce point à ce niveau, ce sera important lors de la résolution d'équations aux niveaux scolaires plus avancés.

Il faudrait que les élèves apprennent les carrés parfaits de nombres entiers jusqu'à 400 et soient capables de déterminer les carrés parfaits au-delà de 400 par tâtonnements, à l'aide de stratégies d'estimation ou à l'aide de la factorisation en nombres premiers. Par exemple, si l'élève sait que $\sqrt{144} = 12$ et que $\sqrt{400} = 20$, alors il peut faire une estimation de $\sqrt{256}$, qui se situera entre 12 et 20.

Les racines carrées de fractions et de nombres décimaux sont dans tous les cas dérivées de carrés parfaits de nombres entiers. Par exemple, on demandera aux élèves de trouver $\sqrt{\frac{36}{25}}, \sqrt{0.25}, \sqrt{1.44}$. Il faudrait que les élèves soient également capables d'expliquer pourquoi 25 et 0,25 sont des carrés parfaits, mais non 2,5.

En mathématiques de 8^{e} année, les carrés parfaits sont reliés à l'aire de carrés. Lorsque les élèves cherchent à déterminer la racine carrée de nombres rationnels positifs, il faudrait à nouveau les encourager à imaginer que l'aire représente le carré parfait et que le côté du carré est la racine carrée.

Il faudrait que les élèves calculent le côté d'un carré sachant que l'aire fait $\frac{4}{9}$ unités carrées, en créant un carré de 3 unités sur 3, qui donne une aire de 9 unités^2, et en coloriant 4 de ces 9 unités.



Il faudrait que les élèves observent que le côté du carré fait 3 unités et que deux de ces unités sont colorées. Le carré dont l'aire fait $\frac{4}{9}$ unités^2 a des côtés qui font $\frac{2}{3}$ unités. Ceci devrait conduire les élèves à conclure que $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$. Demandez-leur de confirmer la réponse en vérifiant que $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$.

On peut aussi utiliser cette méthode pour déterminer la racine carrée d'un nombre décimal. Pour déterminer la valeur de $\sqrt{0.64}$, par exemple, il faut que les élèves convertissent d'abord le nombre en fraction : $\frac{64}{100}$. Il faudrait que les élèves pensent à une grille de 10 x 10 avec 64 blocs coloriés. Il faudrait que les élèves se servent de ce carré comme support visuel pour déterminer que $\sqrt{0.64} = \frac{8}{10}$, soit 0,8.

Cette méthode imagée est une manière efficace de présenter les racines carrées de nombres rationnels. Il faudrait que les élèves prennent conscience de l'émergence d'une régularité quand ils utilisent les modèles avec carrés pour déterminer les racines carrées. La racine carrée d'un nombre rationnel ou d'un quotient est égale au quotient de la racine carrée du numérateur et du dénominateur. Autrement dit, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$. À mesure que les élèves exploreront plusieurs exemples de recherche de la racine carrée d'un nombre rationnel positif qui est un carré parfait, ils devraient remarquer que la valeur est un nombre décimal avec un nombre fini de chiffres après la virgule.

Pour déterminer si une fraction est un carré parfait sans s'appuyer sur un modèle avec l'aire, il faudrait que les élèves déterminent si le numérateur et le dénominateur sont des carrés parfaits. Les élèves devraient remarquer que $\sqrt{\frac{36}{25}}$ est un carré parfait, puisque le numérateur et le dénominateur sont tous deux des carrés parfaits. Si le numérateur et le dénominateur ne sont pas des carrés parfaits, il est parfois possible pour les élèves d'écrire une fraction équivalente, dans laquelle le numérateur et le dénominateur sont des carrés parfaits. Par exemple, le nombre rationnel $\sqrt{\frac{8}{50}}$ est un carré parfait, parce qu'il est équivalent à la fois à $\sqrt{\frac{4}{25}}$ et à $\sqrt{\frac{16}{100}}$.

Pour déterminer si un nombre rationnel comme 1,44 est un carré parfait, demandez aux élèves d'examiner son équivalent fractionnaire, à savoir $\frac{144}{100}$. Comme dans l'exemple ci-dessus, ils devraient parvenir à la conclusion que 144 et 100 sont tous deux des carrés parfaits et donc que $\frac{144}{100}$ est aussi un carré parfait. Il est possible que les élèves préfèrent utiliser comme méthode l'analyse du numérateur et du dénominateur pour déterminer si un nombre rationnel est un carré parfait. Mais il existe aussi d'autres méthodes. Ils devraient vérifier que 12 est la racine carrée de 144, de sorte que 144 est un carré parfait. Comme $12 \times 12 = 144$, les élèves devraient se rendre compte que $1.2 \times 1.2 = 1.44$ et en conclure que 1,44 est aussi un carré parfait.

Il est possible que certains élèves tentent de généraliser l'approche du numérateur et du dénominateur aux nombres fractionnaires. Il convient cependant de les avertir que $16\frac{4}{9}$ n'est pas nécessairement un carré parfait du fait que 16, 4 et 9 sont tous trois des carrés parfaits. Lorsqu'on convertit $16\frac{4}{9}$ en fraction impropre, c'est-à-dire $\frac{148}{9}$, on voit qu'il ne s'agit pas d'un carré parfait.

Le fait de conduire les élèves à se livrer à une analyse des erreurs les rend plus sensibles aux erreurs que font couramment les élèves. Le nombre 4 est l'un des carrés parfaits que les élèves utilisent souvent. Il est possible que les élèves se trompent dans le calcul de racines carrées parce qu'ils divisent le nombre donné par deux au lieu de chercher sa racine carrée. Cette idée fausse découle probablement du fait que, dans ce cas particulier, la moitié de 4 et la racine carrée de 4 ont la même valeur. Il convient donc d'utiliser des nombres autres que 4 pour aider les élèves à surmonter les erreurs les plus courantes.

Il est également possible que les élèves aient du mal à bien déterminer les chiffres après la virgule lorsqu'ils recherchent la racine carrée de nombres rationnels. Rappelez-leur que, lorsqu'un nombre rationnel se situe entre 0 et 1, la racine carrée sera plus supérieure au nombre lui-même. Demandez aux élèves de trouver la valeur des racines carrées suivantes et d'observer la tendance dans la valeur de position.

$\sqrt{8100} = 90$
$\sqrt{81} = 9$
$\sqrt{0.81} = 0.9$
$\sqrt{0.0081} = 0.09$

Il faudrait que les élèves soient en mesure de déterminer un nombre à partir de sa racine carrée. Par exemple, sachant que la racine carrée d'un nombre est 0,7, quel est le nombre? Ceci tient au fait (à explorer) que le carré et la racine carrée sont des opérations opposées. Si vous trouvez la racine carrée d'un nombre, puis que vous calculez le carré du résultat, vous reviendrez à votre point de départ.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

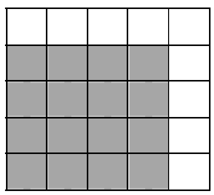
On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Simplifie :
  - 5^2
  - $\sqrt{196}$
  - $\sqrt{64}$
  - $\sqrt{10\,000}$
- Entre quels nombres consécutifs se situe chacune des racines carrées suivantes?
  - $\sqrt{115}$
  - $\sqrt{43}$
- Fais une estimation de la valeur de chaque racine carrée dans la question ci-dessus, à deux chiffres après la virgule.

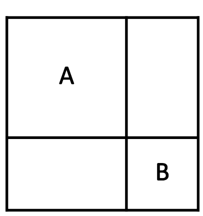
TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Sachant qu'une piste de danse a une surface de 256 m^2, est-ce qu'il est possible que la piste soit carrée?
- Détermine le nombre et la racine carrée du nombre qui peuvent être représentés par cette grille, sachant que le carré complet représente 1.



- Explique le terme « carré parfait ». Donne trois exemples de carrés parfaits : un nombre entier, une fraction et un nombre décimal. Utilise des diagrammes pour montrer pourquoi il s'agit de carrés parfaits.
- Trouve la racine carrée de 289 à l'aide de la stratégie des « tâtonnements » et à l'aide de la factorisation en nombres premiers.
- Est-ce que 30, 1,6 et $\frac{2}{5}$ sont des carrés parfaits? Explique ton raisonnement pour chacun.
- Détermine, parmi les nombres suivants, ceux qui sont des carrés parfaits : 0,49, 4,9 et 0,0049. Explique ton raisonnement.
- Indique l'erreur dans les calculs suivants :
  - $\sqrt{16} = 8$
  - $\sqrt{0.036} = 0.6$
- Le passetemps préféré de Marie est de créer des mosaïques en vitrail. Elle veut en créer une dont l'aire est 3,24 cm^2. Détermine si elle peut lui donner la forme d'un carré parfait.
- On a une salle de spectacle carrée divisée en 4 sections. Les sections A et B sont elles aussi des carrés. L'aire de la section A est 16 m^2 et l'aire de la section B est 9 m^2. Détermine l'aire combinée de l'espace restant dans la salle.



- Jim vit au centre-ville d'une ville dans laquelle les maisons sont très serrées les unes près des autres. Il veut peindre un rebord de fenêtre au deuxième étage. Ce rebord se situe à 3,5 m au-dessus du sol. La seule échelle disponible fait 5 m de long. L'espace entre les maisons n'est que de 2 m et la fenêtre est sur le côté de la maison.

- S'il met l'échelle à la hauteur du rebord, à quelle distance de la maison devra se trouver la base de l'échelle?
- S'il met l'échelle aussi loin de la maison que la maison voisine le permet, quelle hauteur l'échelle atteindra-t-elle sur le côté de la maison?
- Est-ce que cette échelle a une longueur adaptée pour peindre le rebord de fenêtre?

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

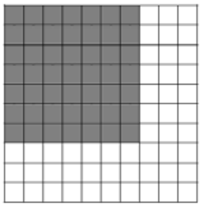
Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Utiliser des modèles avec l'aire pour explorer les racines carrées pour les fractions.
- Faire le lien entre la mise en évidence du carré d'un nombre et la mise en évidence du carré de la longueur des côtés d'un carré. Faire le lien entre les dimensions d'un carré et la mise en évidence de la racine carrée d'un nombre.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Mettez les élèves par groupes et fournissez-leur les énoncés suivants, en indiquant qu'ils sont « toujours vrais », « parfois vrais » ou « jamais vrais ». Dites aux élèves de fournir un exemple et, quand c'est approprié, un contrexemple pour chaque énoncé et d'expliquer leur raisonnement.
  - Le carré d'un nombre naturel est un nombre naturel.
  - La racine carrée d'un nombre naturel est un nombre naturel.
  - Le carré d'un nombre quelconque est supérieur au nombre lui-même.
  - la racine carrée d'un nombre est inférieure au nombre lui-même.
  - $\sqrt{n^2} = n$
  - Les nombres décimaux qui sont des carrés parfaits ont un nombre pair de chiffres après la virgule.
  - Les carrés parfaits ont un nombre pair de facteurs premiers.
  - Lorsqu'un nombre fractionnaire comprend un nombre entier qui est un carré parfait et un numérateur et un dénominateur qui sont eux aussi des carrés parfaits, le nombre fractionnaire est lui aussi un carré parfait.
- Mettez les élèves au défi de trouver $\sqrt{\frac{8}{18}}$. Quelle serait la première étape? (Notez que toutes les fractions équivalentes produiraient la même réponse : $\sqrt{\frac{8}{18}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$)
- Dites aux élèves d'explorer la question de savoir si la racine carrée de nombres supérieurs à 1 est toujours inférieure au nombre lui-même. Par exemple, $\sqrt{64} = 8, \sqrt{1.21} = 1.1$, etc. Ceci peut donner une idée fausse, qui est que ce serait toujours vrai pour tous les nombres. Dites aux élèves d'examiner la racine carrée de carrés parfaits inférieurs à 1, comme $\sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$ ou $\sqrt{0.01} = 0.1$. On peut

utiliser un modèle avec l’aire pour les nombres décimaux, avec une grille de 10x10. Par exemple, la grille suivante représente $\sqrt{\dfrac{49}{100}}$:



- Fais le lien entre les racines carrées de nombres décimaux et les racines carrées de fractions. Par exemple, $\sqrt{0.25} = \sqrt{\dfrac{25}{100}}$.
- Déterminer la valeur de chaque racine carrée sous sa forme la plus simple :
  – $\sqrt{\dfrac{9}{36}}$ $\sqrt{\dfrac{196}{49}}$
- Fournissez aux élèves le scénario suivant et demandez-leur de décider qui a raison et d’expliquer les erreurs commises dans les deux solutions fausses :
  – Katelyn a calculé que la racine carrée de 3,6 est 1,8. Selon Nick, la réponse est 0,6 et, selon Renée, la réponse devrait être 1,9.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D’ARTICLES À MANIPULER

- calculatrice
- carreaux de couleur*
- géoplans*
- papier quadrillé

* également disponibles dans *Interactive Math Tools* (Pearson, s. d.)

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	**Élève**
▪ carré non parfait	▪ carré non parfait
▪ carré parfait	▪ carré parfait
▪ modèle avec l’aire	▪ modèle avec l’aire
▪ nombre rationnel	▪ nombre rationnel
▪ opération inverse	▪ opération inverse
▪ racine carrée	▪ racine carrée

Ressources

Internet

Interactive Math Tools (Pearson, s. d.) : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875

Imprimé

- *Pearson Mathématiques 9* (Baron *et al.,* 2009; n° NSSBB : 2001644)
  - Module 1 – Les racines carrées et l'aire de la surface
    - Section 1.1 – Les racines carrées des carrés parfaits
    - Jeu – Fabriquer un grand carré à partir de deux plus petits
  - *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; n° NSSBB : 2001645)
    - fiches d'évaluation
    - exercices supplémentaires
    - tests du module
  - *ProGuide* (DVD; n° NSSBB : 2001645)
    - pages du manuel de l'élève pour projection
    - matériel reproductible modifiable
- *Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8*, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006), p. 150–151

RAS N06 On s'attend à ce que les élèves déterminent la valeur approximative de la racine carrée de nombres rationnels positifs. [C, L, RP, R, T]			
[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CM]** Calcul mental et estimations

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

N06.01 Estimer la racine carrée d'un nombre rationnel donné qui n'est pas un carré parfait en ayant recours à des racines carrées de carrés parfaits comme points de repère.
N06.02 Déterminer approximativement la racine carrée d'un nombre rationnel donné qui n'est pas un carré parfait à l'aide de la technologie, p. ex. une calculatrice ou un ordinateur.
N06.03 Expliquer pourquoi la racine carrée d'un nombre rationnel donné, calculé à l'aide d'une calculatrice, peut être une approximation.
N06.04 Trouver un nombre dont la racine carrée se situe entre deux nombres donnés.

Portée et séquence

Mathématiques 8^{e} année	Mathématiques 9^{e} année	Mathématiques 10^{e} année
N01 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les carrés et les racines carrées sous forme concrète, imagée et symbolique (en se limitant aux nombres entiers). **N02** On s'attend à ce que les élèves déterminent la valeur approximative de la racine carrée de nombres qui ne sont pas des carrés (en se limitant aux nombres entiers).	**N06** On s'attend à ce que les élèves déterminent la valeur approximative de la racine carrée de nombres rationnels positifs.	**AN01** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les facteurs de nombres entiers positifs en déterminant les facteurs premiers, le plus grand diviseur (facteur) commun, le plus petit commun multiple, la racine carrée et la racine cubique.

Contexte

En mathématiques de 8^{e} année, les élèves ont appris les racines carrées de nombres entiers jusqu'à $\sqrt{144}$, en apprenant à la fois les carrés parfaits et les estimations pour les carrés non parfaits. Ils ont utilisé les carrés parfaits comme repères pour déterminer entre quelle paire de nombres entiers se situe la racine carrée d'un nombre qui n'est pas un carré parfait. Par exemple, comme 27 se situe entre 25 et 36, $\sqrt{27}$ se situe entre 5 et 6. Ils ont également appris que la racine carrée se situait plus près de 5, parce que $\sqrt{27}$ est plus près de $\sqrt{25}$ que de $\sqrt{36}$. Il est possible qu'on ait fait référence au fait que la racine carrée de nombres qui ne sont pas des carrés parfaits produit toujours des nombres décimaux avec un nombre infini de chiffres après la virgule, sans répétition, c'est-à-dire des nombres irrationnels (nombres qu'on ne peut exprimer sous la forme $\frac{a}{b}$). Il est possible qu'on ait utilisé les calculatrices pour voir les nombres décimaux sous forme approximative; quand on a un nombre irrationnel, quel que soit le nombre de chiffres après la virgule qu'on a, cela ne reste qu'une approximation.

En mathématiques de 9^e année, on va exiger des élèves qu'ils fassent l'estimation de la racine carrée de nombres rationnels sous forme fractionnaire et sous forme décimale. Il est possible d'adapter les stratégies utilisées en 8^e année pour faire l'estimation de la racine carrée de nombres rationnels qui ne sont pas des carrés parfaits. Comme pour les nombres entiers, les élèves peuvent utiliser des carrés parfaits comme repères pour faire l'estimation de la racine carrée de fractions ou de nombres décimaux qui ne sont pas des carrés parfaits. Lorsque les élèves font l'estimation de $\frac{14}{22}$, par exemple, il faudrait qu'ils mettent en évidence les carrés parfaits les plus proches de 14 et de 22, à savoir respectivement 16 et 25. Il faudrait que les élèves remarquent que $\frac{14}{22} \doteq \frac{16}{25}$ et que, comme $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$, la racine carrée de $\frac{14}{22}$ est environ $\frac{4}{5}$.

Il est possible que les élèves aient plus de difficultés à déterminer les carrés parfaits servant de repères lors du travail sur les nombres décimaux. Encouragez-les à utiliser des droites numériques pour mieux visualiser la position des nombres les uns par rapport aux autres. Pour faire l'estimation de la racine carrée de 1,30, on prend les deux nombres rationnels les plus proches qui sont des carrés parfaits de chaque côté, à savoir 1,21 et 1,44. Les élèves peuvent ensuite utiliser une droite numérique pour situer ces nombres les uns par rapport aux autres.

Comme la racine carrée de 1,21 fait 1,1 et que la racine carrée de 1,44 fait 1,2, les élèves devraient en conclure que la racine carrée de 1,30 se situe entre 1,1 et 1,2. L'examen de la position de 1,30 par rapport aux deux autres valeurs devrait conduire les élèves à conclure que sa racine carrée est plus proche de 1,1 que de 1,2 et que 1,14 serait une estimation vraisemblable.

Voici deux autres exemples : $\sqrt{0{,}79} \doteq \sqrt{0{,}81} = 0{,}9$, donc $\sqrt{0{,}79} \doteq 0{,}9$; les élèves devraient comprendre que la réponse est légèrement inférieure à 0,9.

Les fractions peuvent être traitées de manière semblable et selon deux approches différentes :

Méthode 1 : Étant donné que $\sqrt{\frac{8}{15}} \doteq \sqrt{\frac{9}{16}}$, et que $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$, nous pouvons dire que $\sqrt{\frac{8}{15}} \doteq \frac{3}{4}$

Méthode 2 : $\frac{8}{15}$ est un peu plus que $\frac{1}{2}$, et $\frac{1}{2} = 0{,}5$. Étant donné que $\sqrt{0{,}5} \doteq \sqrt{0{,}49}$, et $\sqrt{0{,}49} = 0{,}7$, nous pouvons dire que $\sqrt{0{,}5} \doteq 0{,}7$

Une fois que les élèves sont à l'aise quand il s'agit de faire des estimations sans l'aide de la technologie, on peut utiliser une calculatrice pour faire l'approximation des racines carrées. La calculatrice est un outil efficace pour faire l'approximation de racines carrées et fournit généralement une meilleure approximation qu'une estimation. Quand les élèves utilisent une calculatrice pour faire leur estimation, ils devraient remarquer que la racine carrée d'un nombre qui n'est pas un carré parfait produit un nombre décimal avec un nombre infini de chiffres après la virgule, qui ne se répètent pas. La valeur décimale fournie est une approximation et n'est pas absolument exacte. C'est là l'occasion de discuter du niveau d'exactitude qu'on devrait avoir avec une approximation.

Souvent, avec plus de chiffres après la virgule, on a une meilleure approximation de la racine carrée. Cela dit, il est acceptable de se contenter d'un ou de deux chiffres après la virgule.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Détermine, à l'aide d'une droite numérique, si $\sqrt{12}$ est plus proche de $\sqrt{9}$ ou de $\sqrt{16}$.
- Sans utiliser de calculatrice, détermine les deux nombres entiers entre lesquels se situe $\sqrt{80}$. Explique ta méthode.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Fais une estimation des racines carrées suivantes à l'aide de repères. Explique ta stratégie.
  - $\sqrt{300}$
  - $\sqrt{0.45}$
  - $\sqrt{\frac{24}{65}}$
- Trouve la valeur approximative de la racine carrée de 1,4 à l'aide de la stratégie des tâtonnements, puis utilise ta calculatrice pour vérifier. Montre chacune des valeurs que tu as essayées et le résultat du carré de chaque valeur.
- Avec la touche $\sqrt{\ }$ de sa calculatrice, Paul constate que la racine carrée de 87 est exactement 9,327379053. A-t-il raison? Explique pourquoi ou pourquoi pas.
- Trouve :
  - un nombre entier dont la racine carrée se situe entre 6 et 7
  - un nombre rationnel dont la racine carrée se situe entre 0,7 et 0,8
- Demandez aux élèves de faire l'estimation de la longueur des côtés d'un carré dont l'aire fait 31,5 cm^2, au dixième près. Demandez-leur de fournir une explication.
- Comment utiliser l'estimation pour déterminer que 0,7 et 0,007 ne sont pas des valeurs vraisemblables pour $\sqrt{4.9}$?
- Demandez aux élèves d'expliquer pourquoi la réponse affichée par une calculatrice n'est pas nécessairement une réponse exacte.

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Utiliser des carrés parfaits comme repères et demander aux élèves de faire une estimation de $\sqrt{0.24}$.
- S'assurer que les élèves sont à l'aise quand il s'agit d'utiliser les repères qui sont des carrés parfaits entre 1 et 400. On peut explorer la régularité dans la différence entre les carrés parfaits pour aider les élèves à aller au-delà de 144, afin de déterminer les nombres qui sont des carrés parfaits. On compare les différences entre carrés parfaits consécutifs et on explore la régularité.

  1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, ___, ___, _____

  +3 +5 +7 +9 etc

- Guidez les élèves lors du processus algébrique de mise en évidence d'un nombre rationnel dont la racine carrée se situe entre deux nombres donnés.

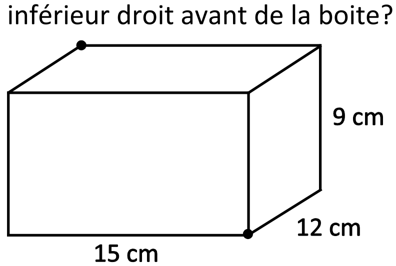
  $2.3 < \sqrt{n} < 2.31$

  $(2.3)^2 < n < (2.31)^2$

  $5.29 < n < 5.3361$

Tâches suggérées pour l'apprentissage

- On a une araignée qui a fait sa toile dans une petite boite en carton dont la longueur fait 15 cm, la largeur 12 cm et la hauteur 9 cm. Quelle est la longueur, en centimètres, de la toile de l'araignée, sachant qu'elle lui permet d'aller en ligne droite du coin supérieur gauche arrière de la boite au coin inférieur droit avant de la boite?



- Étant donné l'aire d'un cercle, utilise la formule suivante pour trouver le rayon de ce cercle :

  $r = \sqrt{\dfrac{A}{x}}$

- Situe les racines carrées des carrés non parfaits suivants sur une droite numérique à l'aide de repères qui sont des carrés parfaits : $\sqrt{8}$, $\sqrt{2}$ et $\sqrt{6}$.

- Demandez aux élèves de faire l’activité suivante :
  - Utilise une calculatrice pour déterminer la valeur de $\sqrt{5}$. Note tous les chiffres affichés à l’écran de la calculatrice.
  - Efface tout sur la calculatrice et saisis le nombre que tu as noté ci-dessus.
  - Mets ce nombre au carré et note le résultat.
  - Compare la réponse au nombre 5. S’agit-il du même nombre? Indique les différences, s’il y en a, et explique leur existence.
- Demandez aux élèves de dresser la liste d’un aussi grand nombre possible de nombres dont la racine carrée se situe entre 18,1 et 18,2 en deux minutes. Après expiration du délai, demandez-leur de passer leur liste à un autre élève. Puis demandez-leur, un à la fois, de lire un nombre dans la liste qu’ils ont sous les yeux. Tous les élèves ayant ce nombre dans leur liste le barrent. On continue. À la fin, la liste dans laquelle il reste le plus grand nombre de nombres non barrés est la gagnante. Mettez les élèves par deux pour cette activité.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D’ARTICLES À MANIPULER

- calculatrice
- grille des centièmes
- « Number Lines »*

* également disponibles dans *Interactive Math Tools* (Pearson, s. d.)

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ carré non parfait ▪ carré parfait ▪ nombre irrationnel ▪ nombre rationnel ▪ opérations inverses ▪ racine carrée	▪ carré non parfait ▪ carré parfait ▪ nombre irrationnel ▪ nombre rationnel ▪ opérations inverses ▪ racine carrée

Ressources

Internet

Interactive Math Tools (Pearson, s. d.) : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875.

Imprimé

- *Pearson Mathématiques 9* (Baron *et al.,* 2009; n° NSSBB : 2001644)
  - Module 1 – Les racines carrées et l'aire de la surface
    - Section 1.2 – La racine carrée des carrés non parfaits
    - Jeu – Fabriquer un grand carré à partir de deux plus petits
  - *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; n° NSSBB : 2001645)
    - fiches d'évaluation
    - exercices supplémentaires
    - tests du module
  - *ProGuide* (DVD; n° NSSBB : 2001645)
    - pages du manuel de l'élève pour projection
    - matériel reproductible modifiable
- *Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8*, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006), p. 150–151

Les régularités et les relations (RR)

RAG : On s'attend à ce que les élèves utilisent des régularités pour décrire le monde et pour résoudre des problèmes.

RAG : On s'attend à ce que les élèves représentent les expressions algébriques de multiples façons.

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage est quelque chose qui peut et devrait se faire au quotidien dans le cadre de l'enseignement. L'évaluation de l'apprentissage est également quelque chose qui devrait se produire fréquemment. Il convient d'utiliser tout un éventail d'approches et de contextes pour évaluer l'ensemble des élèves : collectivement en tant que classe, en groupes et individuellement.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles sont les méthodes et activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Que devrai-je faire pour assurer la concordance entre mes stratégies d'évaluation et mes stratégies d'enseignement?

Suivi sur l'évaluation

Il convient de définir l'enseignement en fonction des données rassemblées sur l'apprentissage à partir de la participation et des travaux des élèves.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?
- De quelles méthodes peut-on se servir pour offrir des commentaires et des suggestions aux élèves en temps opportun?

Planification de l'enseignement

Pour avoir un bon programme de mathématiques, il est nécessaire de planifier l'enseignement afin qu'il se déroule de façon cohérente.

Planification à long terme

- Plan annuel disponible sur *Mathematics Learning Commons: Grades 7–9* à l'adresse : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Est-ce que la leçon concorde avec mon plan pour l'année ou le module?
- Comment incorporer les processus indiqués pour ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et expériences d'apprentissage devrais-je proposer pour favoriser la réalisation des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources didactiques devrais-je utiliser?
- Comment devrais-je m'y prendre pour répondre aux besoins des élèves dans toute leur diversité

RAS RR01 On s'attend à ce que les élèves généralisent une régularité découlant d'un contexte de résolution de problèmes à l'aide d'une équation linéaire et vérifient en faisant des substitutions. [C, L, RP, R, V]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

RR01.01 Écrire une expression représentant une régularité donnée sous forme imagée, orale ou écrite.
RR01.02 Écrire une équation linéaire pour représenter un contexte donné.
RR01.03 Décrire un contexte pour une équation linéaire donnée.
RR01.04 Résoudre, en utilisant une équation linéaire, un problème donné faisant intervenir des régularités linéaires sous forme imagée, orale ou écrite.
RR01.05 Écrire une équation linéaire représentant la régularité qui se dégage d'une table de valeurs donnée et vérifier cette équation en y substituant des valeurs tirées de cette table.

Portée et séquence

Mathématiques 8^e^ année	**Mathématiques 9^e^ année**	**Mathématiques 10^e^ année**
RR01 On s'attend à ce que les élèves fassent la représentation graphique et l'analyse de relations linéaires à deux variables.	**RR01** On s'attend à ce que les élèves généralisent une régularité découlant d'un contexte de résolution de problèmes à l'aide d'une équation linéaire et vérifient en faisant des substitutions.	**RF04** On s'attend à ce que les élèves sachent décrire et représenter des relations linéaires à l'aide de descriptions verbales, de paires ordonnées, de tables de valeurs, de graphiques et d'équations.

Contexte

Il convient d'enseigner ce résultat d'apprentissage en même temps que le résultat d'apprentissage RR02.

On a exposé les élèves aux régularités aux niveaux scolaires antérieurs en les faisant interpréter des graphiques représentant des relations linéaires. En mathématiques de 7^e^ année, les élèves ont utilisé des expressions algébriques pour décrire les régularités et construit des graphiques à partir des tables de valeurs correspondantes. En mathématiques de 8^e^ année, les élèves ont examiné les diverses façons d'exprimer une relation : paires ordonnées, table de valeurs, graphiques, etc. Ils ont également utilisé les régularités pour trouver les valeurs manquantes dans une relation linéaire. On a souvent donné aux élèves des expressions algébriques.

En mathématiques de 7^e^ année, les élèves ont formulé des relations linéaires pour représenter les règles régissant des régularités qui leur étaient présentées à l'oral ou à l'écrit. Cependant, en mathématiques de 8^e^ année, la majeure partie du travail s'est faite avec des relations linéaires qui leur étaient fournies. En mathématiques de 9^e^ année, on se concentre sur l'art d'écrire une expression ou équation à partir d'une relation présentée sous forme imagée, orale ou écrite. On s'attend à ce que les élèves passent indifféremment entre les diverses représentations décrivant des relations linéaires. Ils devraient être capables de décrire les choses en mots et d'utiliser des expressions et des équations pour représenter des régularités qui leur sont présentées sous forme de tables, de graphiques, de schémas, d'images ou de problèmes décrivant des situations. Il convient d'utiliser des informations présentées sous divers formats pour en dégager des expressions et des équations mathématiques et pour faire des prédictions concernant des valeurs inconnues.

Quand une relation linéaire est représentée sous forme imagée ou écrite, il faudrait que les élèves utilisent des régularités pour en dégager l'expression ou l'équation. Il faudrait que les élèves examinent la situation pour déterminer ce qui reste constant, ce qui change et ce que cela signifie pour l'expression ou l'équation. Une fois que les élèves ont produit l'équation, ils sont censés s'en servir pour trouver les valeurs manquantes pour la variable indépendante et dépendante. Il faudrait que les élèves fassent le lien entre le changement constant dans la variable dépendante et l'équation. Les élèves se serviront de ce lien pour substituer des valeurs de la table afin de déterminer l'équation. Ils pourront alors vérifier l'équation à l'aide de la substitution.

Par exemple, lorsque les élèves examinent la table de valeurs suivantes, il faudrait qu'ils regardent la régularité et remarquent qu'il y a un changement constant entre les valeurs (augmentation de 6 d'une valeur à l'autre).

Rang du terme (n)	1	2	3	4	5
Terme (t)	2	8	14	20	26

Dans cette valeur, il faudrait que les élèves se rendent compte que la multiplication du rang du terme (n) par 6 donne à chaque fois une valeur égale à 4 de plus que le terme (t). Autrement dit, on peut déterminer la valeur du terme t en soustrayant 4 de $6n$. L'équation représentant la régularité est donc $t = 6n - 4$. Il faudrait que les élèves vérifient l'équation en substituant les valeurs de la table (quand $n = 5$, $t = 26$). Il faudrait que les élèves soient capables d'utiliser l'équation avec n'importe quelle valeur de n ou de t.

Il faudrait aussi que les élèves travaillent sur des régularités décroissantes qui peuvent être représentées par des équations linéaires.

Lorsque les élèves analysent des images, des tables et des équations, il faudrait qu'ils se rendent compte que chaque forme de représentation est une façon viable de résoudre le problème.

Cette compréhension fait qu'ils ont alors le choix entre plusieurs représentations et qu'ils ne dépendent plus autant de la manipulation procédurielle de la représentation symbolique. Les autres formes de représentation permettent de sensibiliser davantage les élèves aux expressions et équations symboliques. Pour que les élèves parviennent à acquérir ces connaissances afin d'avoir le choix, il est indispensable qu'ils acquièrent de l'expérience dans le travail avec chaque type de représentation.

En outre, il faudrait que les élèves fassent le lien entre ce qu'ils apprennent en mathématiques et des situations en contexte. Demandez aux élèves d'imaginer un contexte décrivant une relation linéaire donnée, comme $c = 3a + 1$.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Pour chacun des problèmes suivants, dresse une table de valeurs illustrant la relation et construis un graphique à partir des paires ordonnées.
  - Les pamplemousses coutent 1,00 $ pièce.
  - Les billets de cinéma coutent 9,00 $ pièce.
  - $y = 2x + 4$
  - $y = \frac{x}{2} + 3$
- Pour l'équation $y = -2x + 3$, trouve les valeurs manquantes dans les paires ordonnées suivantes.
  - $(0, y)$
  - $(x, 1)$
  - $(5, y)$
  - $(x, -1)$
- Ajoute les valeurs manquantes dans la table de valeurs ci-dessous.

x	y
1	3
	7
4	
5	19

Tâches d'évaluation pour la classe / des groupes / individuelles

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Jules fait des exercices pour se mettre en bonne forme physique. Le premier jour, il fait 9 redressements assis; le deuxième, il en fait 13; le troisième, il en fait 17; et le quatrième, il en fait 21. Définis les variables et rédige une équation représentant cette situation. S'il continue ainsi, combien de redressements assis fera-t-il le cinquième jour? Le sixième? Le 10^{e}? Le 20^{e}? Le 50^{e}? Le 60^{e}?
- Rédige une équation linéaire représentant la régularité illustrée par la table de valeurs ci-dessous. Décris un contexte pour cette équation.

x	y
1	10.50
2	11.00
3	11.50
4	12.00

- Soit l'équation $c = 2\ t + 5$. Décris cette relation en faisant une phrase. Compose un problème que cette équation permettrait de résoudre.
- Ta classe prévoit une excursion au zoo. L'école a à payer 200 $ pour l'autobus, plus 5 $ par élève. Combien l'excursion va-t-elle couter pour 42 élèves?
- Jake relit son devoir de mathématiques. Il te téléphone pour vérifier l'équation pour la table de valeurs suivante :

x	*y*
3	8
4	10
5	12
6	14

  Selon lui, l'équation est $y = 3x - 1$, car cette équation est vraie pour le point (3, 8). A-t-il raison? Justifie ta réponse.

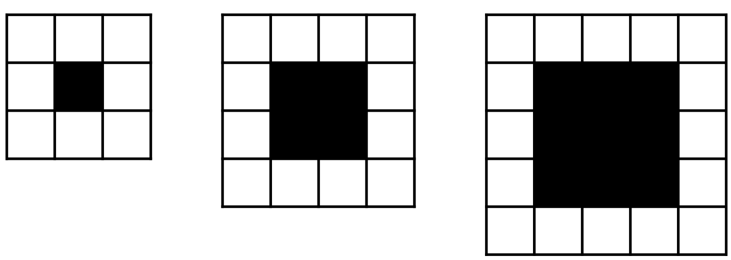
- Talisha paie un forfait ponctuel de 6,00 $ pour télécharger des chansons, plus 0,25 $ par chanson.
  – Écris une équation représentant cette situation.
  – Combien cela couterait-il de télécharger 16 chansons?
  – Combien de chansons peut-on télécharger pour 13,00 $?

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Offrir aux élèves l'occasion d'explorer diverses régularités, en expliquant chaque régularité à l'aide de mots et en rédigeant une équation représentant une situation. Par exemple, l'équation $4s + 4 = b$ représente la relation entre le nombre de briques *b* entourant un foyer en plein air carré et la longueur *s* des côtés du carré.



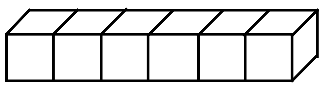
- Proposer aux élèves des activités pour développer leur capacité de rédiger des équations pour des situations décrites sous forme textuelle. Exemple : « Ralph loue des planches à neige à 10,50 $ de l'heure, mais exige une caution non remboursable de 25 $. Combien cela coutera-t-il de louer une planche chez Ralph pour une période de 2 heures? 3 heures? 6 heures? 10 heures? »
- En examinant les régularités qui se dégagent ou la formulation du problème, les élèves devraient être en mesure de rédiger des équations pour des contextes donnés, comme celui d'une caution de 25 $ et d'un tarif de 10,50 $ par heure. On peut s'en servir pour calculer le cout en fonction du nombre d'heures de la location.

- Élaborez les équations à partir de régularités exprimées sous forme de tables. Par exemple, avec la table de valeurs suivantes, dites aux élèves de rédiger une équation, puis de la vérifier en substituant aux variables les valeurs de la table.

Rang (*n*)	1	2	3	4	5
Terme (*t*)	39	35	31	27	23

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Pour explorer les régularités, dites aux élèves d'utiliser des cubes emboitables afin de déterminer le nombre total de faces visibles dans un train de 1 à 6 cubes (ou plus) emboités. Ne pas inclure le dessous des cubes, qui n'est pas visible.



Nombre de cube (n)	1	2	3	4	5	6
Nombre de faces visibles (f)	5	8	11	14	17	20

Pour développer leur compréhension des régularités dans les équations linéaires, dites aux élèves :
– de décrire les régularités qu'ils voient dans la table et d'indiquer en quoi ces régularités se voient dans les cubes;
– d'essayer, après les premiers cubes, de prédire la valeur totale pour 5 cubes et pour 6 cubes;
– de compléter la phrase : « Si tu me dis combien il y a de wagons dans le train, je pourrai t'indiquer le nombre de faces en… »;
– de remplacer les mots par des symboles mathématiques, de décrire la régularité sous la forme d'une équation et d'expliquer le sens de chacun des coefficients dans l'équation.

On peut refaire cette activité avec des trains de blocs-forme.

- Demandez aux élèves de parler des avantages de la description d'une relation à l'aide
  – d'un modèle imagé
  – d'une représentation algébrique

  Demandez-leur quelle représentation ils préfèrent et pourquoi.

- Pour la séquence : 6, 14, 22, 30…
  – Détermine les trois termes suivants.
  – Élabore une expression qu'on pourra utiliser pour déterminer la valeur de chaque terme dans la régularité numérique.
  – Utilise l'expression pour trouver le 20^{e} terme de la régularité.
  – Détermine quel terme vaut 94.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- cubes emboitables
- papier millimétré
- blocs-forme*

* également disponibles dans *Interactive Math Tools* (Pearson, s. d.)

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ changement constant ▪ coefficient numérique ▪ équation ▪ expression ▪ graphique ▪ inconnue (valeurs) ▪ paire ordonnée ▪ rang du terme ▪ régularité ▪ relation linéaire ▪ substitution ▪ table de valeurs ▪ terme ▪ variable dépendante ▪ variable indépendante	▪ changement constant ▪ équation ▪ expression ▪ graphique ▪ inconnue (valeurs) ▪ paire ordonnée ▪ rang du terme ▪ régularité ▪ relation linéaire ▪ substitution ▪ table de valeurs ▪ terme

Ressources

Internet

Interactive Math Tools (Pearson, s. d.) : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875

Imprimé

- *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*, 8e éd. (Van de Walle, Karp et Bay-Williams, 2013), p. 273–277
- *Pearson Mathématiques 9* (Baron *et al.,* 2009; no NSSBB : 2001644)
  - Module 4 – Les relations linéaires
    - Section 4.1 – Décrire des régularités à l'aide d'équations
    - Problème du module – Prédire les tendances musicales
  - *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; no NSSBB : 2001645)
    - fiches d'évaluation
    - exercices supplémentaires
    - tests du module
  - *ProGuide* (DVD; no NSSBB : 2001645)
    - pages du manuel de l'élève pour projection
    - matériel reproductible modifiable

RAS RR02 On s'attend à ce que les élèves fassent la représentation graphique d'une relation linéaire, analysent la représentation graphique et fassent des interpolations et des extrapolations pour résoudre des problèmes. [C, L, RP, R, T, V]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

RR02.01 Décrire la régularité dans un graphique donné.
RR02.02 Tracer le graphique d'une relation linéaire donnée, y compris les droites verticales et horizontales.
RR02.03 Apparier des relations linéaires données aux graphiques correspondants.
RR02.04 Prolonger un graphique donné (extrapoler) pour déterminer la valeur d'un élément inconnu.
RR02.05 Interpoler la valeur approximative d'une variable sur un graphique donné à partir d'une valeur donnée pour l'autre variable.
RR02.06 Extrapoler la valeur approximative d'une variable sur un graphique donné à partir d'une valeur donnée pour l'autre variable.
RR02.07 Résoudre un problème donné en traçant le graphique d'une relation linéaire et en l'analysant.

Portée et séquence

Mathématiques 8e année	**Mathématiques 9e année**	**Mathématiques 10e année**
RR01 On s'attend à ce que les élèves fassent la représentation graphique et l'analyse de relations linéaires à deux variables.	**RR02** On s'attend à ce que les élèves fassent la représentation graphique d'une relation linéaire, analysent la représentation graphique et fassent des interpolations et des extrapolations pour résoudre des problèmes.	**RF01** On s'attend à ce que les élèves interprètent et expliquent les relations entre des données, des graphiques et des situations. **RF05** On s'attend à ce que les élèves sachent déterminer les caractéristiques des graphiques de relations linéaires, y compris les coordonnées à l'origine, la pente, le domaine et l'image. **RF06** On s'attend à ce que les élèves sachent associer les relations linéaires exprimées sous la forme ▪ pente-ordonnée à l'origine ($y = mx + b$) ▪ générale ($Ax + By + C = 0$) ▪ pente-point [$y – y_1 = m(x – x_1$)

Contexte

Il convient d'enseigner ce résultat d'apprentissage en même temps que le résultat d'apprentissage RR01.

En mathématiques de 7^{e} et de 8^{e} année, les élèves ont décrit la relation entre les variables d'un graphique donné. Ils ont également construit et analysé les représentations graphiques d'équations linéaires, en se concentrant sur les données discrètes. En mathématiques de 9^{e} année, on demande aux élèves de décrire des régularités à partir de graphiques. On s'attend à ce qu'ils utilisent la terminologie appropriée (*croissant, décroissant*, etc.) pour décrire la relation entre les deux variables; on s'attend à ce qu'ils travaillent à la fois sur des données discrètes et sur des données continues. Dans les résultats d'apprentissage RR01 et RR02, les élèves travaillent de façon informelle sur le concept de pente. Mais le terme de *pente* n'est introduit qu'en mathématiques de 10^{e} année. Les élèves ont fait l'expérience de la représentation de relations linéaires sous forme graphique en mathématiques de 8^{e} année. Ils vont désormais créer une table de valeurs et utiliser des paires ordonnées pour faire la représentation graphique de relations linéaires. De même, on n'introduit la méthode de la pente et de l'intersection avec l'axe des ordonnées qu'en mathématiques de 10^{e} année et on ne l'aborde donc pas à ce niveau scolaire. Le but du présent résultat d'apprentissage est d'explorer les régularités et de les représenter sous la forme d'équations linéaires en utilisant exclusivement des graphiques et des tables. Ceci fournira aux élèves la base pour comprendre le taux de changement (la pente) et l'intersection avec l'axe des ordonnées pour une équation linéaire ($y = mx + b$), concepts qui seront explorés en mathématiques de 10^{e} année.

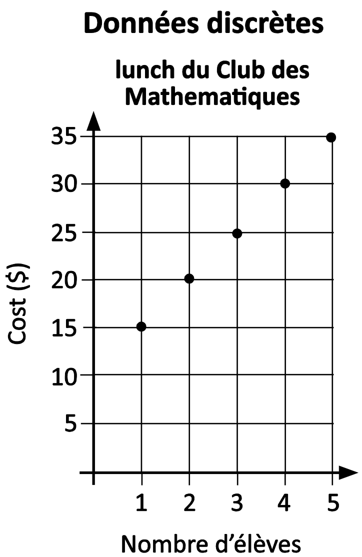
Il faudrait que l'exploration révèle rapidement que la représentation graphique d'une relation linéaire est une ligne droite. Les droites verticales et horizontales se représentent à l'aide d'équations linéaires à une seule variable. Les élèves risquent d'avoir, au début, des difficultés à saisir le concept et il faut donc leur offrir de multiples occasions de le faire. Dans ce cas, les élèves se rendront compte que, tandis que l'une des variables change, l'autre reste la même et garde une valeur constante. Cela leur indique que le graphique sera une droite horizontale ou verticale. Les équations des droites horizontales et verticales ne contiennent qu'une des variables. Du coup, soit x soit y garde une valeur constante. Cela donne une droite qui est soit perpendiculaire à l'axe des abscisses ($x = a$) soit perpendiculaire à l'axe des ordonnées ($y = a$).

Les élèves devraient tracer des droites horizontales, verticales et obliques. Les droites obliques ou inclinées ne sont ni perpendiculaires ni parallèles aux axes des abscisses et des ordonnées. Il s'agit d'un nouveau terme pour les élèves, mais ils ont déjà de l'expérience en dessin de droites obliques à partir d'une table de valeurs. Lors du dessin de droites obliques, les élèves peuvent remplacer x dans l'équation par des valeurs et utiliser leurs connaissances antérieures pour résoudre l'équation afin de déterminer y. À ce stade, on ne s'attend pas à ce qu'ils réorganisent les équations quand ils créent des tables de valeurs. Ils travailleront sur des équations plus complexes ultérieurement dans le cours, dans le module sur les équations linéaires et les inégalités. Pour l'instant, les élèves peuvent éviter d'avoir à résoudre des équations faisant intervenir des nombres rationnels en choisissant des nombres pratiques pour x. Les situations peuvent faire intervenir des données discrètes ou continues.

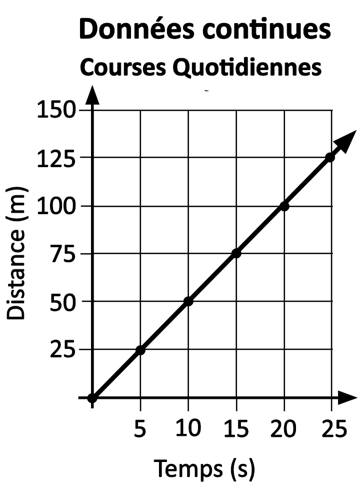
Lors du dessin de relations linéaires, on s'attend à ce que les élèves fassent la distinction entre données discrètes et données continues. Dans les données discrètes, on ne peut avoir qu'un nombre fini ou limité de valeurs possibles. Les données discrètes sont généralement des décomptes : nombre d'élèves dans la classe, nombre de billets vendus, nombre d'articles achetés, etc. Lorsqu'on dessine des points représentant des données discrètes, on ne relie pas les points. S'il n'y a pas de valeur entre les points représentés, on ne trace pas de ligne.

Les données continues ont un nombre infini de valeurs entre deux points. Il est logique d'avoir des fractions. Lorsqu'on dessine des points représentant des données continues, on les relie d'une ligne continue.

Les situations contextuelles comme les suivantes devraient rendre les choses plus concrètes pour les élèves :



Ce graphique a des données discrètes parce qu'il n'est pas possible d'avoir une fraction de personne. Comme il n'existe pas de données entre les points tracés, on ne relie pas ces points.

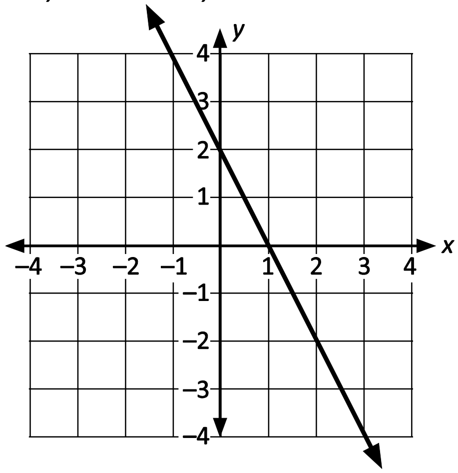


Dans ce graphique, les données sont continues, parce qu'il est logique d'avoir des fractions pour le temps. Les points sont donc reliés par une ligne continue.

Demandez aux élèves de songer à d'autres situations faisant intervenir des données discrètes et des données continues. Comme exemples de données discrètes, on peut évoquer des situations faisant intervenir un certain nombre de gens, un certain nombre d'ingrédients pour les pizzas, un certain nombre de billets de concert, etc. Comme exemples de données continues, on peut évoquer des situations faisant intervenir l'évolution de températures au fil du temps, l'évolution de la taille ou du poids au fil du temps, l'évolution de la distance au fil du temps, etc. Ce n'est que dans des situations contextuelles données qu'il faut prendre la décision de relier ou non les points par une ligne continue. Lorsque les élèves représentent graphiquement une relation linéaire à partir d'une équation donnée sans contexte, on relie les points.

Il faudrait que les élèves prennent conscience du fait que le graphique, la table de valeurs et les paires ordonnées représentent la relation entre deux variables. Pour faire correspondre les graphiques à leurs équations, on peut utiliser des paires ordonnées du graphique, qu'on testera pour voir si elles correspondent bien à l'équation. Il faudrait encourager les élèves à sélectionner au moins deux points à vérifier, car ils risquent de se tromper de graphique s'ils se contentent de ne vérifier qu'un point. Si, par exemple, les élèves choisissent le point (0, 2) lorsqu'ils cherchent l'équation correspondant au graphique, ils risquent de choisir la mauvaise équation. Dans ce cas-ci, la paire ordonnée (0, 2) marche pour les deux équations. C'est en testant une deuxième paire ordonnée qu'ils pourront s'assurer qu'ils ont la bonne équation.

Quelle équation correspond au graphique ci-dessous?
$x + y = 2$ ou $2x + y = 2$?



Les autres méthodes pour trouver l'équation correspondant au graphique, comme la comparaison de la pente du graphique et du point d'intersection avec l'axe des ordonnées à l'équation, ne seront explorées qu'en mathématiques de 10e année.

En mathématiques de 7e année, les élèves ont fait des prédictions sur des quantités inconnues en examinant le graphique et, en mathématiques de 8e année, en utilisant l'équation. On n'a pas introduit formellement les termes d'*interpolation* et d'*extrapolation*. On s'attend désormais à ce que les élèves fassent des prédictions en prolongeant leur graphique. On se concentre ici sur l'interprétation des données et sur les prédictions pour les valeurs inconnues. L'interpolation consiste à prédire une valeur se situant entre deux valeurs connues du graphique. Il est important que les élèves se rendent compte que, lorsque les graphiques représentent des données discrètes, l'interpolation n'est pas appropriée, parce qu'il n'existe pas de point entre les deux points existants. L'extrapolation consiste à prolonger un graphique pour faire une prédiction sur une valeur allant au-delà des valeurs fournies. En règle générale, les élèves sont moins à l'aise vis-à-vis de l'extrapolation que vis-à-vis de l'interpolation. Les élèves ont ici l'occasion de travailler sur des applications tirées du monde réel. Lorsqu'on prolonge le graphique, on suppose que la régularité va se prolonger. Il faut que les élèves se rendent compte que cela n'est pas toujours le cas dans les situations contextuelles. Lorsque les élèves font des inférences à partir de graphiques, il est important qu'ils justifient leurs interpolations et leurs extrapolations.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Fournissez aux élèves une table de valeurs comme la suivante, qui représente une relation linéaire.

x	5	6	7	8	9
y	9	11	13	15	17

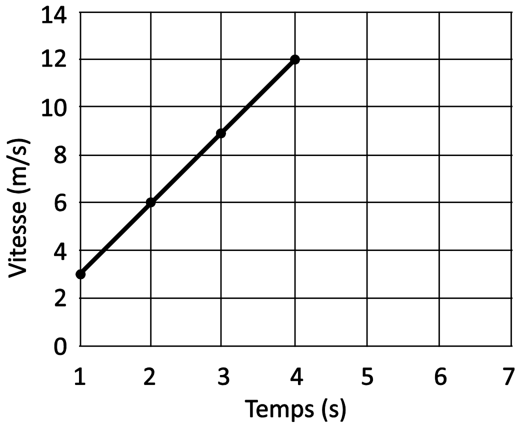
  - Demandez-leur de représenter graphiquement les paires ordonnées figurant dans la table.
  - Décris, en mots, la relation entre l'abscisse et l'ordonnée.
  - Rédige l'équation linéaire avec x et y.
- Pour chacun des problèmes suivants, crée une table de valeurs illustrant la relation et construis un graphique à partir des paires ordonnées.
  - Les pommes sont vendues à 1,00 $ la pièce.
  - Les billets de cinéma sont vendus à 11,00 $ l'unité.
  - $y = 3x + 4$

Tâches d'évaluation pour la classe / des groupes / individuelles

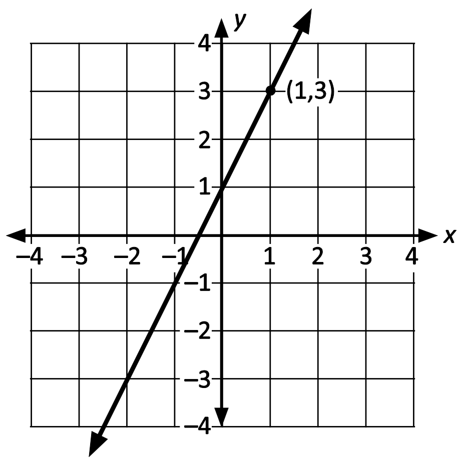
Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Crée une table de valeurs et dessine un graphique pour l'équation linéaire $y = 7x - 4$.
- Tu viens d'acheter un nouveau téléphone portable. Ton abonnement coute 10 $ par mois et 0,10 $ par message texte. Crée un graphique représentant la situation. Fais une estimation du cout de l'envoi de 100 messages textes à partir du graphique.

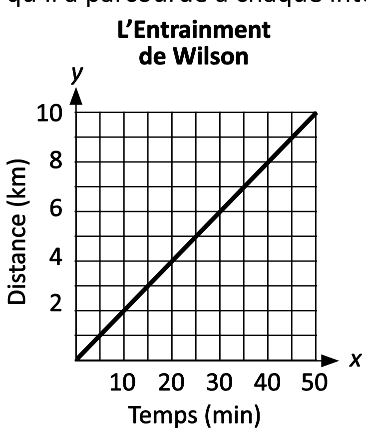
- Décris la régularité et rédige l'équation pour le graphique suivant. Décris une situation qui pourrait produire ce graphique.



- Utilise des exemples et des diagrammes pour expliquer en quoi les droites horizontales et verticales et leurs équations sont comparables et en quoi elles sont différentes.
- Crée une table de valeurs et un graphique pour les équations linéaires suivantes :
  - $x = 4$
  - $4x + y = 5$
  - $y = 1$
- June déclare que l'équation pour le graphique ci-dessous est $x + y = 4$, parce que le point (1, 3) marche bien pour l'équation. A-t-elle raison? Justifie ta réponse.



- Wilson s'entraine pour une course de 10 km. Le graphique indique le temps écoulé et la distance qu'il a parcourue à chaque intervalle de 10 minutes.



- Détermine combien de temps il faut à Wilson pour parcourir 3 km.
- Détermine quelle distance il arrivera à parcourir en 45 minutes.
- Détermine à quelle vitesse il court.
- Est-ce que tu es en mesure d'utiliser ce graphique pour prédire quelle distance il arrivera à parcourir en 200 minutes? Pourquoi ou pourquoi pas?

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Donner aux élèves divers problèmes dans lesquels ils devront représenter graphiquement une relation linéaire, puis utiliser l'interpolation et l'extrapolation pour résoudre le problème.
- Donner aux élèves des graphiques avec des données discrètes disposées de façon horizontale ou verticale. Les élèves devraient créer une table de valeurs à partir de chaque graphique, rédiger l'équation en mettant en évidence la régularité dans les données et être capables de décrire une situation représentant le graphique.
- Donner aux élèves divers graphiques et diverses relations linéaires et leur demander de trouver pour chaque graphique l'équation correspondante. On peut aussi demander aux élèves de décrire la régularité dans les graphiques.

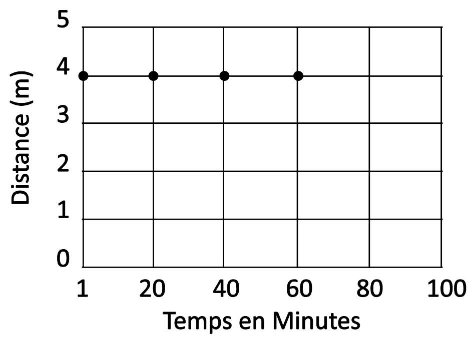
TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Un taxi fait payer les tarifs suivants :

Trajet (en km)	5	10	15
Cout total (en $)	9,25	15,50	21,75

- Représente ces points dans un système de coordonnées.
- Discute de la question de savoir s'il faudrait relier ces points.
- Détermine l'équation.
- Explique pourquoi le graphique ne commence pas à l'origine.
- Trouve, à partir du graphique, la distance du trajet lorsque le cout est de 25 $.
- Trouve, à partir du graphique, le cout du trajet lorsque la distance est de 12 km.

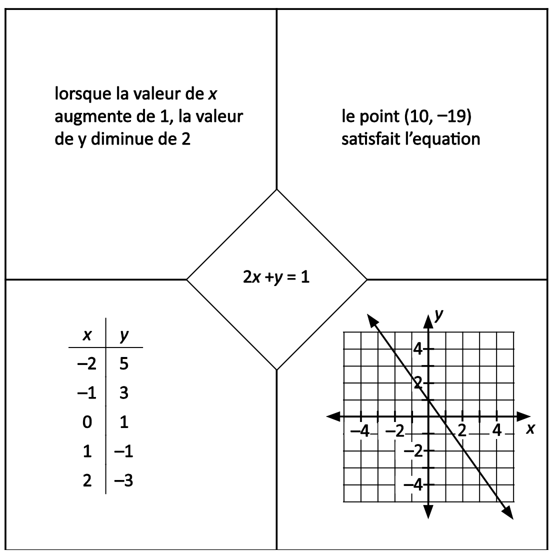
- Donnez aux élèves le graphique suivant et dites-leur de faire les activités indiquées.



  – Crée une table de valeurs.
  – Décris la régularité dans le graphique.
  – Décris une situation que le graphique pourrait représenter.
  – Écris une équation linéaire.

- Olivia travaille à temps plein dans une épicerie. Demandez aux élèves d’utiliser le graphique ci-dessous pour décrire la régularité et expliquer ce qu’elle représente.

- Les applis à télécharger pour appareils portatifs coutent souvent 0,99 $.
  - Écris une équation qui fait le lien entre le cout total de l'achat d'applis, *C*, et le nombre total de téléchargements, *d*.
  - Construis une représentation graphique de l'équation. Est-ce que tu devrais relier les points dans le graphique? Explique-toi.
  - Quel est le cout total pour 100 téléchargements?
  - Tu as économisé 24,75 $. Combien d'applis peux-tu télécharger?
- Les élèves peuvent travailler par deux pour créer l'outil d'organisation graphique suivant. Vous les ramasserez et vous pourrez créer un casse-tête explorant les caractéristiques et les graphiques de diverses relations linéaires. Demandez aux élèves d'inclure une équation et quatre caractéristiques s'y rapportant. Les casse-têtes seront découpés et utilisés pour demander aux élèves de retrouver pour chaque équipe les quatre caractéristiques appropriées. Voici un exemple.



- Les élèves peuvent se mettre par deux pour explorer la relation entre la hauteur au haut d'une règle d'un mètre et la distance entre le bas de la règle et le mur. Pour commencer, ils mettent une règle d'un mètre debout contre un mur et prennent en note les mesures. Ils devraient ensuite éloigner le bas de la règle à 10 cm du mur et mesurer la hauteur au haut de la règle. Ils répètent la procédure jusqu'à ce que la règle soit couchée au sol. Demandez aux élèves :
  - d'enregistrer les données dans une table de valeurs :

distance entre le bas de la règle et le mur (en cm)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
hauteur au haut de la règle (en cm)											

  - de créer un graphique pour cette table de valeurs;
  - d'analyser le graphique et de décrire les relations qui existent;
  - de rédiger une équation pour la relation;
  - d'utiliser l'interpolation ou l'extrapolation pour faire des prédictions concernant les données.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- papier graphique
- calculatrice graphique

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	**Élève**
▪ constant (taux) ▪ données continues ▪ données discrètes ▪ extrapoler ▪ horizontal ▪ inférence ▪ interpoler ▪ ligne oblique ▪ paire ordonnée ▪ terme ▪ variable ▪ variable dépendante ▪ variable indépendante ▪ vertical	▪ constant (taux) ▪ données continues ▪ données discrètes ▪ extrapoler ▪ horizontal ▪ inférence ▪ interpoler ▪ ligne oblique ▪ paire ordonnée ▪ terme ▪ variable ▪ variable dépendante ▪ variable indépendante ▪ vertical

Ressources

Imprimé

- *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*, 8e éd. (Van de Walle, Karp et Bay-Williams, 2013), p. 273–288
- *Pearson Mathématiques 9* (Baron *et al.,* 2009; no NSSBB : 2001644)
  - Module 4 – Les relations linéaires
    - Technologie – Les tables de valeurs et leur représentation graphique
    - Section 4.2 – Les relations linéaires
    - Section 4.3 – Représenter une relation linéaire à l'aide d'une équation écrite sous une autre forme
    - Jeu – Devine les points
    - Section 4.4 – Apparier des équations aux graphiques correspondants
    - Section 4.5 – Utiliser des graphiques pour estimer des valeurs
    - Technologie – Interpoler et extrapoler
    - Problème du module – Prédire les tendances musicales
  - *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; no NSSBB : 2001645)
    - fiches d'évaluation
    - exercices supplémentaires
    - tests du module
  - *ProGuide* (DVD; no NSSBB : 2001645)
    - pages du manuel de l'élève pour projection
    - matériel reproductible modifiable

RAS RR03 On s'attend à ce que les élèves modélisent et résolvent des problèmes dans lesquels *a, b, c, d, e* et *f* sont des nombres rationnels, à l'aide d'équations linéaires de la forme

- $ax = b$
- $\frac{x}{a} = c,\ a \neq 0$
- $ax + b = c$
- $\frac{x}{a} + b = c,\ a \neq 0$
- $ax = b + cx$
- $a(x + b) = c$
- $ax + b = cx + d$
- $a(bx + c) = d(ex + f)$
- $\frac{a}{x} = b,\ x \neq 0$

[C, L, RP, V]

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

RR03.01 Résoudre, à l'aide de représentations concrètes ou imagées, une équation linéaire donnée et prendre en note la marche à suivre sous forme symbolique.
RR03.02 Déterminer, à l'aide de la substitution, si un nombre rationnel donné est la solution pour une équation linéaire donnée.
RR03.03 Résoudre une équation linéaire donnée sous forme symbolique.
RR03.04 Trouver et corriger une erreur dans la solution incorrecte donnée d'une équation linéaire.
RR03.05 Représenter un problème donné à l'aide d'une équation linéaire.
RR03.06 Résoudre un problème donné à l'aide d'une équation linéaire et prendre en note la marche à suivre.

Portée et séquence

<table>
<tr><th>Mathématiques 8^e année</th><th>Mathématiques 9^e année</th><th>Mathématiques 10^e année</th></tr>
<tr><td>RR02 On s’attend à ce que les élèves modélisent et résolvent des problèmes sous forme concrète, imagée et symbolique dans lesquels a, b et c sont des nombres entiers, avec des équations linéaires de la forme
▪ $ax = b$
▪ $\frac{x}{a} = b,\ a \neq 0$
▪ $ax + b = c$
▪ $\frac{x}{a} + b = c,\ a \neq 0$
▪ $a(x + b) = c$</td><td>RR03 On s’attend à ce que les élèves modélisent et résolvent des problèmes dans lesquels a, b, c, d, e et f sont des nombres rationnels, à l’aide d’équations linéaires de la forme
▪ $ax = b$
▪ $\frac{x}{a} = c,\ a \neq 0$
▪ $ax + b = c$
▪ $\frac{x}{a} + b = c,\ a \neq 0$
▪ $ax = b + cx$
▪ $a(x + b) = c$
▪ $ax + b = cx + d$
▪ $a(bx + c) = d(ex + f)$
▪ $\frac{a}{x} = b,\ x \neq 0$</td><td>RF10 On s’attend à ce que les élèves sachent résoudre, graphiquement et algébriquement, des problèmes comportant des systèmes d’équations linéaires ayant deux variables.</td></tr>
</table>

Contexte

Ce résultat d’apprentissage aborde plusieurs idées importantes :

- L’**algèbre** sert à représenter et à expliquer des relations mathématiques et à décrire et à analyser des changements.
- Les **équations** servent à exprimer des relations entre deux quantités; les deux côtés de l’égalité sont des expressions équivalentes.
- Les **variables** sont des symboles qui peuvent représenter des ensembles de nombres quelconques ou d’autres objets. On peut utiliser des cases ou des lettres.

En mathématiques de 8^e année, les élèves ont résolu des équations à une ou deux étapes, dans lesquelles *a, b* et *c* étaient des entiers relatifs, de la forme :

- $ax = b$
- $\frac{x}{a} = b,\ a \neq 0$
- $ax + b = c$
- $\frac{x}{a} + b = c,\ a \neq 0$
- $a(x + b) = c$

Dans ce résultat d’apprentissage, on s’appuie sur l’expérience antérieure des élèves pour inclure désormais les nombres rationnels, les équations avec des variables de deux côtés de l’égalité et l’utilisation de plus de deux étapes pour résoudre les équations. Les élèves ont beaucoup travaillé avec des représentations concrètes et imagées et ont utilisé les carreaux algébriques, l'inspection et les tâtonnements. Dans l'enseignement, il convient de commencer avec du matériel concret et des modèles imagés et de passer ensuite à la représentation symbolique. Les recherches montrent que l'utilisation de modèles concrets est cruciale en mathématiques, parce que la plupart des idées mathématiques sont abstraites. Il faut que les élèves passent du concret à l'imagé, puis de l'imagé au symbolique et la planification de l'enseignement doit, entre autres, comprendre la prise de décisions éclairées sur le niveau auquel se situent les élèves dans le spectre continu allant du concret au symbolique.

Il faudrait que les élèves soient, au bout du compte, capables de résoudre des équations sans support concret ou imagé. La progression du concret à l'abstrait et des entiers relatifs aux nombres rationnels devrait aider à échafauder les compétences que les élèves ont apprises en mathématiques de 8^e année et les aider à appliquer ce qu'ils ont appris à la résolution d'équations comportant des coefficients et des termes constants qui sont des nombres rationnels.

Pour la résolution d'équations, il est approprié d'utiliser comme modèle une balance lorsque les coefficients et les termes constants sont des entiers positifs. On peut utiliser les carreaux algébriques pour représenter des équations avec des entiers relatifs quelconques comme coefficients et termes constants. Lorsque les élèves utilisent un modèle concret, il faudrait aussi qu'ils prennent en note les étapes sous forme symbolique. Le travail avec des modèles débouche sur la résolution d'équations en utilisant les opérations opposées pour mettre ensemble les termes semblables et équilibrer l'équation. Il n'est pas facile de résoudre les équations avec des nombres rationnels, comme des fractions ou des nombres décimaux à l'aide de modèles concrets. Il faut donc que les élèves soient capables de résoudre les équations de façon symbolique.

On s'attend à ce que les élèves montrent initialement toutes les étapes quand ils résolvent des équations. À mesure que leurs compétences se développent, ils arriveront peut-être à réduire le nombre d'étapes.

Les élèves peuvent utiliser différentes stratégies pour résoudre des équations faisant intervenir des fractions. Lors de la résolution d'une équation comme $\frac{x}{4}+\frac{1}{2}=\frac{x}{3}$, certains élèves élimineront les dénominateurs en multipliant chaque terme par le plus petit dénominateur commun. Lorsqu'ils procèdent à la résolution de l'équation, posez-leur les questions suivantes :

- Quel est le plus petit dénominateur commun pour 4, 2 et 3 ?
- Qu'arriverait-il si l'on multipliait les deux côtés de l'équation par le plus petit dénominateur commun? Est-ce correct sur le plan mathématique?
- Quelle est l'équation simplifiée?
- Quelle est la solution?

On peut aussi utiliser une autre stratégie, qui est centrée sur l'idée de défaire les opérations appliquées à la variable. Lorsqu'on donne aux élèves une équation comme $2x = 8$, comme la division est l'inverse de la multiplication, ils divisent les deux côtés de l'équation par 2, ce qui revient à défaire l'opération de la multiplication. De même, lorsqu'on leur donne l'équation $\frac{x}{2}=8$, ils multiplient les deux côtés de l'équation par 2, puisque la multiplication est l'inverse de la division.

Lors de la résolution de l'équation $\frac{x}{4}+\frac{1}{2}=\frac{x}{3}$, les élèves peuvent décider d'utiliser cette méthode consistant à défaire les opérations.

$$\frac{x}{4}+\frac{1}{2}=\frac{x}{3}$$
$$4\left(\frac{x}{4}\right)+4\left(\frac{1}{2}\right)=4\left(\frac{x}{3}\right)$$
$$x+2=\frac{4x}{3}$$
$$3(x)+3(2)=3\left(\frac{4x}{3}\right)$$
$$3x+6=4x$$
$$3x+6=4x-3x$$
$$x=6$$

Après avoir fait plusieurs exemples, discutez avec les élèves du lien entre cette méthode et le processus consistant à multiplier chaque terme par le plus petit dénominateur commun.

Lors de la résolution d'une équation, peu importe que l'inconnue soit isolée du côté droit ou du côté gauche de l'égalité. Il est préférable d'ajouter ou de soustraire la valeur de x de façon à avoir un coefficient de valeur positive. Il est possible que les élèves préfèrent isoler x du côté gauche, ce qui peut exiger la multiplication ou la division par un coefficient négatif. La compréhension du rôle du signe d'égalité aide à bien saisir qu'il suffit d'isoler la variable d'un ou de l'autre côté de l'égalité et non nécessairement du côté gauche. Dans l'équation ci-dessus, il est possible que certains élèves aient utilisé comme dernières étapes :

$$3x-4x+6-6=4x-4x-6$$
$$-x=-6$$

Dites aux élèves de se demander à l'avance ce qui constituerait une solution vraisemblable. Il convient de leur rappeler que, une fois qu'ils ont une solution, ils peuvent vérifier son exactitude en substituant la valeur dans l'équation de départ. Encouragez les élèves à toujours vérifier leur solution, car cela les conduira à une meilleure compréhension du processus. Il faudrait fournir aux élèves des solutions d'équations linéaires à vérifier. Donnez-leur des solutions correctes, mais également des solutions erronées, en leur demandant d'indiquer les erreurs et de les corriger. Les élèves font souvent des erreurs dans la distributivité, dans l'utilisation des règles sur les signes pour la multiplication et la division et dans la préservation de l'égalité. L'analyse des erreurs confirme à leurs yeux l'importance de la vérification des solutions et de la prise en note des différentes étapes, au lieu de se contenter de donner la réponse finale.

Pour résoudre les problèmes, il est nécessaire que les élèves établissent des liens avec leur travail antérieur sur les équations linéaires. Il faudrait donner aux élèves l'occasion de résoudre des problèmes avec des variables des deux côtés. Bon nombre de problèmes peuvent se résoudre à l'aide de méthodes autres que l'algèbre, comme les tâtonnements ou les essais systématiques. Il peut donc s'avérer nécessaire de préciser la stratégie à utiliser, afin de s'assurer que les élèves utilisent bien l'algèbre pour résoudre les problèmes. Les élèves devraient être capables de résoudre des équations faisant intervenir des nombres rationnels. On peut utiliser l'algèbre pour résoudre des problèmes qui seraient, sinon, pénibles à résoudre à l'aide d'une méthode comme les tâtonnements. Il serait gérable pour les élèves de résoudre un problème comme le suivant à l'aide de la méthode des tâtonnements :

- John et Judy travaillent à temps partiel. John gagne 10 $ par jour plus 6 $ de l'heure. Judy gagne 8 $ de l'heure. Détermine combien d'heures il faudra qu'ils travaillent pour gagner la même rémunération quotidienne.

Il est plus fastidieux d'utiliser les tâtonnements pour résoudre un problème comme le suivant :

- On a une société de télécommunications qui offre deux plans différents pour les téléphones portables :
  - Plan A : frais mensuels de 45 $ et frais de 0,20 $ par minute
  - Plan B : frais mensuels de 28 $ et frais de 0,45 $ par minutes

  Détermine combien de minutes on peut utiliser pour arriver au même cout mensuel pour les deux plans.

Dans ce dernier cas, il faudrait que les élèves se rendent compte qu'il est plus efficace de résoudre l'équation $0{,}2x + 45 = 0{,}45x + 28$ pour déterminer le nombre de minutes.

La résolution de problèmes exige également un travail de communication dans le cadre de l'application d'un processus à quatre étapes, qu'on a évoqué en mathématiques de 8^e^ année :

- comprendre le problème en mettant en évidence les informations données;
- préparer un plan pour résoudre le problème;
- exécuter le plan et prendre en note la solution;
- vérifier que la solution est juste pour les informations fournies dans le problème.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Explique ce qui est pareil et ce qui est différent dans l'utilisation de la lettre *m* dans les cas suivants :
  - Martin a parcouru 100 m en courant (le « m » est l'abréviation de *mètre*)
  - $2m + 15 = 23$ (le *m* représente une valeur simple)
  - $3m + 2$ (le *m* représente un nombre infini de valeurs)
- Reproduisez chaque équation sur une carte différente et demandez aux élèves de trier les cartes selon les catégories suivantes :

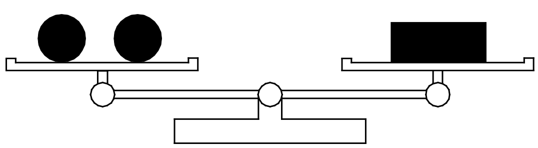
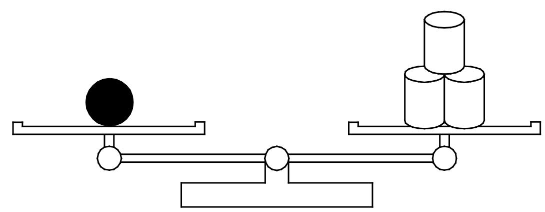
  a. facile à résoudre mentalement
  b. plus difficile, mais la résolution mentale reste faisable
  c. plus facile à résoudre à l'aide d'un modèle ou d'une approche papier-crayon

- $n + 2 = 7$
- $3n = 21$
- $2n + 7 = 19$
- $4n - 8 = 6n + 2$
- $5 = 2n - 7$
- $N - 2 = 7$
- $3n = 21$
- $3n - 5 = n + 1$
- $6(n - 4) = 2x + 4$
- $5n - 2 = 9$

Demandez aux élèves de discuter des questions suivantes avec un partenaire ou en petits groupes :

- Comment as-tu fait pour décider si la question posée était facile à résoudre mentalement?
- Quel processus as-tu utilisé pour résoudre ces équations?
- Quels sont les points communs et les différences entre les méthodes que chaque personne a utilisées?

▪ Chaque forme particulière qui a la même valeur ou masse.
  - Quelle forme a la masse la plus élevée?
  - Quelle forme a la masse la plus faible?
  - Qu'est-ce qui te permet de le dire?

▪ Utilise des carreaux algébriques pour représenter à l'aide d'un modèle et résoudre $3x + 4 = 10$. Prends en note chaque étape nécessaire pour trouver l'inconnue.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

▪ Donne l'équation qui indique que le périmètre d'un rectangle fait 36 m si la longueur du rectangle est inférieure de 2 m à sa largeur. Résous l'équation pour trouver la longueur et la largeur.
▪ Résous les équations suivantes à l'aide de carreaux algébriques et prends en note chaque étape sous forme algébrique.

  $2(-3x+1)=4(2x-3)$

  $-6x+2=8x-12$

▪ Fais une estimation de la solution de l'équation suivante. Justifie ton estimation; résous l'équation et vérifie.

  $\frac{x}{2}-3=1\frac{1}{6}$

- Brenda et Thomas veulent acheter un lecteur de MP3 à 199 $. Brenda a 45 $ et épargne 15 $ par semaine. Thomas a 70 $ et épargne 12,50 $ par semaine. Qui sera en mesure d'acheter le lecteur en premier? Résous le problème à l'aide d'une équation linéaire.
- *The Chronicle Herald* peut être livré à ton domicile à un tarif de 0,70 $ l'exemplaire, plus des frais d'abonnement annuels de 25,00 $. *The Globe and Mail* peut être livré à ton domicile à un tarif de 0,75 $ l'exemplaire, plus des frais d'abonnement annuels de 20,00 $. Détermine combien d'exemplaires sont livrés pour arriver au même cout.
- Leah a résolu l'équation suivante. Vérifie si elle a fait des erreurs. Si elle en a fait, indique où et apporte les changements nécessaires pour les corriger.

$$\frac{1}{3}(x-2)=5(x+6)$$
$$3(x-2)=15(x+6)$$
$$3x-6=15x+90$$
$$3x-15x=15x-15x+96$$
$$-12x=96$$
$$\frac{-12x}{12}=\frac{96}{12}$$
$$x=-8$$

- Résous les équations suivantes :
  - $2(3x-6)=\frac{1}{2}(4x+2)$
  - $\frac{k}{3}-\frac{1}{2}=-1\frac{3}{4}$
  - $2.3(h-1.7)=4.2(h+1.3)$
  - $-2(1-c)=-3(2-c)$
  - $\frac{x}{4}=\frac{7}{10}$
  - $8(3d-2)=-12.32$
  - $\frac{x}{3}+\frac{1}{2}=\frac{5}{6}$
  - $\frac{t}{3}-\frac{3t}{4}=10$
  - $\frac{1}{3}x+8=-14$
  - $\frac{5}{m}+7=-3$
  - $\frac{1}{2}n-5=4-n$
  - $\frac{-5}{x}=-2$

Planification de l’enseignement

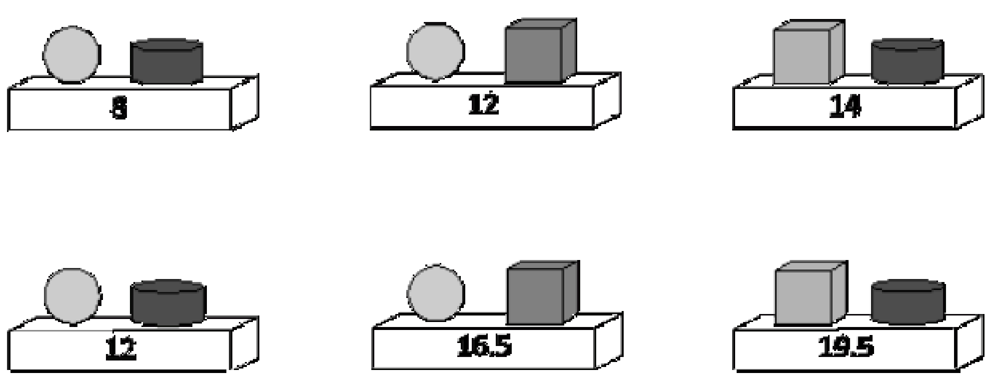
CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Utiliser des diagrammes et du matériel concret pour aider les élèves à comprendre les étapes nécessaires pour isoler la variable.
- Utiliser des modèles pour la résolution d’équations avec des variables des deux côtés, en employant les stratégies fondées sur la balance (pour les équations dont les termes sont positifs) et les carreaux algébriques (pour les équations dont les termes sont négatifs). Vous trouverez des exemples dans la section sur les tâches d’évaluation pour la classe / des groupes / individuelles.
- Résoudre des équations avec des nombres rationnels sous forme fractionnaire ou décimale (pour lesquelles il n’est pas facile d’utiliser le modèle de la balance ou des carreaux algébriques), en faisant la même chose des deux côtés de l’équation.
- Utiliser des équations pour donner l’exemple, puis résoudre des problèmes.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L’APPRENTISSAGE

- La masse combinée de chaque paire de formes est indiquée sous les formes. Demandez aux élèves de déterminer la masse de chaque forme, sachant que les formes ayant la même taille et la même couleur ont la même masse. Demandez-leur de représenter leur réponse d’au moins deux façons différentes ou de montrer au moins deux stratégies. L’ensemble A a des réponses qui sont des entiers relatifs, tandis que l’ensemble B a des réponses qui sont des nombres rationnels. Demandez aux élèves de résoudre l’ensemble A d’abord et de présenter les stratégies qu’ils ont utilisées. Donnez-leur ensuite l’ensemble B et demandez-leur de trouver les inconnues. Est-ce qu’ils ont utilisé la même stratégie pour les deux ensembles? Bon nombre d’élèves utiliseront les tâtonnements pour trouver les valeurs manquantes. Ils peuvent choisir de représenter les inconnues par des lettres comme *x, y* et *z* ou de trouver la solution par tâtonnements. Il faudrait que les élèves indiquent au reste de la classe la démarche qu’ils ont suivie pour répondre aux questions. Pour une approche différenciée, utilisez différents ensembles de nombres, avec notamment des nombres naturels et des nombres rationnels.



- Dites aux élèves de donner un modèle de résolution pour trouver la solution de chaque équation à l'aide de carreaux algébriques, puis de prendre en note les étapes sous forme imagée et numérique, en indiquant bien toutes les étapes.

  a) $3x = -9$

  b) $2x + 3 = -1$

  c) $2\ (x - 3) = 4$

  d) $3x + 2 = x - 4$

  e) $3\ (2x + 2) = 2\ (2x - 4)$

  f) $\frac{x}{3} = 2$

  g) $\frac{x}{3} + 5 = -2$

- Dites aux élèves de résoudre chacune de ces équations, en indiquant toutes les étapes. Demandez-leur de vérifier la solution.

  a) $\frac{1}{2}n = 12$

  b) $-0.4n + 3.6 = 12.8$

  c) $\frac{3}{4}(n - 4) = 5$

  d) $\frac{3}{4}n - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}n - \frac{2}{3}$

  e) $0.8(6n + 6) = 0.6(4n - 12)$

  f) $\frac{x}{2} = 0.8$

  g) $\frac{2.5}{n} = 0.5$

  h) $\frac{x}{0.4} + 8.2 = 12.8$

  i) $\frac{12}{x} = 3$

- Prenez deux dés (un pour les nombres positifs et un pour les nombres négatifs) et dites aux élèves de lancer les dés deux fois. Mettez la valeur de chaque dé lors du premier lancer dans les deux cases à gauche, puis lors du deuxième lancer dans les deux cases à droite :

  ☐x+☐=☐x+☐

- Il faudrait que les élèves choisissent eux-mêmes les dés qui représentent des valeurs positives et ceux qui représentent des valeurs négatives. Par exemple, si, lors du premier lancer, l'élève obtient un 3 et un 4, il peut décider qu'il s'agit de –3 et de +4; lors du deuxième lancer, s'il obtient un 2 et un 3, utilisez –2 et +3.
- Ce sont les élèves qui décident dans quelle case va chaque valeur. La première équation à résoudre pourrait être : $-3x+4=-2x+3$

▪ Voici d'autres formats d'équations qui aident les élèves à mieux saisir le concept de soustraction de valeurs négatives :
- ☐x–☐=☐x+☐
- ☐x+☐=☐x–☐
- ☐x–☐=☐x–☐

▪ Envisagez d'utiliser des problèmes de type « ouvert » (avec discussion en petits groupes, puis mise en commun avec l'ensemble de la classe) pour aider les élèves à élargir leur répertoire d'approches de la résolution de problèmes. Vous pouvez aussi, si vous le souhaitez, définir des scénarios dans lesquels les élèves doivent comparer des situations pour arriver à une solution.

Exemple : L'école de Yolanda organise un évènement en soirée pour rassembler des fonds. Lors de cet évènement, les élèves mettent en place divers jeux et concours. Les élèves peuvent participer de deux façons différentes : ils peuvent payer des frais d'admission de 5 dollars et jouer à des jeux en payant 75 cents pour chaque participation ou bien ils peuvent entrer sans payer de frais d'admission et ensuite jouer à des jeux en payant 1,25 dollar pour chaque participation.
- Sachant que Yolande dispose de 15 dollars à dépenser pour cette soirée, quelle est l'option qui lui permettra de jouer au plus grand nombre de jeux?
- Si Yolanda a un montant d'argent illimité, est-ce que l'une des options est meilleure que l'autre?

▪ Élabore une équation pour chacune des situations suivantes et utilise-la pour répondre à la ou aux questions :
- Pour rassembler des fonds, le conseil étudiant a organisé une soirée dansante. Il a embauché un groupe de musiciens et loué l'équipement électronique nécessaire, pour un cout de 800 $. La participation et la solidarité sont importantes pour le conseil étudiant et il a donc choisi de ne faire payer que 5 $ par billet. Combien de billets faut-il qu'il vende pour rentrer dans ses frais? Pour gagner mille dollars? Pour gagner deux mille dollars?
- Paul a commencé à travailler 3 heures plus tôt que sa sœur Katie. Les deux travaillent à l'épicerie du coin. Katie gagne 12 $ de l'heure et Paul gagne 8 $ de l'heure. Paul veut savoir pendant combien d'heures il faudra qu'il travaille pour gagner autant que sa sœur.

▪ Trois élèves sont en désaccord sur l'équation $y=\frac{1}{2}x+5$. L'élève A pense que, chaque fois que *y* change d'une unité, *x* change de 2 unités. L'élève B pense que, chaque fois que *y* change d'une unité, *x* change de $\frac{5}{2}$ unités. L'élève C pense que, chaque fois que *y* change d' $\frac{1}{2}$ unité, *x* change d'une unité. Qui a raison, d'après toi, et pourquoi? Utilise au moins deux représentations pour justifier ton argumentation.

▪ Demandez aux élèves de se mettre par deux pour résoudre les équations suivantes à l'aide de carreaux algébriques. Il faudrait que les élèves remplissent chacun à son tour les rôles suivants : l'un est secrétaire et l'autre crée le modèle à l'aide des carreaux. Le partenaire qui crée le modèle dit à l’autre personne les étapes pour résoudre l’équation. Le secrétaire prend en note la procédure sous forme algébrique.

- $2a+7=12$
- $11=3+4x$
- $9-3c=15$

- « Passe le stylo » – Écrivez au tableau un problème à étapes multiples et demandez à un élève de venir au tableau et de faire la première étape, en expliquant à la classe son raisonnement pour cette étape. L’élève invite ensuite un autre élève à venir faire l’étape suivante et à « passer le stylo ». On continue jusqu’à la résolution du problème. Si une question se pose, l’élève qui tient le « stylo » doit y répondre, demander de l’aide à un autre élève ou « passer le stylo » à un élève différent. On peut aussi faire cette activité avec un tableau blanc interactif, avec un appareil portatif relié à un projecteur, avec une caméra pour documents ou en groupes, avec les élèves qui se passent la feuille de papier l’un à l’autre au lieu du stylo.

Équation	**Explication de l’élève**
$2(x+3) = x-3(x-4)$	
$2x+6 = x-3(x-4)$	J’ai développé en utilisant la distributivité.
$2x+6 = x-3x-12$ et ainsi de suite….	J’ai moi aussi utilisé la distributivité. Une question se pose sur cette étape. Certains élèves ne sont pas d’accord et l’étape est décrite comme étant une erreur courante.

- Demandez aux élèves de répondre à la question suivante : Lors d’une interrogation récente, votre classe a dû résoudre l’équation 4(x – 2) = –3(2x + 6). Voici deux solutions différentes proposées par deux élèves. Est-ce que l’un ou l’autre des élèves a fait une erreur?

Solution de Janicka	**Solution d’Alison**
$4(x-2)=-3(2x+6)$ $4x-2=-6x+6$ $4x+6x=6+2$ $10x=8$ $\frac{10x}{10}=\frac{8}{10}$ $x=\frac{8}{10} or \frac{4}{5}$	$4(x-2)=-3(2x+6)$ $4x-8=-6x-18$ $4x-8=-6x-18$ $4x-6x=-18-8$ $-2x=-26$ $\frac{-2x}{-2}=\frac{-26}{-2}$ $x=13$

- Créez une chasse au trésor dans l’école avec des codes QR. Il faudrait que les questions fassent intervenir des équations linéaires. Placez divers codes QR dans la salle de classe. Chaque groupe choisit une question, la numérise et rédige les étapes de la solution. Fournissez à chaque groupe une légende pour la chasse au trésor dans laquelle la solution dit où trouver le code suivant. Le groupe doit rapporter toutes ses solutions et tous ses raisonnements à l’enseignant à la fin de l’activité.

Légende pour la chasse au trésor avec codes QR nº 1	
Si votre réponse est :	Allez à l’entrée de la salle suivante :
$\frac{7}{5}$	salle d’éducation artistique
–3	bureau de l’administration
–1	salle de musique
$\frac{7}{8}$	bibliothèque
$\frac{-3}{10}$	babillard à côté du bureau du conseil étudiant
4	porte principale de la cafétéria
5	gymnase

- Demandez aux élèves de faire le travail suivant : Deux techniciens informatiques font tous deux payer des frais pour une consultation à domicile. Dawn fait payer des frais de 64,95 $ plus 45 $ de l’heure. Alexi fait payer des frais de 79,95 $ plus 40 $ de l’heure. Quelle est la durée de l’intervention pour laquelle le tarif de Dawn et celui d’Alexi donnent le même montant?

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D’ARTICLES À MANIPULER

- grille de 10 x 10
- carreaux algébriques
- balances (à plateaux ou à fléau)
- dés
- droite numérique
- outil de balance à plateaux*

* également disponible dans *Interactive Math Tools* (Pearson, s. d.)

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	**Élève**
▪ balance/équilibre ▪ coefficient ▪ combiner ▪ distributivité ▪ égalité ▪ équation algébrique ▪ évaluer ▪ expression ▪ isoler la variable ▪ principe zéro ▪ processus d’élimination ▪ simplifier ▪ terme constant ▪ termes semblables	▪ balance/équilibre ▪ coefficient ▪ combiner ▪ distributivité ▪ égalité ▪ équation algébrique ▪ évaluer ▪ expression ▪ isoler la variable ▪ principe zéro ▪ processus d’élimination ▪ simplifier ▪ terme constant ▪ termes semblables

▪ variable	▪ variable

Ressources

Internet

- « Algebra Balance Scale [Unnamed] », *National Library of Virtual Manipulatives* (Utah State University, 2015) : http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_324_g_4_t_2.html?open=instructions&from=category_g_4_t_2.html
- « Algebra Four », *Interactivate* (Shodor, 2015) : www.shodor.org/interactivate/activities/AlgebraFour
- « Algebra Tiles », *Illuminations: Resources for Teaching Math* (National Council of Teachers of Mathematics, 2015) : http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3482
- « Algebra Tiles » [appli pour iPad], *Apps for iPads* (Braining Camp, 2013) : www.brainingcamp.com/product/mobile.html
- « Solving Equations » [appli pour iPad], *Apps for iPads* (Braining Camp, 2013) : www.brainingcamp.com/product/mobile.html
- *Mathematics Planning Guide, Grade 9: Working with Linear Equations, Patterns and Relations (Variables and Equations)* (Alberta Education, LearnAlberta.ca, 2012) : www.learnalberta.ca/content/mepg9/html/pg9_linearequations/pdf/pg9_linearequations.pdf
- *Interactive Math Tools* (Pearson, s. d.) : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875.

Imprimé

- « Using Error Analysis to Teach Equation Solving », *Mathematics Teaching in the Middle School* (Hawes, 2007) p. 238–242
- *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*, 8e éd. (Van de Walle, Karp et Bay-Williams, 2013), p. 258–276
- *Pearson Mathématiques 9* (Baron *et al.,* 2009; no NSSBB : 2001644)

- Module 6 – Les équations et les inéquations linéaires
  - Section 6.1 – Résoudre des équations en utilisant les opérations inverses
  - Section 6.2 – Résoudre des équations en les modélisant sous la forme d'une balance à plateaux
  - Jeu – Jeu de cartes et d'équations
  - Problème du module – La campagne de financement du club Entrain
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; n^o NSSBB : 2001645)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD; n^o NSSBB : 2001645)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

- *Making Math Meaningful to Canadian Students, K–8* (Small, 2009), p. 207–209
- *Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8*, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006), p. 274

RAS RR04 On s'attend à ce que les élèves expliquent et illustrent des stratégies pour résoudre des inéquations linéaires à une seule variable avec des coefficients rationnels dans le cadre de la résolution d'un problème. [C, L, RP, R, V]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

RR04.01 Représenter un problème donné par une inéquation linéaire à une variable en utilisant les symboles ≥, >, < ou ≤.
RR04.02 Déterminer si un nombre rationnel donné est l'une des solutions possibles d'une inéquation linéaire donnée.
RR04.03 Énoncer et appliquer une règle générale pour l'addition ou la soustraction d'un nombre positif ou d'un nombre négatif afin de déterminer la solution d'une inéquation donnée.
RR04.04 Énoncer et appliquer une règle générale pour la multiplication ou la division par un nombre positif ou un nombre négatif afin de déterminer la solution d'une inéquation donnée.
RR04.05 Résoudre une inéquation linéaire donnée algébriquement et expliquer la marche à suivreà l'écrit et à l'oral.
RR04.06 Comparer et expliquer la marche à suivre pour résoudre une équation linéaire donnée à la marche à suivre pour résoudre une inéquation linéaire donnée.
RR04.07 Tracer la solution d'une inéquation linéaire donnée sur une droite numérique.
RR04.08 Comparer la solution d'une équation linéaire donnée à la solution d'une inéquation linéaire donnée et expliquer la solution.
RR04.09 Vérifier la solution d'une inéquation linéaire donnée en substituant à la variable différents éléments de l'ensemble-solution.
RR04.10 Résoudre un problème donné faisant intervenir une inégalité linéaire à une variable et tracer le graphique de la solution.

Portée et séquence

Mathématiques 8^e année	**Mathématiques 9^e année**	**Mathématiques 10^e année**
RR02 On s'attend à ce que les élèves modélisent et résolvent des problèmes sous forme concrète, imagée et symbolique dans lesquels *a, b* et *c* sont des nombres entiers, avec des équations linéaires de la forme ▪ $ax = b$ ▪ $\frac{x}{a} = b,\ a \neq 0$ ▪ $ax + b = c$ ▪ $\frac{x}{a} + b = c,\ a \neq 0$ ▪ $a(x + b) = c$	**RR04** On s'attend à ce que les élèves expliquent et illustrent des stratégies pour résoudre des inéquations linéaires à une seule variable avec des coefficients rationnels dans le cadre de la résolution d'un problème.	**RF10** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre, graphiquement et algébriquement, des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires ayant deux variables.

Contexte

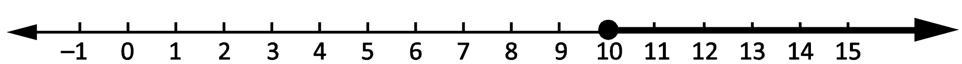
La résolution d’inéquations linéaires est quelque chose de nouveau en mathématiques de 9e année et s’appuie sur les connaissances préalables des élèves sur les équations linéaires. Il faut que les élèves se rendent compte que, à la différence d’une équation linéaire à une seule variable, qui a une seule solution, lorsqu’on a une inégalité à une seule variable, il y a de nombreuses solutions. Les élèves connaissent déjà les symboles $<$ et $>$, en raison de leur travail sur la comparaison de deux entiers relatifs en mathématiques de 6e année. Il faudra leur présenter les symboles $\leq$ et $\geq$.

Le travail sur les inégalités à une seule variable devrait aider les élèves à comprendre ce que la réponse représente; c’est-à-dire un ensemble de valeurs au lieu d’un seul nombre. Lorsqu’un contenant a une capacité maximum de 45 kg, par exemple, on peut mettre différentes masses dans ce contenant, du moment qu’elles sont inférieures ou égales à 45, c’est-à-dire que $x \leq 45$. Il faudrait aussi que les élèves se rendent compte que la même inégalité peut être rédigée de deux manières différentes. Par exemple, les inégalités $x \leq 45$ et $45 \geq x$ représentent toutes deux le même ensemble de nombres.

De même, la représentation graphique des inégalités sur une droite numérique débouche sur un dessin qui couvre une partie de la droite numérique, et non un point particulier. Comme il y a trop de points à représenter graphiquement quand il faut inclure les nombres rationnels, il est nécessaire de noircir tout le segment de droite. Assurez-vous que les élèves comprennent bien la différence entre $<$ et $\leq$ et entre $>$ et $\geq$, ainsi que l’effet de cette différence sur le graphique.

Même si la majeure partie du travail sur les inégalités fait intervenir des nombres rationnels, certaines applications feront intervenir des données discrètes. Il est nécessaire de parler de l’impact que cela a sur le graphique. On a discuté du concept de données continues et de données discrètes lors du travail sur le résultat d’apprentissage PR02.

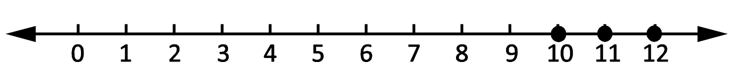
- Par exemple, si on veut représenter graphiquement l’âge minimum pour être admis à une attraction particulière dans un parc d’attractions comme étant de 10 ans, l’inégalité $x \geq 10$ donne la représentation graphique suivante :



  Une autre application de cette même inégalité peut modifier ce graphique.

- La mère de Chantal a dit qu’il lui fallait inviter au moins 10 personnes à la fête à la piscine.

  Ceci donne alors pour l’inégalité $x \geq 10$ le graphique suivant :



Il convient de bien développer chez les élèves la compréhension de l’impact de diverses opérations sur la vérité d’une inégalité avant d’introduire les variables. Les élèves peuvent commencer par des énoncés vrais, comme $-2 < 4$ et $5 > 1$. Ils peuvent préparer une figure qui montre chaque inégalité et se demander dans quelle mesure la vérité de chacune est affectée quand on effectue les opérations suivantes des deux côtés de l’inégalité :

- ajouter un nombre positif, ajouter un nombre négatif
- soustraire un nombre positif, soustraire un nombre négatif
- multiplier par un nombre positif, multiplier par un nombre négatif
- diviser par un nombre positif, diviser par un nombre négatif

L'exploration devrait permettre aux élèves de prendre conscience du fait que l'addition ou la soustraction du même nombre des deux côtés de l'inégalité n'a aucun effet sur la vérité de l'inégalité.

- Par exemple, si $-6 < -3$ est vrai, alors $-6 + 2 < -3 + 2$ ou $(-4 < -1)$ est vrai, et $-6 - 1 < -3 - 1$ ou $(-7 < -4)$ est vrai.

L'exploration devrait permettre aux élèves de prendre conscience du fait que la multiplication ou la division par un nombre positif débouche sur une inégalité qui reste vraie. Si $10 > -2$ alors $3(10) > 3(-2)$ est vrai $(30 > -6)$, de même que $\frac{10}{2} > \frac{-2}{2}$ est vrai $(5 > -1)$.

Cependant, la multiplication ou la division par un nombre négatif débouche sur une inégalité qui n'est pas vraie.

Par exemple, si $-8 < 4$, alors $\frac{-8}{-2} < \frac{4}{-2}$ ou $(4 < -2)$ est faux. Il faut inverser le signe de l'inégalité pour maintenir la vérité de l'inégalité.

Une fois que les élèves ont généralisé ces règles, ils peuvent les appliquer à la résolution d'inégalités. Le processus de résolution d'inégalités est très comparable au processus de résolution des équations. Dans les deux cas, il faut équilibrer l'énoncé, en utilisant des opérations inverses, afin d'isoler la variable. Lors de la résolution d'inégalités, cependant, il convient d'insister sur l'application de la règle générale qui veut qu'on inverse le sens de l'inégalité quand on multiplie ou divise par un nombre négatif. Fournissez aux élèves de nombreuses occasions de s'exercer à appliquer ce concept.

Comme pour les équations, quand on résout des inégalités, on peut isoler la variable d'un côté ou de l'autre de l'équation. Lorsque les élèves résolvent des équations, ils voient facilement que cela n'a pas d'impact sur le sens de la solution (autrement dit, $x = 3$ et $3 = x$ sont des solutions équivalentes). Les élèves risquent de s'emmêler face aux différentes façons de rédiger la solution d'une inéquation linéaire. Il est possible qu'il faille travailler sur cela pour que les élèves comprennent bien que la solution $x > 3$ est la même chose que la solution $3 < x$.

Il faudrait que les élèves comprennent que la principale différence dans la résolution d'une équation par rapport à la résolution d'une inéquation est la valeur de la variable. Lorsqu'on a une équation linéaire à une seule variable, il n'existe qu'une valeur de la variable pour laquelle l'égalité est vraie. Lorsque l'on a une inégalité, il existe de nombreuses valeurs de la variable pour lesquelles l'inégalité est vraie.

Comme pour les équations, il faudrait que les élèves sachent que, une fois qu'ils ont une solution pour une inégalité, ils peuvent la vérifier à l'aide de la substitution dans l'inégalité de départ. Pour bien montrer aux élèves que les solutions des inégalités sont des ensembles de nombres, il faudrait que ceux-ci vérifient leur solution en substituant de multiples valeurs dans l'inégalité de départ. Il faut aussi que les élèves appliquent les compétences acquises antérieurement au cours du présent module pour représenter leurs solutions sous forme graphique.

Il convient, quand cela est possible, de s'efforcer de demander aux élèves de décrire un problème ou une situation sous la forme d'une inégalité à résoudre, puis de représenter les choses sur une droite numérique. C'est là une bonne occasion qu'ont les enseignants de discuter avec les élèves du fait qu'il est possible qu'il n'y ait pas de limite s'appliquant aux inégalités ainsi créées, selon le contexte du problème. Par exemple, lorsqu'on parle de la vitesse d'un véhicule inférieure à 60 km/h, soit $v < 60$, il faudrait que les élèves se rendent compte que la vitesse ne peut pas être inférieure à zéro. Il faudrait rappeler aux élèves qu'ils doivent faire la distinction entre données discrètes et données continues et l'impact que cette distinction a sur les solutions graphiques.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Dites aux élèves de traduire les énoncés suivants sous forme de symboles mathématiques :
  - L'âge de mon grand-père est supérieur à 45 ans.
  - Il y a quatre élèves ou moins qui ont abandonné le cours de yoga après l'école.
  - Le score de Mario au golf était inférieur à 75.
  - Mon frère est plus âgé que ma sœur, qui a eu 21 ans ce mois-ci.
  - La vitesse sur l'autoroute entre Truro et Halifax est inférieure ou égale à 110 kilomètres par heure.
  - Yarmouth est à plus de 150 km de la plupart des villes de grande taille en Nouvelle-Écosse.

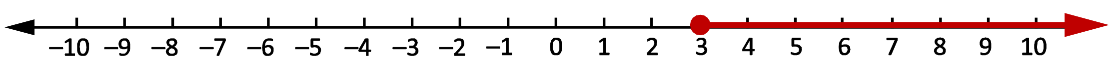
TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

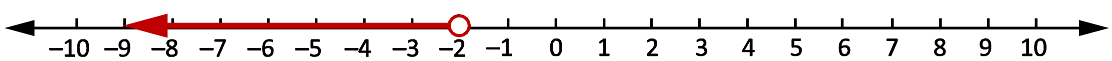
Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

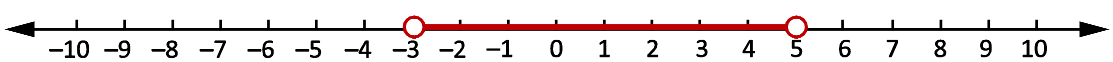
- Explique, à l'aide de ton propre exemple, l'impact de l'addition, de la soustraction, de la multiplication ou de la division d'une inégalité par un nombre positif.
- Détermine si les valeurs respectent l'inégalité donnée correspondante.

Inégalité	Valeurs
$x > 3$	5, –7, 9, 10
$-3x + 12 < 36$	–9, –10, –15.2
$\frac{x}{4} + 6 \geq -2$	–10, 15, $\frac{2}{3}$, 7

- Représente la solution des inégalités suivantes sur une droite numérique.
  - $3x-2\leq -20$
  - $7-3x\leq 22$
  - $2+\frac{2}{3}x>\frac{1}{2}$
  - $2-5x>2x+16$
- Glen a obtenu des notes de 75 %, 82 % et 78 % à ses trois premières évaluations sommatives. Ces évaluations ont toutes trois le même coefficient. Dans quel intervalle sa prochaine note doit-elle se situer pour qu'il ait une moyenne d'au moins 80 %? (Conseil : Pour résoudre ce problème, définis une inégalité qui t'aiderait à résoudre le problème, sachant qu'il existe une note maximum que Glen pourrait avoir à l'évaluation finale.)
- Julie a acheté une carte prépayée de 50 $ pour les communications sur son téléphone portable. Elle paie un tarif mensuel de 15 $, puis 0,15 $ par message texte. Sachant qu'elle ne communique que par message texte, combien de messages texte pourra-t-elle envoyer ce mois-ci? Quelle serait pour toi la représentation graphique de la solution?
- Explique ce qui te permettrait de déterminer s'il faut utiliser un cercle plein ou un cercle vide pour représenter une inégalité sur une droite numérique.
- Donne un exemple de situation ou de problème qu'on peut représenter à l'aide d'une inégalité. Rédige l'inégalité qui représente le problème.
- Rédige une inégalité pour chacun des graphiques suivants :







Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

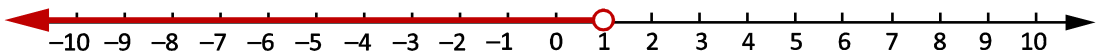
Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Dire aux élèves de commencer par un énoncé dont ils savent qu'il est vrai, par exemple $5>-2$. (Refaire cela avec divers énoncés, pour que les élèves puissent faire une généralisation.) Leur dire d'explorer les opérations d'addition, de soustraction, de multiplication et de division d'entiers positifs et négatifs. Discuter des résultats. Utiliser les résultats de cette activité pour dégager par généralisation des règles de résolution des inégalités.
- On peut utiliser un tableau comme le suivant :

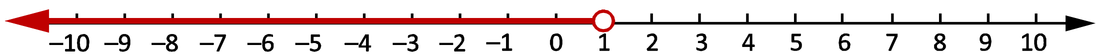
Inégalité	Opération	Valeur du côté gauche	Valeur du côté droit	Inégalité résultante
$5>-2$	$+10$			
$5>-2$	-10			
$5>-2$	$\times 2$			

$5>-2$	$\div 2$			
$5>-2$	$\times(-2)$			
$5>-2$	$\div(-2)$			

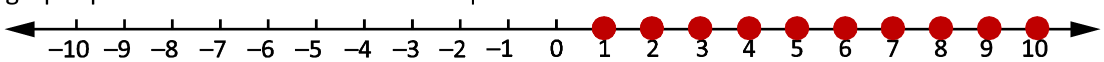
- Une fois que les élèves ont compris les règles relatives aux opérations, leur dire de les élargir à des inégalités faisant intervenir une seule variable, comme $-2x-5<3$.
- Explorer la différence entre <, >, ≤ et ≥ et la façon de les représenter sur la droite numérique. Par exemple, $x<1$ peut ressembler à cela :



Tandis que $x\leq 1$ ressemblerait à cela :



- Introduire des questions avec des réponses qui sont des valeurs discrètes et représenter graphiquement les solutions. Par exemple : $x\geq 1, x\in Z$ (*Integers*)

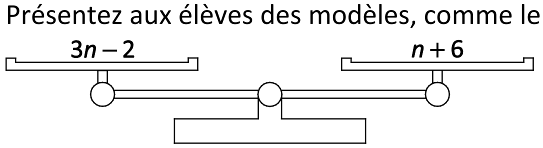


TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Demandez aux élèves de se mettre par deux, l'un faisant les questions A et l'autre faisant les questions B, puis de vérifier chacun les solutions de l'autre et de chercher à mettre en évidence des régularités dans l'exploration.

Élève A. **Résous les inégalités. Montre toutes les étapes. Vérifie ta réponse.**	**Élève B.** **Résous les inégalités. Montre toutes les étapes. Vérifie ta réponse.**	**Quels sont les points communs et les différences entre les deux inégalités? (Réfléchis à la solution, au signe et à la représentation graphique de la solution.)**
$n+5>7$	$n+(-5)>7$	
$2n\leq -6$	$-2n\leq -6$	
$2n+(-3)\geq 7$	$2n+3\geq 7$	
$-2n+3>-5$	$2n+3>-5$	
$2(n-3)\geq 6$	$-2(n-3)\geq 6$	
$3n+2<x-4$	$-3n+2<x-4$	
$\frac{n}{4}\geq 2$	$\frac{n}{-4}\geq 2$	

- Présentez aux élèves des modèles, comme le suivant, et posez-leur les questions ci-dessous :



- Quelles sont les valeurs de *n* qui feront pencher cette balance?
- Quelles sont les valeurs de *n* qui mettront cette balance en équilibre?
- Rédige un énoncé mathématique pour illustrer chaque situation.
- Explique en quoi l'égalité est différente d'une inégalité.

▪ Dites aux élèves de discuter de la différence entre $2x+1=5$ et $2x+1>5$.

▪ Collabore avec un partenaire pour faire l'activité suivante :
  - Chaque partenaire choisit un nombre différent.
  - Détermine celui qui a le nombre le plus élevé et écris une inégalité qui compare les deux nombres.
  - Choisis la même opération mathématique à appliquer à chaque nombre.
  - Détermine le nombre résultant qui est plus élevé et écris une inégalité qui compare les deux nouveaux nombres.
  - Refais ce processus avec plusieurs opérations mathématiques différentes.
  - Essaie différentes opérations jusqu'à ce que tu sois capable de prédire les opérations qui inverseront le symbole d'inégalité et les opérations qui le préserveront.
  - Organise tes observations et tes résultats.

▪ Réagis aux énoncés suivants :
  - Jason dit que tu peux résoudre une inégalité en remplaçant le signe d'inégalité par un signe d'égalité et en remettant le signe d'inégalité après avoir résolu l'équation. Es-tu d'accord? Explique-toi.
  - Explique pourquoi $3n - 2 > 8$ et $3n + 4 < 14$ n'ont aucune solution en commun. Modifie une des inégalités pour que les deux inégalités aient très exactement une solution en commun.

▪ Énoncé pour inviter les élèves à écrire dans leur journal : Jamaal et Nancy discutent de l'inégalité $2x > -10$. Jamaal dit : « La solution de l'inégalité est 6. Quand je substitue 6 à *x*, j'obtiens un résultat qui est un énoncé vrai. » Nancy dit : « Je suis d'accord pour dire que 6 est une solution. Mais ce n'est pas l'ensemble de la solution. » Demandez aux élèves d'expliquer ce que Nancy veut dire.

▪ Demandez aux élèves de faire l'exercice suivant : Christy télécharge de la musique auprès de deux services en ligne. Tunes4U fait payer 1,50 $ par téléchargement, plus des frais d'adhésion au service de 15 $. YRTunes fait payer 2,25 $ par téléchargement, sans frais d'adhésion.
  - Rédige une expression décrivant le cout du téléchargement de *n* chansons chez Tunes4U.
  - Rédige une expression décrivant le cout du téléchargement de *n* chansons chez YRTunes.
  - Rédige et résous une inégalité pour déterminer quand il est plus cher de télécharger des chansons chez Tunes4U que chez YRTunes. Vérifie la solution et représente-la graphiquement.
  - Quel site Christy devrait-elle utiliser pour télécharger sa musique?

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

▪ droite numérique*
▪ modèles de balance à plateaux
▪ carreaux algébriques
▪ outil de balance à plateaux*

* également disponible dans *Interactive Math Tools* (Pearson, s. d.) Langage mathématique

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ coefficient ▪ combiner ▪ égalité ▪ ensemble de solutions ▪ évaluer ▪ expression ▪ inégalité ▪ isoler la variable ▪ principe zéro ▪ satisfaire ▪ simplifier ▪ terme constant ▪ termes semblables ▪ variable ▪ vérifier	▪ coefficient ▪ combiner ▪ égalité ▪ ensemble de solutions ▪ évaluer ▪ expression ▪ inégalité ▪ isoler la variable ▪ principe zéro ▪ satisfaire ▪ simplifier ▪ terme constant ▪ termes semblables ▪ variable ▪ vérifier

Ressources

Internet

- « Algebra Tiles », *Illuminations: Resources for Teaching Math* (National Council of Teachers of Mathematics, 2015) : http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3482
- « Algebra Tiles » [appli iPad], *Apps for iPads* (Braining Camp, 2013) : www.brainingcamp.com/product/mobile.html
- « Single Variable Linear Inequalities », *Planning Guide* (Alberta Education, LearnAlberta.ca, 2012) : www.learnalberta.ca/content/mepg9/html/pg9_singlevariablelinearinequalities/index.html
- « Solving Equations » [appli iPad], *Apps for iPads* (Braining Camp, 2013) : www.brainingcamp.com/product/mobile.html
- Interactive Math Tools (Pearson, s. d.) : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875

Imprimé

- *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*, 8e éd. (Van de Walle, Karp et Bay-Williams, 2013), p. 263–264
- *Pearson Mathématiques 9* (Baron *et al.,* 2009; no NSSBB : 2001644)
  - Module 6 – Les équations et les inéquations linéaires
    - Section 6.3 – Introduction aux inéquations linéaires
    - Section 6.4 – Résoudre des inéquations linéaires à l'aide de l'addition et de la soustraction
    - Section 6.5 – Résoudre des inéquations linéaires à l'aide de la multiplication et de la division
    - Problème du module – La campagne de financement du club Entrain
  - *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; no NSSBB : 2001645)
    - fiches d'évaluation
    - exercices supplémentaires
    - tests du module
  - *ProGuide* (DVD; no NSSBB : 2001645)
    - pages du manuel de l'élève pour projection
    - matériel reproductible modifiable
- *Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8*, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006), p. 279.

RAS RR05 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les polynômes (en se limitant aux polynômes de degré inférieur ou égal à deux). [C, L, R, V]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

RR05.01 Créer un modèle concret ou une représentation imagée pour une expression polynomiale donnée.
RR05.02 Écrire l'expression qui correspond à un modèle donné de polynôme.
RR05.03 Mettre en évidence dans une expression polynomiale donnée sous forme simplifiée, les variables, le degré, le nombre de termes et les coefficients, y compris le terme constant.
RR05.04 Décrire une situation qui correspond à une expression polynomiale donnée du premier degré.
RR05.05 Apparier des expressions polynomiales équivalentes données sous forme simplifiée.

Portée et séquence

Mathématiques 8^e année	Mathématiques 9^e année	Mathématiques 10^e année
–	**RR05** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les polynômes (en se limitant aux polynômes de degré inférieur ou égal à deux).	**AN04** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris la multiplication d'expressions polynomiales (limitées à des monômes, des binômes et des trinômes) de façon concrète, imagée et symbolique. **AN05** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les facteurs communs et la décomposition en facteurs de trinômes de façon concrète, imagée et symbolique.

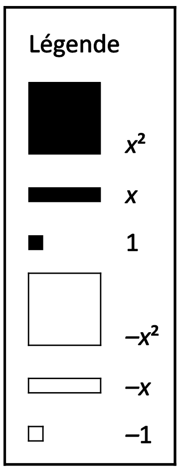
Contexte

On présente aux élèves les polynômes en mathématiques de 9^e année. Ils ont été exposés de façon informelle au langage algébrique au cours de leur travail antérieur de résolution d'équations. Ce qui est nouveau, c'est qu'on met l'accent spécifiquement sur le langage des polynômes. Pour qu'ils se familiarisent avec ce langage et soient à l'aise dans son utilisation, il convient d'utiliser la terminologie appropriée dans tous les contextes dans les cours de mathématiques.

Il convient également de présenter aux élèves différents types d'expressions polynomiales et de leur apprendre à faire la distinction entre un monôme ($2x$), un binôme ($2x - 3$) et un trinôme ($x^2 + 2x - 3$).

Lors de la discussion sur ce que sont les expressions polynomiales, il est important de fournir des exemples d'expressions qui ne sont pas polynomiales (p. ex., $\sqrt{x}$ ou $\frac{5}{n}$). Il faudrait que les élèves modélisent des expressions polynomiales à l'aide de carreaux algébriques. Les modèles concrets offrent le support nécessaire pour représenter les expressions polynomiales sous forme symbolique.

Les élèves ont utilisé des carreaux algébriques aux niveaux antérieurs. Les carreaux *x* et les carreaux représentant des unités ont servi lors de la résolution d'équations linéaires à une seule variable faisant intervenir des entiers relatifs. Il convient désormais de leur présenter le carreau x^2. Notez bien que l'emploi de ce carreau ne se limite pas à la variable appelée *x*, mais peut s'appliquer à n'importe quel symbole.



Ce sera la première fois que les élèves travailleront avec des termes semblables et non semblables. Tout au long du présent programme, les carreaux foncés représentent des valeurs positives et les carreaux blancs représentent des valeurs négatives. Il est très important que les élèves prennent conscience du fait que x^2 et x sont des termes non semblables. L'utilisation des carreaux x^2 et x pour représenter ces deux termes aide les élèves à se représenter visuellement la différence entre termes semblables et termes non semblables et à mieux comprendre pourquoi on ne peut pas les combiner.

Fournissez aux élèves diverses expressions polynomiales et demandez-leur de les modéliser à l'aide des carreaux appropriés. Il convient d'inclure des exemples qui ont des combinaisons de termes positifs et négatifs. Il faudrait que les élèves dessinent un diagramme représentant le polynôme. Il faudrait aussi que les élèves représentent une expression polynomiale sous forme symbolique à partir d'une représentation sous forme concrète ou imagée.

Il convient de noter que $1x^2$ s'écrit souvent x^2 et a comme coefficient +1, tandis que $-1x^2$ s'écrit souvent $-x^2$ et a pour coefficient –1. Lorsqu'on discute du degré d'un terme, on peut noter que les termes ayant plusieurs d'une variable ont un degré égal à la somme des exposants des variables. Le degré de $3x^2y^4$, par exemple, fait 6, puisque 2 + 4 = 6. Lorsqu'une variable n'a pas d'exposant, il est entendu qu'elle a pour exposant 1. Le degré de $5xy$ fait 2. (On peut considérer que $5xy$ est $5x^1y^1$ et la somme 1 + 1 fait 2.) Le degré d'un polynôme est le degré le plus élevé parmi les termes du polynôme. Par exemple, le degré de $2x^5 - 3xy^2 + 7$ fait 5. Ce sera important pour le travail sur les polynômes à l'avenir.

Il convient d'explorer la réorganisation des expressions polynomiales visant à montrer que certaines expressions sont équivalentes. Il faudrait que les élèves se rendent compte que, même si on écrit généralement les polynômes par ordre décroissant, on peut écrire des polynômes équivalents en réorganisant les termes. Insistez sur le fait qu'il faut que le signe de chaque terme reste le même. (Par exemple, $4x - 3x^2 + 2$ est équivalent à $-3x^2 + 4x + 2$.)

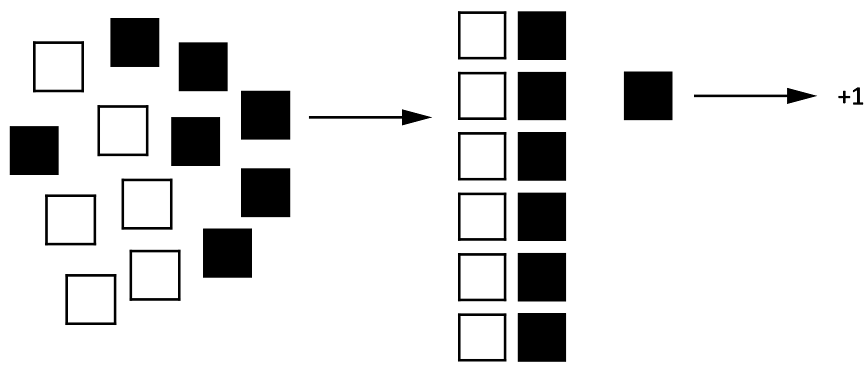
Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Fournissez aux élèves des carreaux représentant des entiers relatifs. Placez les carreaux suivants au tableau ou au rétroprojecteur et dites aux élèves d'indiquer quels entiers relatifs les carreaux représentent. Si nécessaire, rappelez aux élèves de constituer des paires associant un entier positif et un entier négatif, afin d'obtenir zéro.



- Dites aux élèves d'utiliser des carreaux algébriques pour modéliser l'expression $3x - 5$.
  Modifiez le modèle représentant $3x - 5$ si :
  - $3x$ devient $2x$
  - -5 devient -2
  - $3x$ est doublé
  - $3x$ devient $-4x$
  - l'expression entière est triplée

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Crée une expression polynomiale pour chacune des descriptions suivantes. (Exemple de polynôme de degré 2 avec un terme constant de –4 : $x^2 - 4$.)
  – binôme avec un coefficient de 4
  – trinôme de degré 2 avec coefficients de 4 et de –1
  – binôme sans terme constant

- Compare le polynôme de la liste A au polynôme correspondant de la liste B et détermine s'ils sont équivalents.

Liste A	**Liste B**
$3x - x^2 - 2$	$-x^2 + 3x - 2$
$7 + 2x + x^2$	$x^2 - 2x + 7$
$3x - 5$	$5 - 3x$

- Décris une situation tirée de la vie réelle qui constituerait une illustration de l'expression $2x + 3$.

- Dites aux élèves de créer une carte conceptuelle, un modèle de Frayer ou un autre outil d'organisation graphique pour le concept de polynôme.

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

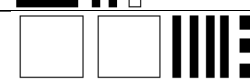
Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Utiliser des diagrammes et du matériel concret pour illustrer l'idée de convertir des modèles en expressions.
- Créer un mur de mots pour le vocabulaire.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Fournissez aux élèves des carreaux algébriques et dites-leur de se mettre en groupes pour créer des exemples de polynômes. Il faudrait que les polynômes comprennent à la fois des termes positifs et des termes négatifs. Il faudrait prendre en note les polynômes sous forme imagée en traçant un croquis des carreaux, avec leurs couleurs. Il faudrait aussi prendre en note les polynômes sous forme symbolique. Dites aux élèves d'échanger leurs modèles et leurs diagrammes représentant les polynômes avec d'autres groupes d'élèves. Dites aux élèves de chercher les points communs et les différences. Utilisez des exemples de polynômes des élèves pour lancer une conversation sur le langage des polynômes.

- Donnez aux élèves une description de différents polynômes et demandez-leur de créer autant de polynômes que possible qui correspondent à la description. (Exemple de description : Chaque polynôme doit avoir quatre termes; le polynôme doit inclure les coefficients 1 –2 et 4, dans un ordre quelconque.) Il faudrait que les élèves prennent en note leurs polynômes à la fois sous forme imagée et sous forme symbolique. Dites aux élèves de comparer leurs polynômes et de mettre en évidence les polynômes équivalents.
- Étant donné un polynôme, il faudrait que les élèves mettent en évidence les termes, le degré, les variables, les coefficients et les termes constants et représentent le polynôme sous la forme d'un modèle. Fournissez aux élèves un tableau semblable au tableau ci-dessous, insérez une expression polynomiale ou un modèle quelconque et remplissez les cases du tableau restantes.

Expression	**Nombre de termes**	**Degré du polynôme**	**Variable(s)**	**Coefficient(s)**	**Constante**	**Modèle**
3	1	0	aucune	aucune	3	
x^2+2x-3	3	2	x	1, 2	–3	
$4x-2x^2+3$	3	2	x	–2, 4	3	

- Les élèves pourraient jouer au jeu « J'ai… Qui a…? » pour mieux saisir le langage des polynômes. Fournissez à chaque élève une carte comme dans l'exemple. L'un des élèves commence et la partie « Qui a…? » à haute voix. Un autre élève répond en disant « J'ai… » et en répondant avec le polynôme correct. L'élève continue en lisant la section « Qui a…? » Et ainsi de suite jusqu'à ce que tous les élèves aient lu leur carte.

J'ai $2x^2-x+3$	*J'ai* $-3x^2+4x-5$	*J'ai* $-3a^2-6a-5$
Qui a … Un polynôme avec une terme constante de –5	*Qui a …* Un polynôme avec tout les coéfficients négatifs	*Qui a …* Un polynôme avec –1 comme coefficient pour x

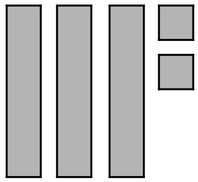
- En guise d'énoncé d'amorce pour les conduire à écrire dans leur journal, dites aux élèves que Sam a réorganisé le polynôme $2x-4+6x^2$ sous la forme $6x^2-2x+4$. Demandez aux élèves si elle a raison. Demandez-leur de justifier leur réponse à l'aide de mots, de diagrammes, de modèles, etc.
- Demandez aux élèves de faire correspondre chaque polynôme au diagramme approprié (les parties foncées représentant des nombres positifs).

  _ $2x^2+3$

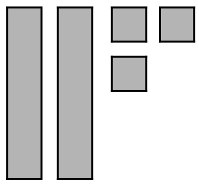
  _ $3x+2$

  _ $2x+3$

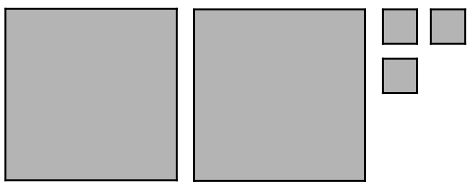
a)



b)



c)



SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- carreaux algébriques*

* également disponibles dans *Interactive Math Tools* (Pearson, s. d.)

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ binôme ▪ coefficient ▪ degré d'un polynôme ▪ degré d'un terme ▪ équivalent ▪ expression ▪ monôme ▪ polynôme ▪ terme(s) ▪ terme constant ▪ termes non semblables ▪ termes semblables ▪ trinôme ▪ variable	▪ binôme ▪ coefficient ▪ degré d'un polynôme ▪ degré d'un terme ▪ équivalent ▪ expression ▪ monôme ▪ polynôme ▪ terme(s) ▪ terme constant ▪ termes non semblables ▪ termes semblables ▪ trinôme ▪ variable

Ressources

Internet

- « Algebra Tiles », *Illuminations: Resources for Teaching Math* (National Council of Teachers of Mathematics, 2015) : http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3482
- « Algebra Tiles » [appli pour iPad], *Apps for iPads* (Braining Camp, 2013) : www.brainingcamp.com/product/mobile.html
- « Polynomials », *Planning Guide* (Alberta Education, LearnAlberta.ca, 2011) : www.learnalberta.ca/content/mepg9/html/pg9_polynomials/index.html
- « Solving Equations » [appli pour iPad], *Apps for iPads* (Braining Camp, 2013) : www.brainingcamp.com/product/mobile.html
- « “Why Are There So Many Words in Math?”: Planning for Content-Area Vocabulary Instruction », *Voices from the Middle*, vol. 20, n° 1, septembre 2012 (Smith et Angotti, 2012) : www.ncte.org/library/NCTEFiles/Ressources/Journals/VM/0201-sep2012/VM0201Why.pdf
- Interactive Math Tools (Pearson, s. d.) : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875

Imprimé

- « Learning to Learn Vocabulary in Content Area Textbooks », *Journal of Reading*, vol. 32, n° 2, novembre 1988, p. 108–118 (Schwartz, 1988)
- *Pearson Mathématiques 9* (Baron *et al.,* 2009; n° NSSBB : 2001644)
  - Module 5 – Les polynômes
    - Section 5.1 – Modéliser des polynômes
    - Section 5.3 – Additionner des polynômes
    - Section 5.4 – Soustraire des polynômes
    - Problème du module – Les régularités algébriques dans une grille de 100
  - *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; n° NSSBB : 2001645)
    - fiches d’évaluation
    - exercices supplémentaires
    - tests du module
  - *ProGuide* (DVD; n° NSSBB : 2001645)
    - pages du manuel de l’élève pour projection
    - matériel reproductible modifiable

RAS RR06 On s'attend à ce que les élèves modélisent, enregistrent et expliquent les opérations d'addition et de soustraction d'expressions polynomiales, sous forme concrète, imagée et symbolique (en se limitant aux polynômes de degré inférieur ou égal à deux). [C, L, RP, R, V]			
[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CM]** Calcul mental et estimations

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

RR06.01 Modéliser l'addition de deux expressions polynomiales données sous forme concrète ou imagée et prendre en note la marche à suivre sous forme symbolique.
RR06.02 Modéliser la soustraction de deux expressions polynomiales données sous forme concrète ou imagée et prendre en note la marche à suivre sous forme symbolique.
RR06.03 Mettre en évidence les termes semblables dans une expression polynomiale donnée.
RR06.04 Appliquer sa propre stratégie pour l'addition et la soustraction d'expressions polynomiales données et prendre en note la marche à suivre sous forme symbolique.
RR06.05 Mettre en évidence des expressions polynomiales équivalentes à partir d'un ensemble donné d'expressions polynomiales, notamment sous forme imagée et symbolique.
RR06.06 Trouver une ou plusieurs erreurs dans une expression polynomiale donnée sous forme simplifiée.

Portée et séquence

Mathématiques 8^e année	**Mathématiques 9^e année**	**Mathématiques 10^e année**
–	**RR06** On s'attend à ce que les élèves modélisent, enregistrent et expliquent les opérations d'addition et de soustraction d'expressions polynomiales, sous forme concrète, imagée et symbolique (en se limitant aux polynômes de degré inférieur ou égal à deux).	**AN04** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris la multiplication d'expressions polynomiales (limitées à des monômes, des binômes et des trinômes) de façon concrète, imagée et symbolique. **AN05** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les facteurs communs et la décomposition en facteurs de trinômes de façon concrète, imagée et symbolique..

Contexte

Les élèves utilisent une variable pour résoudre des équations depuis les mathématiques de 5e année. Le raisonnement algébrique et la notion d'égalité sont des points sur lesquels le programme d'études de mathématiques s'attarde dès la maternelle. Aux niveaux scolaires antérieurs, les élèves se sont servis des carreaux algébriques ou de jetons de deux couleurs pour modéliser l'addition et la soustraction d'entiers relatifs. Ils vont désormais modéliser des expressions polynomiales avec des carreaux algébriques. Le travail sur des représentations concrètes de polynômes préparera les élèves au travail sur les représentations imagées et symboliques de polynômes. Ils appliqueront leur compréhension de l'addition et de la soustraction d'entiers relatifs à ces opérations avec des expressions polynomiales.

Dans le résultat d'apprentissage PR05, les élèves ont étudié les polynômes équivalents, déjà présentés sous forme simplifiée. Pour commencer le travail sur l'addition et la soustraction, dites aux élèves de simplifier des polynômes en combinant les termes semblables sous forme concrète, imagée et symbolique. Pour simplifier les polynômes, dites aux élèves d'utiliser des outils comme les carreaux algébriques, les modèles basés sur l'aire, des dessins ou croquis et des symboles algébriques. Encouragez les élèves à prendre en note le processus sous forme symbolique lors de l'utilisation de matériel concret ou de dessins et croquis. Il faut toujours insister sur la simplification des polynômes, car cela leur permet de mieux saisir l'idée que l'on peut écrire le même polynôme de diverses manières équivalentes. La convention de l'écriture des polynômes par ordre décroissant des exposants fait qu'il est plus facile de les comparer.

Il faudrait que les élèves soient capables, à l'aide des carreaux algébriques, d'additionner et de soustraire les termes semblables pour simplifier les expressions. Les carreaux algébriques aident les élèves à mettre en évidence les termes qu'on peut combiner et ceux qu'on ne peut pas combiner. Ils devraient faire le lien entre la combinaison de termes semblables et la combinaison de polynômes. On peut combiner les expressions polynomiales à la fois horizontalement et verticalement.

Le périmètre est une application très utile de l'addition et de la soustraction de polynômes. Il faudrait que les élèves prennent conscience du fait que, comme le périmètre a des unités linéaires, on peut le représenter à l'aide de polynômes du premier degré.

L'addition de polynômes est souvent simple, mais la soustraction pose parfois des problèmes aux élèves. Il convient d'examiner les différentes représentations de la soustraction :

- **comparer** : comparer deux quantités et trouver la différence
- **enlever** → partir d'une quantité donnée et enlever un montant spécifié
- **trouver l'addende manquant** → question qui se pose : « Qu'est-ce qu'on additionnerait au nombre soustrait pour obtenir la quantité de départ? »

On a travaillé sur ces significations de la soustraction lors des niveaux scolaires précédents, dans le contexte du travail sur les nombres.

Il pourra s'avérer nécessaire pour l'enseignant de réexaminer le concept de zéro et du principe zéro. Les élèves ont étudié ce concept en mathématiques de 7e et de 8e année.

Lors de la soustraction de polynômes sous forme symbolique, les élèves peuvent appliquer les propriétés des entiers relatifs. Il convient de les prévenir concernant l'utilisation des parenthèses. Les élèves font souvent l'erreur de ne soustraire que le premier terme du deuxième polynôme.

Il faudrait que les élèves utilisent les carreaux algébriques, les propriétés des entiers relatifs et les méthodes horizontale et verticale pour additionner et soustraire des polynômes. Ils peuvent aussi, s'ils le souhaitent, utiliser ces différentes méthodes sous forme combinée. Il faudrait qu'ils s'appuient sur leurs connaissances antérieures sur l'addition et la soustraction d'entiers relatifs pour calculer l'addition et la soustraction de polynômes avec les stratégies ou le matériel de leur choix. Il faudrait qu'ils rédigent des phrases numériques et aussi qu'ils résument leur stratégie personnelle, pour montrer comment ils ont trouvé la somme ou la différence dans chaque cas. Dites aux élèves d'expliquer le fonctionnement de leurs stratégies symboliques en faisant le lien avec les représentations concrètes.

Il faudrait que les élèves soient capables d'expliquer la stratégie utilisée. Grâce à l'explication des stratégies, les élèves apprendront diverses stratégies possibles d'addition et de soustraction et chaque élève adoptera celles qu'il comprend bien pour se les approprier. C'est pour cela qu'on parle souvent de « stratégies personnelles ». La stratégie la plus appropriée dépend de l'élève et des nombres intervenant dans le problème. Les stratégies personnelles sont celles qui font sens pour l'élève et elles sont tout aussi valables que l'algorithme conventionnel. Il convient donc de mettre l'accent sur les algorithmes des élèves plutôt que sur l'algorithme conventionnel. Il faudrait que la façon dont les élèves prennent en note leurs stratégies personnelles sur papier avec un crayon corresponde à leur façon de penser et que les notes soient fiables, exactes et fonctionnelles. Il est important que les élèves soient capables de justifier le pourquoi et le comment de l'algorithme. Il convient d'encourager les élèves à peaufiner leurs stratégies pour être plus efficaces et l'enseignant devrait surveiller la façon dont chaque élève prend en note sa stratégie sous forme symbolique, afin de s'assurer que les notes sont exactes, mathématiquement correctes, bien organisées et fonctionnelles.

Pour tenir compte de la diversité des styles d'apprentissage et des aptitudes, ayez du papier quadrillé et des carreaux algébriques à la disposition des élèves qui ont besoin d'une représentation visuelle avant de passer à l'utilisation de stratégies symboliques.

Ayez une discussion en classe sur les stratégies personnelles que les élèves ont utilisées pour trouver les sommes et les différences. Dites aux élèves de réfléchir aux stratégies dont vous avez discuté et de choisir celle qui fonctionne le mieux pour eux.

Il est important que les élèves passent du concret à l'imagé, puis de l'imagé au symbolique. Il convient d'introduire le symbolique parallèlement aux représentations concrètes et imagées.

Il est utile de demander aux élèves d'analyser des solutions qui contiennent des erreurs. Ils devraient non seulement savoir fournir la bonne solution, mais aussi savoir mettre en évidence les solutions fausses, en repérant les erreurs commises et en indiquant ce qu'il faut faire pour les corriger. Cela leur permettra de mieux saisir l'importance de la prise en note des étapes de la solution (au lieu de se contenter de noter la réponse finale).

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

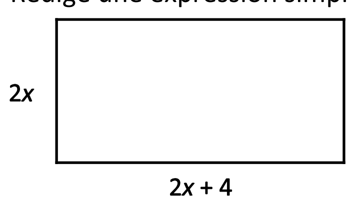
- Modélise de trois façons différentes l'expression $4x^2 – 3x + 5$ avec des carreaux algébriques.
- On demande à Yvonne de fournir une expression équivalente à $8x+6x+2$. Elle dit $16x$ est une expression équivalente. Explique l'erreur dans l'expression équivalente d'Yvonne.
- Rédige des expressions équivalentes à $5a+6a+4$ et à n^2-2n+3.

Tâches d'évaluation pour la classe / des groupes / individuelles

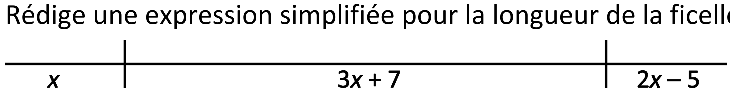
Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- On a un jardin de fleurs rectangulaire dont la longueur fait 8 parpaings et la largeur 9 briques. Demandez aux élèves de trouver une expression simplifiée représentant le périmètre du jardin.

- Rédige une expression simplifiée pour le périmètre du rectangle.



- Rédige une expression simplifiée pour la longueur de la ficelle.



- La différence de deux polynômes fait $–2x^2 – 4x + 3$. Demandez aux élèves d'indiquer trois paires de polynômes du deuxième degré qu'on a pu soustraire pour obtenir ce résultat.
- Demandez aux élèves de répondre aux questions suivantes :
  - On a demandé à Wayne de rédiger une expression équivalente à $2x – 7 – 4x + 8$. Sa solution est la suivante : $2x – 4x – 7 + 8 = 2x – 1$. Indique les erreurs et montre l'expression simplifiée correcte.
  - Jennifer a soustrait un polynôme à $3x^2 – x – 1$. Il lui a fallu huit carreaux algébriques pour représenter la différence. Quel polynôme est-il possible qu'elle ait soustrait?
- Utilise à la fois la méthode verticale et la méthode horizontale pour simplifier l'expression $(3a^2 + 2) + (–4a^2 + 2a – 7)$. Explique la méthode que tu préfères et pourquoi.
- Ton ami a été absent aujourd'hui. Pour les devoirs de mathématiques, il faut que tu fasses la soustraction de polynômes suivante : $(–3x + 5) – (4x – 3)$. Explique à ton ami comment trouver la solution. Qu'est-ce que tu lui dirais? Retranscris votre conversation.

Planification de l’enseignement

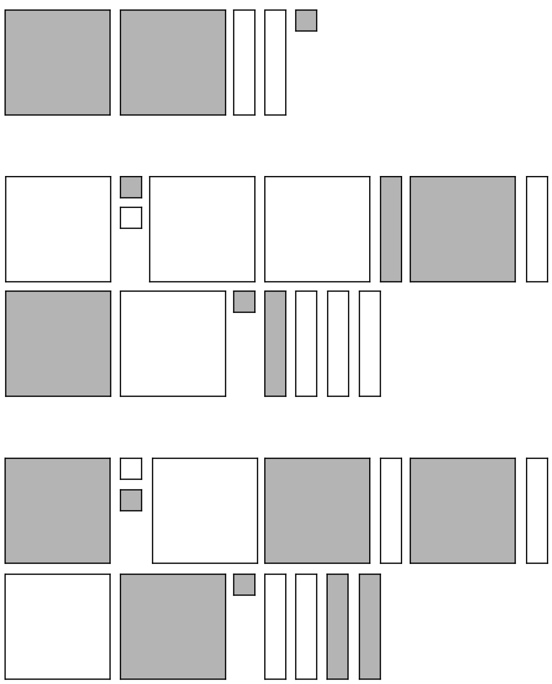
CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

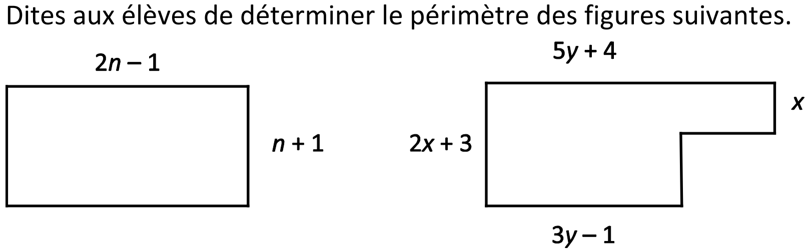
- S’assurer que les élèves ont des occasions de voir la soustraction de diverses manières.
- Utiliser des problèmes sur le périmètre en guise d’application de l’addition et de la soustraction de polynômes.
- Prendre le temps de montrer aux élèves que les carreaux algébriques peuvent représenter différentes variables et non juste les variables typiques x^2 et x. Ne pas utiliser exclusivement x pour désigner les variables.
- Il faudrait que les élèves s’exercent à utiliser des procédures pour les opérations sur les polynômes uniquement une fois qu’ils ont appris à donner un sens aux opérations avec du matériel concret.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L’APPRENTISSAGE

- Présentez aux élèves des modèles comme les suivants et demandez-leur de choisir les modèles qui débouchent sur le même polynôme simplifié.



- Dites aux élèves de déterminer le périmètre des figures suivantes.



- Mets en évidence les termes semblables : $5x^2, 3xy, -2x^2, 2x$

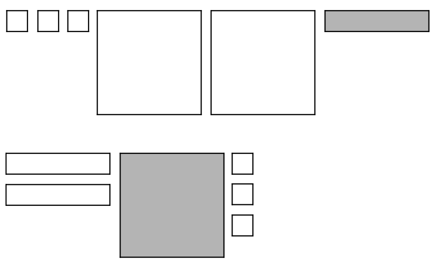
- Modélise chaque somme ou différence sous forme concrète (carreaux algébriques) ou imagée et prends en note les différentes étapes sous forme symbolique.

$$\begin{array}{l} (-2x^2-2x-3) \\ \underline{+\,(-2x^2+3x+1)} \end{array}$$

$(x^2+3x-4)-(-2x^2+1)$

- Simplifie les expressions suivantes en utilisant ta propre stratégie, sous forme concrète, imagée ou symbolique.
  - $(2x^2-5x)-(3x^2+2x)$
  - $(3m^2-2mn-4)+(m^2+2)$

- Indique les expressions équivalentes à $-2y^2+y-3$.
  - $y-3-2y^2$
  - $y^2-1+4y-3y^2-3y-2$
  - $-y^2-3$



- Encercle les erreurs dans l'exercice suivant. Fournis la solution correcte.

Step 1: $(2x^2-3x+2)-(x^2+x-1)$

Step 2: $2x^2-3x+2-x^2+x-1$

Step 3: x^2-2x-1

- Demandez aux élèves de remplir le carré magique. Il faut que toutes les lignes, toutes les colonnes et tous les diagrammes fassent la même somme.

		$2x^2-3x+24$
	$5x^2-4x+15$	$9x^2-2x+3$
$8x^2-5x+6$		

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- carreaux algébriques*
- papier quadrillé

* également disponibles dans *Interactive Math Tools* (Pearson, s. d.)

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ binôme	▪ binôme
▪ coefficient	▪ coefficient
▪ combiner	▪ combiner
▪ équivalent	▪ équivalent
▪ expression	▪ expression
▪ monôme	▪ monôme
▪ opposé	▪ opposé
▪ polynôme	▪ polynôme
▪ principe zéro	▪ principe zéro
▪ terme(s)	▪ terme(s)
▪ terme constant	▪ terme constant
▪ termes non semblables	▪ termes non semblables
▪ termes semblables	▪ termes semblables
▪ trinôme	▪ trinôme
▪ variable	▪ variable

Ressources

Internet

- « Algebra Tiles », *Illuminations: Resources for Teaching Math* (National Council of Teachers of Mathematics, 2015) : http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3482
- « Algebra Tiles » [appli iPad], *Apps for iPads* (Braining Camp, 2013) : www.brainingcamp.com/product/mobile.html
- « Polynomials », *Planning Guide* (Alberta Education, LearnAlberta.ca, 2011) : www.learnalberta.ca/content/mepg9/html/pg9_polynomials/index.html
- Interactive Math Tools (Pearson, s. d.) : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875

Imprimé

- *Big Ideas from Dr. Small: Creating a Comfort Zone for Teaching Mathematics, Grades 4–8* (Small, 2009) p. 8–9
- *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*, 8e éd. (Van de Walle, Karp et Bay-Williams, 2013), p. 481–484
- *Making Math Meaningful to Canadian Students, K –8* (Small, 2009), p. 270–274, p. 639–640

- *Pearson Mathématiques 9* (Baron *et al.,* 2009; n° NSSBB : 2001644)
  - Module 5 – Les polynômes
    - Section 5.2 – Les termes semblables et les termes non semblables
    - Section 5.3 – Additionner des polynômes
    - Section 5.4 – Soustraire des polynômes
    - Problème du module – Les régularités algébriques dans une grille de 100
  - *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; n° NSSBB : 2001645)
    - fiches d'évaluation
    - exercices supplémentaires
    - tests du module
  - *ProGuide* (DVD; n° NSSBB : 2001645)
    - pages du manuel de l'élève pour projection
    - matériel reproductible modifiable

RAS RR07 On s'attend à ce que les élèves modélisent, enregistrent et expliquent les opérations de multiplication et de division d'expressions polynomiales, sous forme concrète, imagée et symbolique (en se limitant aux polynômes de degré inférieur ou égal à deux). [C, L, R, V]
[C] Communication **[RP]** Résolution de problèmes **[L]** Liens **[CM]** Calcul mental et estimations **[T]** Technologie **[V]** Visualisation **[R]** Raisonnement

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

RR07.01 Modéliser la multiplication d'une expression polynomiale donnée par un monôme donné sous forme concrète ou imagée et prendre en note la marche à suivre sous forme symbolique.
RR07.02 Modéliser la division d'une expression polynomiale donnée par un monôme donné de façon concrète ou imagée et prendre en note la marche à suivre sous forme symbolique.
RR07.03 Appliquer ses propres stratégies de multiplication et de division d'une expression polynomiale donnée par un monôme donné.
RR07.04 Fournir des exemples d'expressions polynomiales équivalentes.
RR07.05 Trouver une ou plusieurs erreurs dans une expression polynomiale donnée sous forme simplifiée.

Portée et séquence

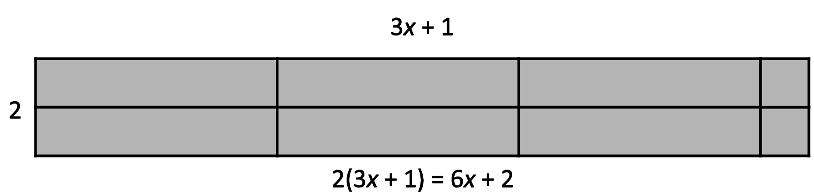
Mathématiques 8^{e} année	Mathématiques 9^{e} année	Mathématiques 10^{e} année
N07 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la multiplication et la division de nombres entiers, sous forme concrète, imagée et symbolique. **RR02** On s'attend à ce que les élèves modélisent et résolvent des problèmes sous forme concrète, imagée et symbolique dans lesquels *a, b* et *c* sont des nombres entiers, avec des équations linéaires de la forme ▪ $ax = b$ ▪ $\frac{x}{a} = b,\ a \neq 0$ ▪ $ax + b = c$ ▪ $\frac{x}{a} + b = c,\ a \neq 0$ ▪ $a(x + b) = c$	**RR07** On s'attend à ce que les élèves modélisent, enregistrent et expliquent les opérations de multiplication et de division d'expressions polynomiales, sous forme concrète, imagée et symbolique (en se limitant aux polynômes de degré inférieur ou égal à deux).	**AN04** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris la multiplication d'expressions polynomiales (limitées à des monômes, des binômes et des trinômes) de façon concrète, imagée et symbolique.. **AN05** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les facteurs communs et la décomposition en facteurs de trinômes de façon concrète, imagée et symbolique.

Contexte

Lors de la multiplication et de la division d'expressions polynomiales, il faudrait que les élèves mettent en application leur compréhension des concepts appris au fil des cours de mathématiques antérieurs, notamment sur la multiplication et la division des entiers relatifs (mathématiques de 8e année), l'utilisation de la distributivité (mathématiques de 8e année) et le calcul de l'aire de rectangles (mathématiques de 6e année). Il faudrait leur donner l'occasion de faire le lien entre ces concepts et les polynômes.

On s'attend à ce que les élèves multiplient une grandeur scalaire par un polynôme, un monôme par un monôme et un monôme par un polynôme. Il convient de travailler tout d'abord sur la multiplication d'un polynôme par une grandeur scalaire, avec du matériel concret et des diagrammes, et de représenter cette opération sous la forme d'une addition répétée. Étant donné $2(3x + 1)$, par exemple, il faudrait que les élèves se rendent compte qu'il s'agit de la même chose que $(3x + 1) + (3x + 1)$ et modélise donc le binôme deux fois, combinent les termes semblables et débouchent sur une réponse.

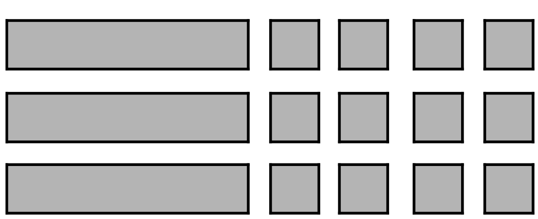
Il faudrait également utiliser le modèle de l'aire pour que les élèves sachent faire le lien entre les résultats obtenus par addition répétée et les résultats obtenus à l'aide du modèle de l'aire.



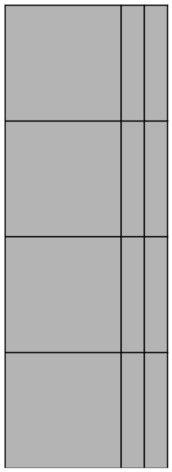
En mathématiques de 8e année, les élèves ont appliqué la propriété de la distributivité pour résoudre des équations linéaires avec les entiers relatifs *a, b* et *c*, $a(b + c)$ ou $(a + b)c = ac + bc$. Les carreaux algébriques sont tout particulièrement appropriés pour illustrer cette propriété. Lors de la multiplication d'expressions polynomiales, il convient de mettre l'accent sur les applications de telles opérations, en particulier dans des problèmes se rapportant à l'aire. On peut représenter l'aire à l'aide de polynômes du deuxième degré parce qu'elle fait intervenir des unités au carré.

Le travail antérieur sur les opérations avec les nombres devrait avoir montré aux élèves que la division est l'inverse de la multiplication. On peut prolonge cela avec la division de polynômes par des monômes. Il faudrait entamer l'étude de la division par la division d'un monôme par un monôme, puis passer à un polynôme divisé par une grandeur scalaire et enfin à la division d'un polynôme par un monôme.

La méthode symbolique la plus couramment utilisée pour diviser un polynôme par un monôme à ce niveau consiste à diviser chaque terme du polynôme par le monôme, puis d'utiliser les lois régissant les exposants pour simplifier (p. ex., $\frac{3x+12}{3}=\frac{3x}{3}+\frac{12}{3}$). Il est facile de modéliser cette méthode avec des carreaux, en faisant utiliser aux élèves le modèle du partage pour la division. Ils commencent par une collection de trois carreaux *x* et de 12 carreaux unitaires et ils divisent le tout en trois groupes égaux.



La division d'un polynôme par un monôme peut se visualiser à l'aide de modèles basés sur l'aire qui utilisent des carreaux algébriques. Il convient de proposer aux élèves des situations où ils ont une collection spécifique de carreaux et on leur demande de créer un rectangle sachant qu'une des dimensions est connue. Pour créer un tel modèle, l'enseignant peut demander aux élèves de créer un rectangle avec trois carreaux x^2 et huit carreaux x, sachant que l'une des dimensions est $4x$.



Pour cet exemple, chaque groupe comprendra $x + 4$, ce qui signifie que le quotient est $x + 4$. Comme il existe diverses méthodes disponibles pour multiplier ou diviser un polynôme par un monôme, il faudrait donner aux élèves l'occasion d'appliquer leur propre stratégie personnelle. Il faudrait les encourager à utiliser les carreaux algébriques, les modèles basés sur l'aire, les règles des exposants, la distributivité et l'addition répétée, ou une combinaison quelconque de ces méthodes, pour multiplier ou diviser des polynômes. Quelle que soit la méthode utilisée, il convient d'encourager les élèves à prendre en note leur travail sous forme symbolique. Le fait de comprendre les différentes approches aidera les élèves à développer leur souplesse dans la réflexion.

Il faudrait encourager les élèves à simplifier les polynômes. Il faudrait qu'ils se rendent compte qu'il est souvent difficile de comparer des polynômes pour voir s'ils sont équivalents tant qu'on ne les a pas présentés sous forme simplifiée. C'est aussi là une occasion de mettre en relief l'intérêt qu'on a à présenter les solutions par ordre décroissant.

Les questions concernant l'analyse des erreurs peuvent être des outils efficaces en vue d'évaluer la compréhension qu'ont les élèves de la simplification des expressions polynomiales, parce qu'elles existent une compréhension plus approfondie. Cela leur fait mieux saisir l'idée que la démarche est tout aussi importante que la solution.

Fournissez aux élèves divers problèmes de multiplication et de division, comme celui ci-dessous, où les expressions ne sont pas correctement simplifiées. Demandez-leur de mettre en évidence et d'encercler les erreurs dans les solutions et de rédiger la solution correcte.

$$
\begin{aligned}
&(12x^2 - 4x) \div (-2x) \\
&= \frac{12x^2}{-2x} - \frac{4x}{-2x} \\
&= -6x - 2 \\
&= -8x
\end{aligned}
$$

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d’évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Dites aux élèves de jouer au jeu « Opération “Entiers relatifs” », avec les opérations de la multiplication et de la division.

Nombre de joueurs : deux à quatre

Matériel : jeu de cartes (sans les figures)

Description : Distribuez toutes les cartes sur la table sans les retourner. Les noires représentent des valeurs positives et les rouges des valeurs négatives. Chaque joueur retourne deux cartes et décide s’il va multiplier ou diviser les deux nombres représentés par les cartes. Le joueur qui obtient le résultat le plus élevé gagne toutes les cartes retournées.

But : On continue jusqu’à ce qu’une seule personne (le gagnant) ait toutes les cartes.

Variantes :
- Utiliser un nombre moins élevé de cartes ou les cartes avec seulement certains nombres.
- Retourner trois ou quatre cartes au lieu de deux cartes pour chaque joueur.
- Le joueur qui a le produit ou quotient le moins élevé gagne toutes les cartes retournées.
- Chaque joueur lance deux (ou plusieurs) dés avec des entiers relatifs sur les faces, au lieu de jouer avec des cartes.
- Le joueur qui a le nombre le plus élevé (ou le plus faible) comme résultat de l’opération gagne un point. Le gagnant est le joueur ayant le plus de points.

- Résous les équations suivantes :
  - $5(b + 13) = 25$
  - $-7(n + 4) = -42$

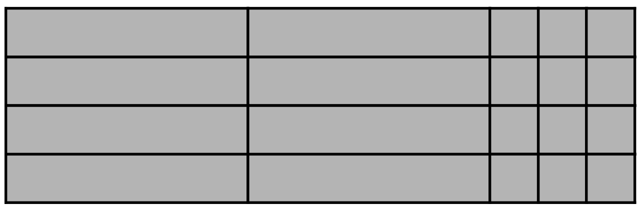
Tâches d’évaluation pour la classe / des groupes / individuelles

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l’évaluation au service de l’apprentissage (formative) soit pour l’évaluation de l’apprentissage (sommative).

- Montre le produit ou quotient pour chacune des expressions suivantes à l’aide de carreaux algébriques ou de diagrammes et prends en note le processus sous forme symbolique.
  - $3(2x - 1)$
  - $\dfrac{3x^2 - 6x}{-3x}$

- Trouve le produit ou quotient à l'aide de la stratégie de ton choix.
  - $2(x^2+3)$
  - $\dfrac{2x^2+8x-6}{2}$

- Écris les dimensions et l'aire du rectangle représenté ci-dessous. Écris toutes les équations avec multiplication et division qui s'y rapportent.



- Écris deux expressions équivalentes aux expressions suivantes :
  - $4(2x^2+6x)$
  - $\dfrac{3x-9}{6}$

- Trouve les termes manquants dans les polynômes suivants :
  - $3x\,(\square + 4) = 6x^2 + \square$
  - $(2x^2 - \square) = x^2 - x$

- Encercle les erreurs et corrige la solution.
  - $-4m(-2+m) = -8m+4$
  - $\dfrac{-12y+6}{6} = -2y$

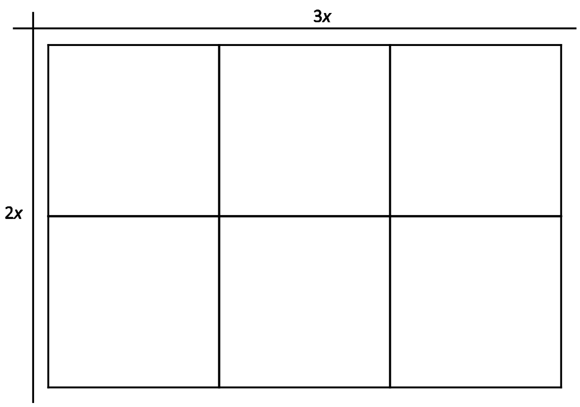
Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

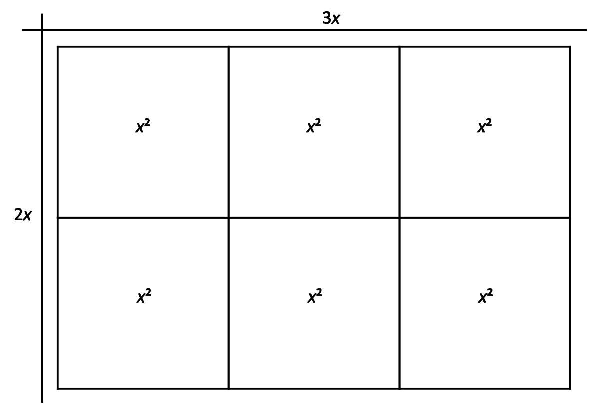
Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Commencer par la multiplication et la division de monômes à l'aide de modèles basés sur l'aire et progresser pour arriver à la résolution algébrique. Exemple :

Pour $(3x)(2x)$,
construis un rectangle avec les dimensions données.
Remplis les aires avec les pièces appropriees.
Laire de $6x^2$ est le produit.



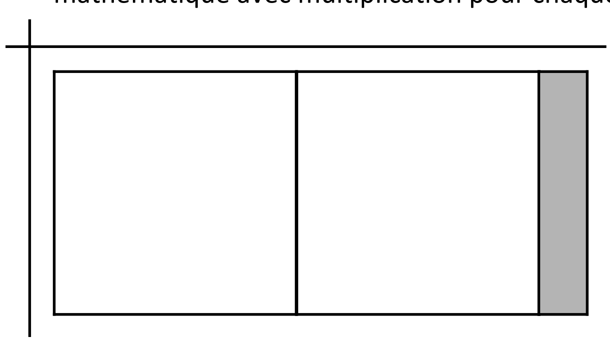
Pour $\frac{6x^2}{3x}$,
construis un rectangle (dividente) un utilisant
le diviseur comme l'une des dimensions.
L'autre dimension est le quotien.

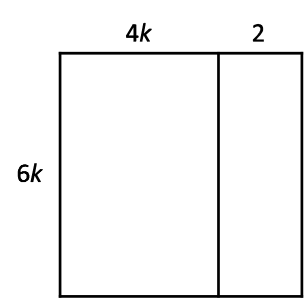


- Progresser vers la multiplication d'un polynôme par une grandeur scalaire, puis la multiplication d'un polynôme par un monôme.

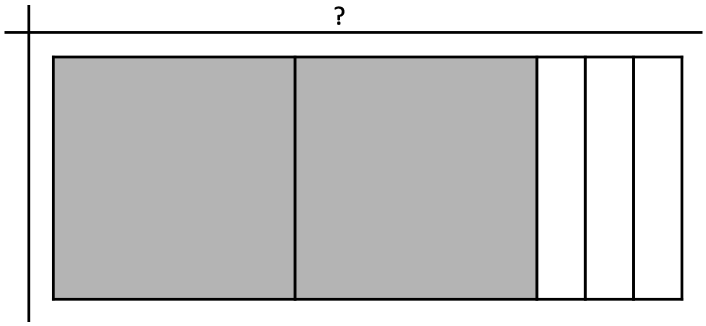
TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Dites aux élèves de modéliser $3(2x+1)$ avec des carreaux.
- Demandez aux élèves de modéliser la multiplication de polynômes comme les suivants à l'aide d'au moins deux méthodes différentes.
  - $2(4x^2 + 3x - 2)$
  - $-3x(x - 4)$
- Fournissez aux élèves des modèles de multiplications et demandez-leur de rédiger une phrase mathématique avec multiplication pour chaque modèle.



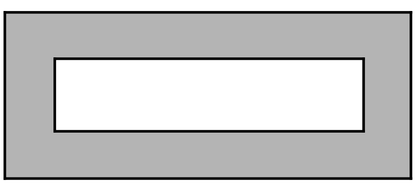


- Demandez aux élèves de décrire deux méthodes qu’on pourrait utiliser pour multiplier des polynômes par des monômes.
- Demandez aux élèves de rédiger une phrase avec division pour décrire le modèle suivant et de déterminer ensuite le quotient.



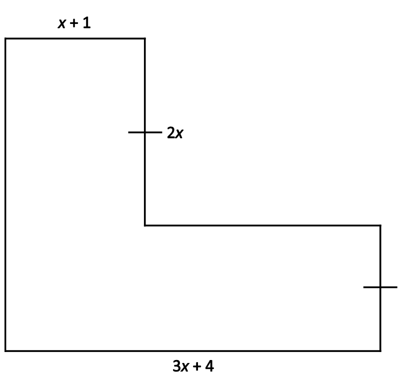
- Demandez aux élèves de dessiner un rectangle dont l’aire fait $36a^2 + 12a$ et de dresser la liste du plus grand nombre de dimensions différentes possible en deux minutes. Après écoulement du délai, demandez aux élèves de se tourner vers un partenaire pour échanger leur liste avec lui. Avec ton partenaire, lis, à raison d’une à la fois, les dimensions dans ta liste, jusqu’à avoir fait toute la liste. Ayez une discussion en classe sur les facteurs possibles.

- Le rectangle intérieur dans le diagramme suivant est un jardin de fleurs. La partie foncée est une allée en béton qui l’entoure. L’aire du jardin de fleurs est fournie sous la forme de l’expression $x^2 + 5x$ et l’aire du grand rectangle, qui comprend à la fois le jardin et l’allée, fait $2x^2 + 20x$.

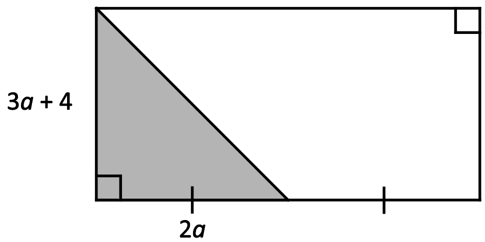


  – Demandez aux élèves d’écrire une expression pour les dimensions de chaque rectangle. Y a-t-il plus d’une possibilité? Demandez aux élèves de trouver l’aire de l’allée.

- Demandez aux élèves d’écrire une expression simplifiée pour l’aire de cette figure.



   – Demandez aux élèves d’écrire une expression simplifiée pour l’aire de la partie foncée dans la figure ci-dessous :



- Les élèves pourraient se mettre par groupes pour jouer à un jeu de dominos.
   – Fournissez à chaque groupe 10 cartes de domino.
   – L’un des côtés de la carte contient une expression polynomiale et l’autre une simplification d’une expression polynomiale.
   – L’objectif est de disposer les dominos de façon à ce que la simplification de l’expression polynomiale d’une carte corresponde à l’expression polynomiale correcte de l’autre.
   – Ils finiront par former une boucle complète, avec la première carte correspondant à la dernière carte. Voici un exemple :

$3(2x + 5)$	$4x^2 + 20x$	$4x(x + 5)$	$-6x + 8$	$\dfrac{18x^2 - 24x}{-3x}$	$5x(3 - x)$

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D’ARTICLES À MANIPULER

- carreaux algébriques
- papier quadrillé

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	**Élève**
▪ binôme ▪ coefficient ▪ combiner ▪ équivalent ▪ expression ▪ facteur ▪ modèle avec aire ▪ monôme ▪ opposé ▪ polynôme ▪ produit ▪ quotient ▪ scalaire ▪ terme(s)	▪ binôme ▪ coefficient ▪ combiner ▪ équivalent ▪ expression ▪ facteur ▪ modèle avec aire ▪ monôme ▪ opposé ▪ polynôme ▪ produit ▪ quotient ▪ scalaire ▪ terme(s)

Enseignant	**Élève**
▪ terme constant ▪ termes non semblables ▪ termes semblables ▪ trinôme ▪ variable	▪ terme constant ▪ termes non semblables ▪ termes semblables ▪ trinôme ▪ variable

Ressources

Internet

- « Algebra Tiles », *Illuminations: Resources for Teaching Math* (National Council of Teachers of Mathematics, 2015) : http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3482
- « Algebra Tiles » [appli iPad], *Apps for iPads* (Braining Camp, 2013) : www.brainingcamp.com/product/mobile.html
- « Polynomials », *Planning Guide* (Alberta Education, LearnAlberta.ca, 2011) : www.learnalberta.ca/content/mepg9/html/pg9_polynomials/index.html

Imprimé

- *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*, 8e éd. (Van de Walle, Karp et Bay-Williams, 2013), p. 484–485
- *Making Math Meaningful to Canadian Students, K –8* (Small, 2009), p. 180
- *Pearson Mathématiques 9* (Baron *et al.,* 2009; no NSSBB : 2001644)
  - Module 5 – Les polynômes
    - Section 5.5 – Multiplier et diviser un polynôme par un terme constant
    - Section 5.6 – Multiplier et diviser un polynôme par un monôme
  - *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; no NSSBB : 2001645)
    - fiches d'évaluation
    - exercices supplémentaires
    - tests du module
  - *ProGuide* (DVD; no NSSBB : 2001645)
    - pages du manuel de l'élève pour projection
    - matériel reproductible modifiable

La mesure (M)

RAG : On s’attend à ce que les élèves utilisent des mesures directes et indirectes pour décrire le monde et pour résoudre des problèmes.

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage est quelque chose qui peut et devrait se faire au quotidien dans le cadre de l'enseignement. L'évaluation de l'apprentissage est également quelque chose qui devrait se produire fréquemment. Il convient d'utiliser tout un éventail d'approches et de contextes pour évaluer l'ensemble des élèves : collectivement en tant que classe, en groupes et individuellement.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles sont les méthodes et activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Que devrai-je faire pour assurer la concordance entre mes stratégies d'évaluation et mes stratégies d'enseignement?

Suivi sur l'évaluation

Il convient de définir l'enseignement en fonction des données rassemblées sur l'apprentissage à partir de la participation et des travaux des élèves.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?
- De quelles méthodes peut-on se servir pour offrir des commentaires et des suggestions aux élèves en temps opportun?

Planification de l'enseignement

Pour avoir un bon programme de mathématiques, il est nécessaire de planifier l'enseignement afin qu'il se déroule de façon cohérente.

Planification à long terme

- Plan annuel disponible sur *Mathematics Learning Commons: Grades 7–9* à l'adresse : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Est-ce que la leçon concorde avec mon plan pour l'année ou le module?
- Comment incorporer les processus indiqués pour ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et expériences d'apprentissage devrais-je proposer pour favoriser la réalisation des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources didactiques devrais-je utiliser?
- Comment devrais-je m'y prendre pour répondre aux besoins des élèves dans toute leur diversité

RAS M01 On s'attend à ce que les élèves résolvent des problèmes et justifient leur stratégie de résolution en utilisant les propriétés suivantes du cercle : ▪ La perpendiculaire partant du centre du cercle coupe la corde en deux parties égales. ▪ L'angle au centre mesure deux fois l'angle inscrit sous-tendu par le même arc. ▪ Les angles inscrits sous-tendus par le même arc sont congruents. ▪ La tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon du cercle au point de tangence. [C, L, RP, R, T, V]			
[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CM]** Calcul mental et estimations

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

M01.01 Démontrer les choses suivantes :

- La perpendiculaire passant du centre d'un cercle à une corde est la médiatrice de la corde.
- La mesure de l'angle au centre est égale au double de la mesure de l'angle sous-tendu par le même arc.
- Les angles inscrits sous-tendus par le même arc sont congruents.
- La tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon au point de tangence.

M01.02 Résoudre un problème donné comportant l'application de l'une ou de plusieurs des propriétés du cercle.

M01.03 Déterminer la mesure d'un angle inscrit donné dans un demi-cercle en utilisant les propriétés des cercles.

M01.04 Expliquer la relation entre le centre du cercle, la corde et la médiatrice de la corde.

Portée et séquence

Mathématiques 8^e^ année	**Mathématiques 9^e^ année**	**Mathématiques 10^e^ année**
M01 On s'attend à ce que les élèves établissent et mettent en application le théorème de Pythagore pour résoudre des problèmes.	**M01** On s'attend à ce que les élèves résolvent des problèmes et justifient leur stratégie de résolution en utilisant les propriétés suivantes du cercle : ▪ La perpendiculaire partant du centre du cercle coupe la corde en deux parties égales. ▪ L'angle au centre mesure deux fois l'angle inscrit sous-tendu par le même arc. ▪ Les angles inscrits sous-tendus par le même arc sont congruents. ▪ La tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon du cercle au point de tangence.	–

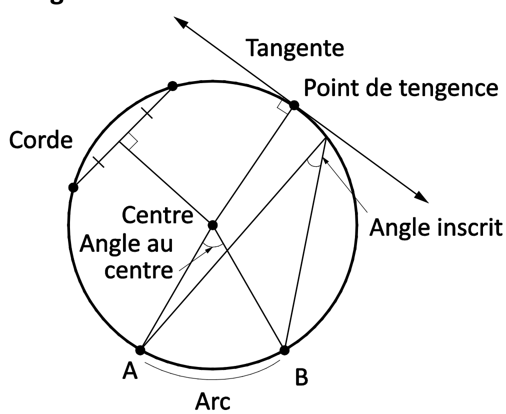
Contexte

Les élèves ont exploré les cercles en mathématiques de 7e année en étudiant le rayon, le diamètre, la circonférence, pi et l'aire.

Ils ont élaboré des formules sur ces questions dans le cadre d'un travail d'exploration. Ils connaissent également l'art de construire des cercles et les angles centraux. Lors de la résolution de problèmes pour le présent résultat d'apprentissage, on utilisera le théorème de Pythagore, sur lequel on a travaillé en mathématiques de 8e année, et il convient de le réexaminer en contexte.

En mathématiques de 9e année, il faudra que les élèves comprennent les termes relatifs aux propriétés du cercle. Dans ce résultat d'apprentissage, on travaille sur les propriétés du cercle et on fait découvrir aux élèves de nouveaux termes. Il convient de travailler sur chaque propriété dans le cadre d'une exploration géométrique, pour en dégager la nouvelle terminologie et l'appliquer ensuite à des situations de la vie réelle. La terminologie comprend les termes suivants :

- Le **cercle** est un ensemble de points sur un plan qui se situent tous à la même distance (sont équidistants) d'un point fixe appelé le *centre*. Le nom du cercle comprend le nom de son centre.
- Les **cordes** sont des segments de droite joignant deux points quelconques du cercle.
- Les **angles centraux** sont des angles formés par deux rayons du cercle.
- Les **angles inscrits** sont des angles formés par deux cordes ayant une extrémité en commun; autrement dit, il s'agit d'angles formés en joignant trois points sur le cercle.
- Les **arcs** sont des portions de la circonférence du cercle.
- Les **tangentes** sont des droites qui touchent le cercle à exactement un point, appelé **point de tangence**.



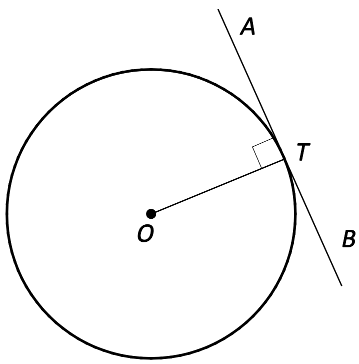
Les élèves vont explorer les propriétés du cercle se rapportant aux cordes, aux angles inscrits et aux angles centraux, ainsi qu'aux tangentes. L'objectif ici n'est pas d'être exhaustif. Le traitement de ces différents sujets dépendra dans une large mesure des contextes examinés.

Lorsque les élèves utiliseront les propriétés du cercle pour déterminer la mesure d'angles, il leur sera nécessaire de mettre en application des concepts appris antérieurement. Le cercle peut contenir un triangle isocèle, par exemple, dont deux des côtés sont des rayons du cercle. Il faut que les élèves se rendent compte que les angles opposés aux côtés congruents du triangle isocèle ont la même mesure. On a introduit cela en mathématiques de 6e année.

L’autre propriété couramment utilisée est que la somme des angles intérieurs d’un triangle fait 180° (mathématiques de 6^{e} année).

On peut présenter les propriétés du cercle dans un ordre quelconque. Quand on commence par la propriété « la tangente d’un cercle est perpendiculaire au rayon au point de tangence », on n’introduit pour les élèves qu’un nouveau terme. Cela donne l’occasion de résoudre des problèmes contextuels avant de travailler sur les autres propriétés. Il convient de travailler sur toutes les propriétés de cette manière, afin que les élèves fassent des liens avec des situations de la vie réelle.

- Dans le diagramme suivant :
  - O est le centre du cercle.
  - OT est le rayon.
  - T est un point de tangence.
  - AB est une tangente.
  - La propriété sur les rayons et les tangentes nous dit que, étant donné ces conditions, $\angle$ ATO = 90°.



On peut plier le papier pour explorer quelques-unes des propriétés des cercles dans le cadre de ce résultat d’apprentissage, par exemple pour localiser le centre du cercle, pour montrer que l’angle inscrit est un angle droit quand il concerne deux cordes dont les extrémités forment un diamètre du cercle et pour montrer que la perpendiculaire à une corde du cercle passe par le centre du cercle. (Quand il s’agit de plier du papier, il est utile de se servir de papier d’emballage de viande.)

Localisation du centre à l’aide de diamètres :

- Dessine un grand cercle sur une feuille.
- Plie le cercle pour former un diamètre et nomme les extrémités A et B.
- Plie à nouveau le cercle en deux selon un axe différent et nomme les extrémités C et D.
- Le point d’intersection de ces deux diamètres est le centre du cercle.

Lorsque l’angle inscrit forme un diamètre, il s’agit d’un angle droit :

- Dessine un grand cercle sur une feuille.
- Plie le cercle pour former un diamètre et nomme les extrémités A et B.
- Marque un point C sur la circonférence du cercle. Plie le papier pour former la corde AC.
- Plie le papier pour former la corde BC.
- Mesure l’angle C. Que remarques-tu?

La perpendiculaire d'une corde passe par le centre :

- Dessine un grand cercle sur une feuille.
- Trace deux cordes dans le cercle qui ne sont pas parallèles.
- Plie le papier pour trouver la médiatrice de chaque corde.
- Le point d'intersection des deux médiatrices est le centre du cercle.

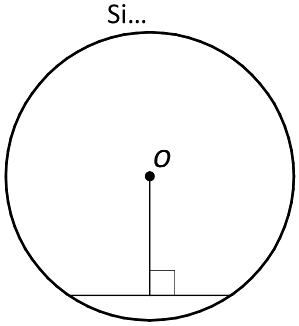
Il faudrait conduire les élèves à se rendre compte que, du moment que deux quelconques des trois conditions suivantes sont vraies, alors la troisième condition est vraie pour une droite donnée et une corde donnée dans le cercle :

- La droite coupe la corde en deux parties égales.
- La droite passe par le centre du cercle.
- La droite est perpendiculaire à la corde.

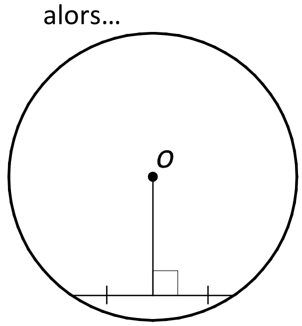
Illustre les propriétés du cercle à l'aide des schémas suivants :

- Propriété 1 : Lorsqu'on trace une droite partant du centre du cercle et perpendiculaire à une corde, cette droite coupe la corde en deux parties égales.

Si…

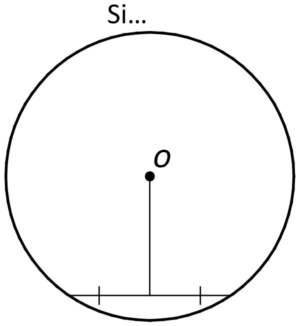


alors…

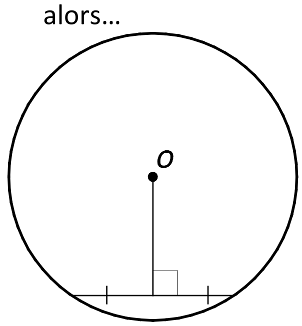


- Propriété 2 : Lorsqu'on trace une droite partant du centre du cercle et coupant une corde en deux parties égales, cette droite est perpendiculaire à la corde.

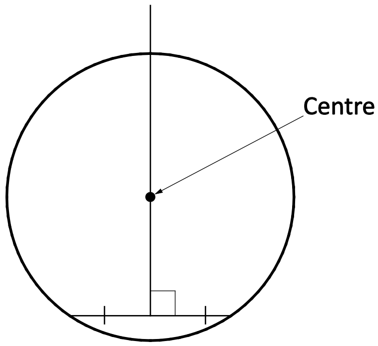
Si…



alors…



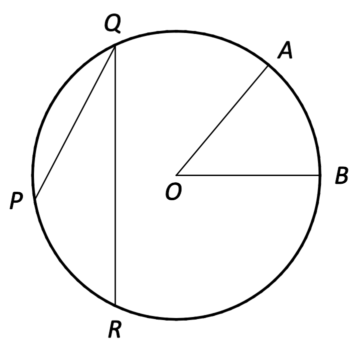
- Propriété 3 : Lorsqu’on trace la médiatrice d’une corde, la droite passe par le centre du cercle.



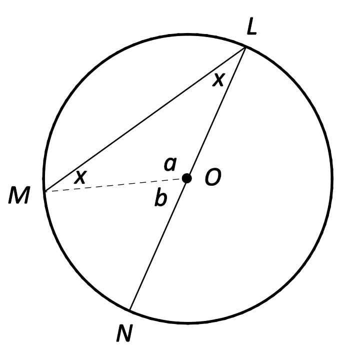
Il faudrait aussi que les élèves découvrent les relations entre les angles centraux et les angles inscrits. La géométrie du cercle est très visuelle et il convient d’encourager les élèves à dessiner des diagrammes. Certains élèves auront peut-être de la difficulté à mettre en évidence l’arc qui sous-tend l’angle inscrit ou central. Il pourra être utile pour eux d’utiliser des couleurs différentes pour représenter et distinguer les différentes droites qui forment les angles. Insistez sur le fait qu’un angle sous-tendu par un arc est un angle qui a des extrémités communes avec l’arc.

$\angle$ PQR est un angle inscrit sous-tendu par l’arc PR

$\angle$ AOB est un angle central sous-tendu par l’arc AB



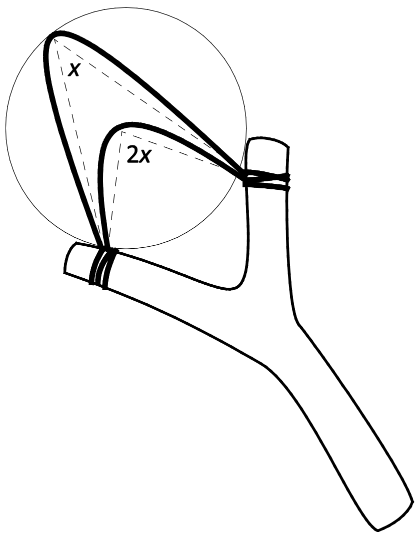
Il faudrait que les élèves découvrent la relation entre les angles inscrits et les angles centraux sous-tendus par le même arc. Pour illustrer cette relation, on peut utiliser la méthode suivante.



Remarque que $a + 2x = 180°$
Et aussi que $a + b = 180°$
Par conséquent, $b = 2x$

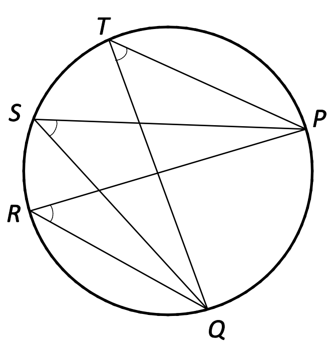
Comme *b* représente un angle central et que *x* représente un angle inscrit, les élèves devraient en conclure que les angles inscrits ont une mesure qui est la moitié de la mesure de l'angle central sous-tendu par le même arc.

Les élèves font souvent l'erreur de doubler la mesure de l'angle central pour trouver la mesure de l'angle inscrit. L'utilisation de diagrammes est un bon outil visuel pour montrer qu'il est impossible que l'angle inscrit soit plus grand que l'angle central quand les deux sont sous-tendus par le même arc. Il faudrait que les élèves songent à ce qui se passe quand on tire sur l'élastique d'un lance-pierre et qu'on mesure l'angle formé par l'élastique. Plus on tire sur l'élastique, plus l'angle formé est aigu (c'est-à-dire petit). Cet exercice mental leur fera mieux saisir l'idée que l'angle inscrit est plus petit que l'angle central sous-tendu par le même arc.



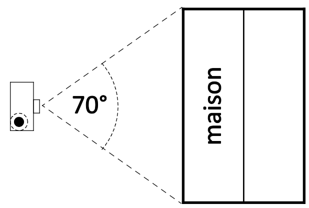
Sinon, du moment que les élèves comprennent bien que le diamètre est un angle central mesurant 180°, ils devraient parvenir à la conclusion que l'angle inscrit mesure la moitié de l'angle central sous-tendu par le même arc et que, comme l'angle central fait 180°, l'angle inscrit fait nécessairement 90°.

Il faudrait aussi que les élèves aient l'occasion de découvrir que les angles inscrits sous-tendus par le même arc sont égaux.

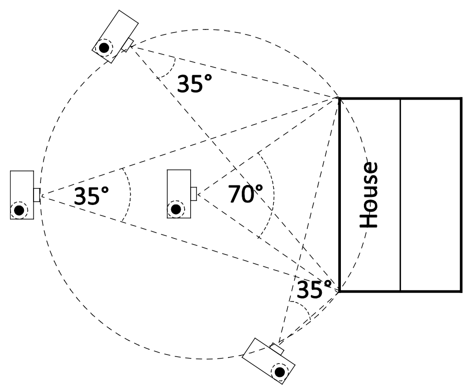


Passez en revue l'exemple suivant avec les élèves pour les aider à comprendre la relation entre les angles dans un seul et même cercle :

- Jackie travaille pour une agence immobilière. Elle prend des photos des maisons à vendre. Elle a photographié une maison il y a deux mois avec un appareil photo dont la lentille avait un champ de vision de 70°. Aujourd'hui, elle a un téléobjectif avec un champ de vision de 35°. De quel(s) endroit(s) Jackie pourrait-elle photographier la maison avec le téléobjectif de façon à ce que l'ensemble de la maison entre dans le cadre de la photo? Explique tes choix.



On montre ici une solution possible. Ce schéma illustre aussi le fait que les angles inscrits sous-tendus par le même arc sont congruents.



Une fois qu'on a travaillé sur toutes les propriétés, les élèves peuvent résoudre des problèmes faisant intervenir une combinaison de propriétés. Il faut les encourager à utiliser la technologie. Les logiciels de géométrie dynamique peuvent aider les élèves à explorer les relations.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Fournissez aux élèves des compas de marque « Bull's Eye ». Dites-leur d'explorer l'art de dessiner des cercles. Rappelez-leur d'indiquer la longueur du rayon et le diamètre de chaque cercle.

- Un élève a effectué les étapes suivantes à l'aide du théorème de Pythagore. **Encercle** l'étape où il a fait une erreur et écris la solution correcte (avec toutes les étapes) à la droite de ce qu'a écrit l'élève. Par exemple, si ***a* = 4** et ***b* = 6**,

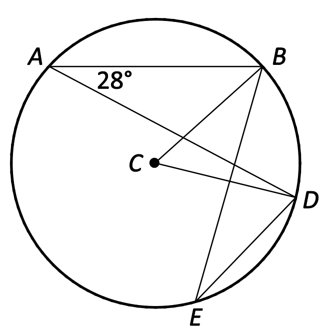
$$4^2 + 6^2 = c^2$$
$$8 + 12 = c^2$$
$$20 = c^2$$
$$\sqrt{20} = \sqrt{c^2}$$
$$4.47 = c$$

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

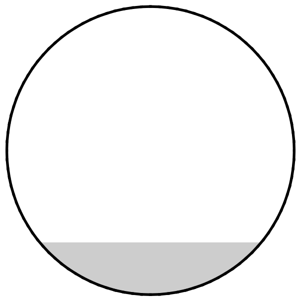
Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Tu viens d'acheter un nouveau parasol pour ta table de piquenique circulaire. Tu veux mettre le parasol au centre de la table, mais il n'y a pas de trou pour cela. Explique ce que tu feras pour déterminer où percer le trou pour le parasol.

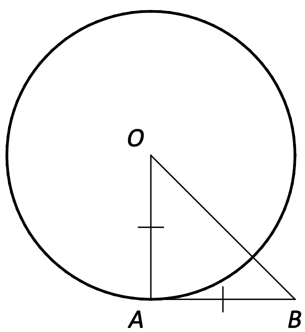
- Trouve $\angle$ BCD et $\angle$ BED.



- Le diagramme suivant représente le niveau d'eau dans un tuyau. La surface de l'eau d'un côté à l'autre du tuyau fait 30 mm et le diamètre intérieur du tuyau fait 44 mm. Quelle est la profondeur de l'eau?

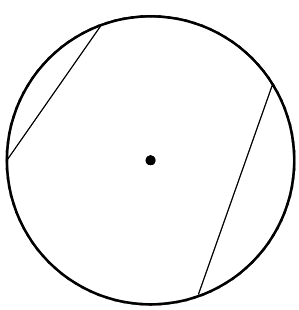


- Sachant que OA = BA et que BA est tangente au cercle au point A, détermine la mesure de l'angle $\angle$ ABO.

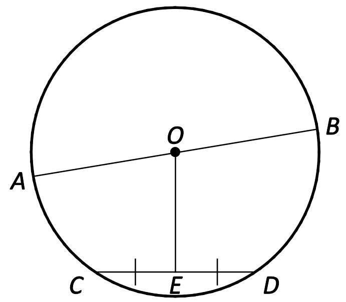


- Mike a une roche attachée au bout d'une corde de 5 m et est en train de faire tourner la roche autour de sa tête pour former un cercle dont il est le centre. La roche se détache et vole dans les airs le long d'une tangente du cercle jusqu'à ce qu'elle frappe le côté d'un édifice qui se trouve à 14 m de Mike. Quelle distance la roche a-t-elle parcourue le long de la tangente? Détermine la réponse au mètre près.

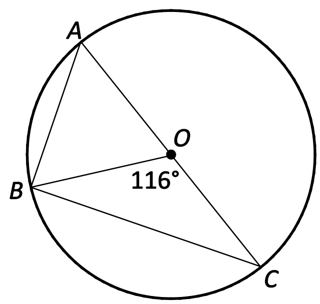
- Demandez aux élèves d'expliquer comment localiser le centre d'un cercle si on leur donne deux cordes quelconques dans le cercle qui ne sont pas parallèles.



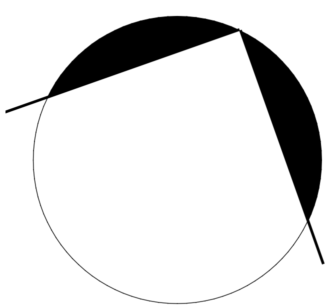
- Dans le cercle suivant dont le centre est O, le diamètre fait 40 cm et la corde CD fait 34 cm. Quelle est la longueur de *OE*?



- Dans le cercle suivant dont le centre est O, ∠ BOC = 116°. Quelle est la mesure, en degrés, des angles ∠ ABO et ∠ BCO?

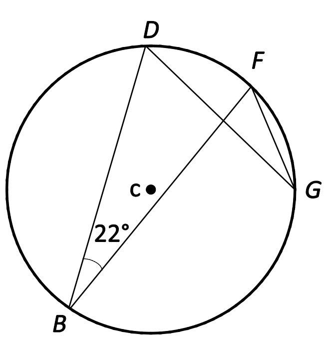


- Le coin d'une feuille de papier fait un angle de 90° et est placé sur un cercle comme dans la figure ci-dessous.

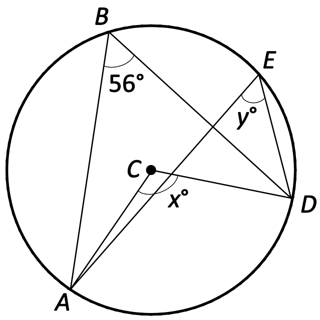


  - Pour *AB* est-il le diamètre?
  - Comment utiliser le coin de la feuille pour trouver le centre du cercle?

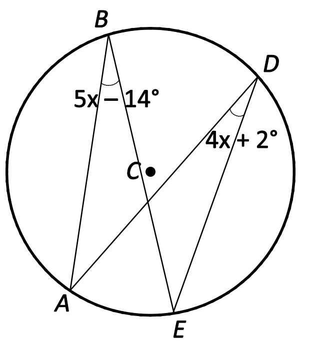
- Dans le cercle ci-dessous, quelle est la mesure de ∠ DGF?



- Quelles sont les mesures de *x* et de *y*?



- Quelle est la valeur de *x*? la mesure de ∠ ABE?



- La ville est en train de construire un tunnel pour piétons sous une rue, à l'aide d'un grand caniveau. Le caniveau a un diamètre de 5 mètres. La ville va remplir le fond du caniveau de béton pour créer une surface pour les piétons. Les règlements disent qu'il faut 4,2 m d'espace entre le haut du caniveau et la surface sur laquelle les piétons vont marcher.
  - Quelle est la profondeur du béton que la ville devra couler au fond du caniveau?
  - Quelle sera la largeur de la surface quand elle sera prête?

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

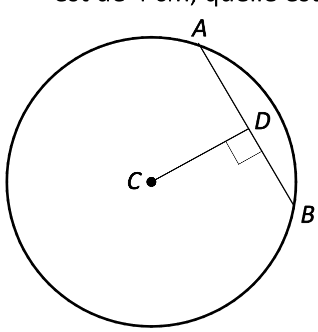
Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Donner aux élèves une feuille avec des cercles dans lesquels les centres sont indiqués, pour explorer les propriétés des cercles.

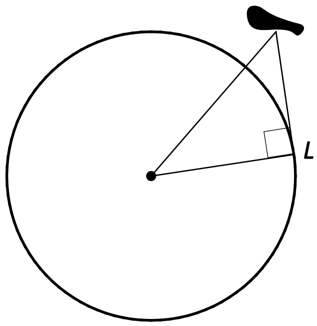
- Demander aux élèves de tracer deux cordes non parallèles dans le même cercle. Leur demander de tracer, à l'aide du triangle dans un jeu d'instruments de géométrie, une droite perpendiculaire à chaque corde et passant par le centre du cercle, puis de mesurer chaque partie des cordes ainsi divisées. Cette exploration devrait conduire les élèves à montrer que la médiatrice d'une corde passe par le centre du cercle et inversement que la droite partant du centre du cercle qui coupe la corde à angle droit coupe également la corde en deux parties égales.
- Donner aux élèves des occasions de tracer et de mesurer des angles centraux et des angles inscrits sous-tendus par le même arc et de tirer des conclusions de ce qu'ils tracent et mesurent.
- Demander aux élèves de placer un point en dehors d'un des cercles et leur demander de dessiner les deux tangentes possibles avec le cercle. Au point où chaque tangente touche le cercle (point de tangence), demander aux élèves de tracer une droite pour relier ce point au centre du cercle. Les élèves devraient ensuite mesurer l'angle formé par la tangente et le rayon. Qu'est-ce qu'ils remarquent au sujet de ces mesures?
- Demander aux élèves de tracer un diamètre dans l'un des cercles. Ils devraient ensuite tracer et mesurer un angle inscrit sous-tendu par le demi-cercle.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Présentez aux élèves le défi suivant : Une caméra de surveillance enregistre les gens qui entrent dans l'école. Lors de l'examen de l'enregistrement, les administrateurs de l'école constatent que la caméra ne marche plus. Ils cherchent à acheter une nouvelle caméra et constatent que les caméras disponibles ont un champ de vision de 40°, alors que la caméra qui ne marche plus a un champ de 80°. Où devraient-ils positionner la nouvelle caméra pour couvrir la même zone?
- Fournissez aux élèves un arc et demandez-leur de trouver le rayon du cercle à partir duquel on a formé l'arc. (On peut prolonger l'activité avec différents arcs.)
- Demandez aux élèves de résoudre les problèmes suivants :
  - Le rayon du cercle à droite mesure 6 cm. Sachant que la distance entre le centre et la corde (CD) est de 4 cm, quelle est la longueur de la corde AB?



– La Terre a un rayon de 6400 km. Sachant qu'un oiseau se situe à 1500 m au-dessus du sol, à quelle distance se trouve-t-il de Leslie, qui se trouve au point L?



- Demandez aux élèves de faire l'exercice de pliage de papier ci-dessous pour mieux comprendre la relation entre la perpendiculaire partant du centre du cercle et la corde.
  – Trace un grand cercle sur du papier calque et dessine deux cordes différentes.
  – Trace la médiatrice de chaque corde.
  – Indique le point dans le cercle où les deux médiatrices se coupent.
  – Que remarques-tu sur le point d'intersection des deux médiatrices?

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- objets circulaires pour tracer des cercles
- ficelle
- papier calque (papier d'emballage de viande)
- compas « Bull's Eye »
- *The Geometer's Sketchpad*
- gabarit de cercle (voir « Ressources › Internet »)

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ aire ▪ angle central ▪ angle inscrit ▪ arc ▪ centre ▪ cercle ▪ circonférence ▪ congruent ▪ corde ▪ couper en deux parties égales ▪ diamètre ▪ équidistant ▪ médiatrice ▪ perpendiculaire ▪ pi ▪ point de tangence	▪ aire ▪ angle central ▪ angle inscrit ▪ arc ▪ centre ▪ cercle ▪ circonférence ▪ congruent ▪ corde ▪ couper en deux parties égales ▪ diamètre ▪ équidistant ▪ médiatrice ▪ perpendiculaire ▪ pi ▪ point de tangence

▪ rayon ▪ segment de droite ▪ sous-tendre ▪ sous-tendu ▪ tangente	▪ rayon ▪ segment de droite ▪ sous-tendre ▪ sous-tendu ▪ tangente

Ressources

Internet

- « Circle Template », *Illuminations: Resources for Teaching Math* (National Council of Teachers of Mathematics, 2015) : http://illuminations.nctm.org/uploadedFiles/Content/Lessons/Ressources/9-12/FoldingCircle-CircleTemplate.pdf
- « Exploring Circle Geometry Properties: Use It », *Math Interactives* (Alberta Education, LearnAlberta.ca, 2015) : www.learnalberta.ca/content/mejhm/index.html?l=0&ID1=AB.MATH.JR.SHAP&ID2=AB.MATH.JR.SHAP.CIRC&lesson=html/object_interactives/circles/use_it.html
- « Folding Circles: Exploring Circle Theorems through Paper Folding », *Illuminations: Resources for Teaching Math* (National Council of Teachers of Mathematics, 2015) : http://illuminations.nctm.org/Lesson.aspx?id=3777
- « Point-Circle », LearnAlberta.ca (Alberta Education, LearnAlberta.ca, 2015) : www.learnalberta.ca/content/meda/html/pointcircle/index.html

Imprimé

- *Pearson Mathématiques 9* (Baron *et al.,* 2009; n° NSSBB : 2001644)
  - Module 8 – La géométrie du cercle
    - Section 8.1 – Les propriétés des tangentes à un cercle
    - Section 8.2 – Les propriétés des cordes dans un cercle
    - Technologie – Vérifier les propriétés des tangentes et des cordes
    - Jeu – Les sept jetons
    - Section 8.3 – Les propriétés des angles dans un cercle
    - Technologie – Vérifier les propriétés des angles
    - Problème du module – Concevoir un cercle
  - *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; n° NSSBB : 2001645)
    - fiches d'évaluation
    - exercices supplémentaires
    - tests du module
  - *ProGuide* (DVD; n° NSSBB : 2001645)
    - pages du manuel de l'élève pour projection
    - matériel reproductible modifiable
- *Patty Paper Geometry* (Serra, 2011) , p. 103–119
- *Developing Thinking in Geometry* (Johnston-Wilder et Mason, 2006), p. 41–45

- *Geometry: Seeing, Doing, Understanding,* 3e édition (Jacobs, 2003), p. 484–485, p. 491–492, p. 497–499, p. 504–505

La géométrie (G)

RAG : On s'attend à ce que les élèves décrivent les propriétés d'objets à trois dimensions et de figures à deux dimensions et analysent les relations qui existent entre elles.

RAG : On s'attend à ce que les élèves décrivent et analysent la position et le mouvement d'objets et de figures.

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage est quelque chose qui peut et devrait se faire au quotidien dans le cadre de l'enseignement. L'évaluation de l'apprentissage est également quelque chose qui devrait se produire fréquemment. Il convient d'utiliser tout un éventail d'approches et de contextes pour évaluer l'ensemble des élèves : collectivement en tant que classe, en groupes et individuellement.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles sont les méthodes et activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Que devrai-je faire pour assurer la concordance entre mes stratégies d'évaluation et mes stratégies d'enseignement?

Suivi sur l'évaluation

Il convient de définir l'enseignement en fonction des données rassemblées sur l'apprentissage à partir de la participation et des travaux des élèves.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?
- De quelles méthodes peut-on se servir pour offrir des commentaires et des suggestions aux élèves en temps opportun?

Planification de l'enseignement

Pour avoir un bon programme de mathématiques, il est nécessaire de planifier l'enseignement afin qu'il se déroule de façon cohérente.

Planification à long terme

- Plan annuel disponible sur *Mathematics Learning Commons: Grades 7–9* à l'adresse : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Est-ce que la leçon concorde avec mon plan pour l'année ou le module?
- Comment incorporer les processus indiqués pour ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et expériences d'apprentissage devrais-je proposer pour favoriser la réalisation des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources didactiques devrais-je utiliser?
- Comment devrais-je m'y prendre pour répondre aux besoins des élèves dans toute leur diversité?

RAS G01 On s'attend à ce que les élèves déterminent l'aire de la surface d'objets composés à 3D pour résoudre des problèmes. [C, L, RP, R, V]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

G01.01 Déterminer l'aire de la surface du chevauchement dans un objet à trois dimensions donné et expliquer son effet sur le calcul de l'aire de la surface (en se limitant aux cylindres droits et aux prismes droits à base rectangulaire ou triangulaire).

G01.02 Déterminer l'aire de la surface d'un objet à trois dimensions concret donné (en se limitant aux cylindres droits et aux prismes droits à base rectangulaire ou triangulaire).

G01.03 Résoudre un problème donné faisant intervenir l'aire de la surface.

Portée et séquence

Mathématiques 8^e année	**Mathématiques 9^e année**	**Mathématiques 10^e année**
M03 On s'attend à ce que les élèves déterminent l'aire de la surface de prismes droits à base rectangulaire, de prismes droits à base triangulaire et de cylindres droits pour résoudre des problèmes. **G01** On s'attend à ce que les élèves dessinent et interprètent des vues de dessus, de devant et de côté d'objets à trois dimensions composés de prismes droits à base rectangulaire.	**G01** On s'attend à ce que les élèves déterminent l'aire de la surface d'objets composés à 3D pour résoudre des problèmes.	**M01** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant la mesure linéaire à l'aide d'unités de mesure des systèmes international (SI) et impérial, de stratégies d'estimation et de stratégies de mesure. **M03** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant l'aire totale et le volume exprimés en unités de mesure SI et impériales d'objets à trois dimensions, y compris des cônes droits, des cylindres droits, des prismes droits, des pyramides droites et des sphères.

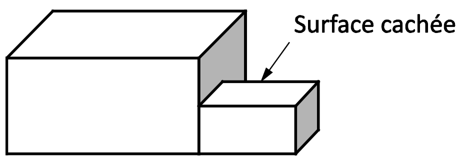
Contexte

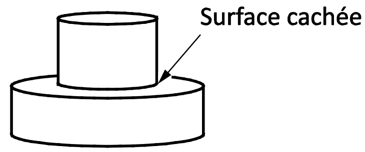
En mathématiques de 8^e année, les élèves ont fait l'expérience du calcul de l'aire de la surface de prismes droits à base rectangulaire, de prismes droits à base triangulaire et de cylindres droits. On s'est concentré sur la compréhension du concept de l'aire de la surface, en utilisant des développements plutôt que des formules. En mathématiques de 9^e année, on élargira ce travail aux objets composés.

Pour calculer l'aire de la surface d'un objet à trois dimensions, il faudrait fournir aux élèves les développements de divers objets à trois dimensions ou leur donner des Polydrons pour qu'ils construisent des prismes droits à base triangulaire et rectangulaire et les décomposent pour former des développements. Avec l'expérience, ils apprendront à travailler sans développement et à visualiser les choses, ainsi que la relation entre un développement à deux dimensions et l'objet à trois dimensions correspondant.

Lorsqu'on combine des solides pour former des objets composés, les élèves peuvent se servir d'articles concrets pour déterminer les surfaces cachées. Il faudrait que les élèves explorent les changements de surface dans on combine des cylindres droits, des prismes droits à base rectangulaire et des prismes droits à base triangulaire, de façon à ce que certaines faces soient couvertes parce qu'elles sont au contact d'autres objets. Lorsqu'on combine des objets, il y a des chevauchements.

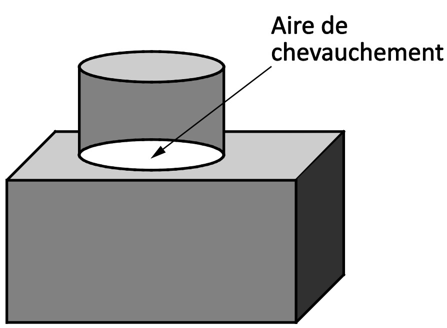
Il faudrait que les élèves examinent la composition de l'objet, déterminent l'aire de la surface de chaque élément et soustraient l'aire des surfaces qui se chevauchent. Sinon, ils peuvent aussi déterminer l'aire de chaque surface exposée et faire l'addition pour trouver l'aire totale.





En règle générale, pour déterminer l'aire de la surface de figures géométriques composées, on inclut tous les côtés, sauf ceux qui se chevauchent. Dans des contextes particuliers, cependant, on peut aussi avoir à exclure des côtés autres que ceux qui se chevauchent.

La figure composée ci-dessous comprend un cylindre droit et un prisme droit à base rectangulaire.



Demandez aux élèves d'indiquer l'aire de chevauchement. Ils devraient parvenir à la conclusion que l'aire du chevauchement est circulaire. Les élèves peuvent déterminer l'aire de la surface de la figure composée en faisant le calcul suivant :

Aire de la surface $_{\text{prisme}}$ + Aire de la surface $_{\text{cylindre}}$ – 2 Aire $_{\text{cercle}}$

Demandez aux élèves d'envisager désormais l'utilisation de cet objet comme base d'un poteau sur lequel s'appuie une terrasse. Demandez-leur s'ils appliqueraient une couche de peinture au-dessous du prisme rectangulaire. Leur raisonnement devrait être que, lorsqu'il faudra peindre cet objet, la surface touchant le sol n'aura pas à être peint et ne devrait donc pas être incluse dans le calcul de l'aire de la surface.

Discutez avec les élèves d'autres exemples où il est important de tenir compte du contexte. Pour déterminer combien de peinture il faut pour peindre une commode à fond plat, par exemple, on n'inclut pas l'aire du dessous de la commode, car il n'est pas peint. De même, quand on recouvre un gâteau d'un glaçage, on ne couvre pas le dessous du gâteau.

Évaluation, enseignement et apprentissage

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

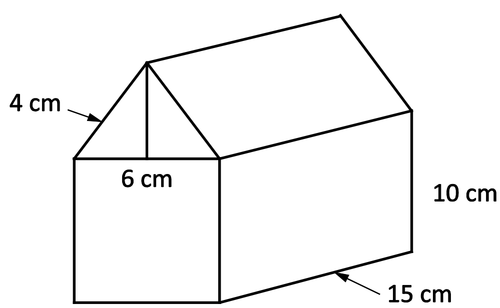
- Dites aux élèves que Mandy a 1 m^2 de papier-cadeau pour emballer un cadeau qui fait 27 cm de long, 25 cm de large et 14 cm de haut. Est-ce qu'elle aura assez de papier?

- Dites aux élèves de tracer le développement et de calculer l'aire de la surface d'un cylindre droit dont le diamètre fait 3,3 m et la longueur 4,7 m.

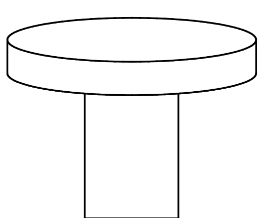
TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

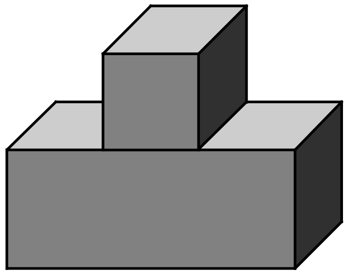
- Dans la maquette d'une grange ci-dessous, 1 cm représente 0,5 m. Calcule la quantité d'acier nécessaire pour couvrir la grange proprement dite.



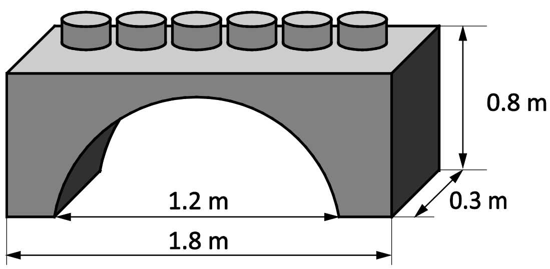
- On a une table faite de deux cylindres. Le diamètre du gros cylindre fait 40 cm et celui du petit cylindre fait 15 cm. La hauteur du gros cylindre fait 10 cm et celle du petit cylindre fait 50 cm. Détermine l'aire de la surface de la table. N'inclus pas les parties qui se chevauchent.



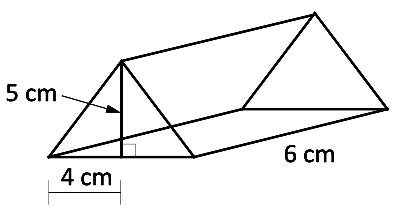
- L'aire de la surface de cette figure composée a été calculée de façon incorrecte, pour donner 582 cm^2. La figure du dessus est un cube dont les côtés font 5 cm. Le gros prisme en dessous a une longueur de 12 cm, une largeur de 6 cm et une hauteur de 8 cm. Détermine l'erreur dans le calcul et donne la solution correcte.



- On a un décor pour une pièce de théâtre montée par l'école qui utilise des cubes emboitables géants. Chaque plot cylindrique fait 0,20 de diamètre et 0,15 m de hauteur. Demandez aux élèves de calculer l'aire totale à peindre.



- Calcule l'aire de la surface de la figure composite suivante :



Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

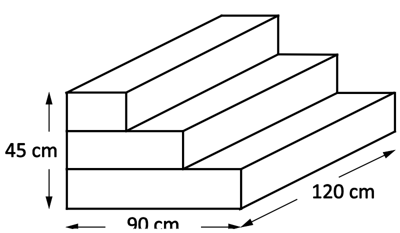
Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Commencer par demander aux élèves de faire la somme des aires des surfaces déjà calculées, afin de leur faire comprendre le sens de l'aire de la surface avant de se concentrer sur les calculs.
- Utiliser du matériel concret pour aider les élèves à comprendre les surfaces qui se chevauchent et les surfaces exposées dans des objets à trois dimensions composés de plusieurs objets.
- Explorer des objets qui ne semblent pas être des objets composés. Il est possible qu'il faille aider les élèves à décomposer ces objets en morceaux qui leur seront familiers.
- Encourager les élèves à utiliser leurs compétences en estimation lors des calculs et de la conversion entre unités.

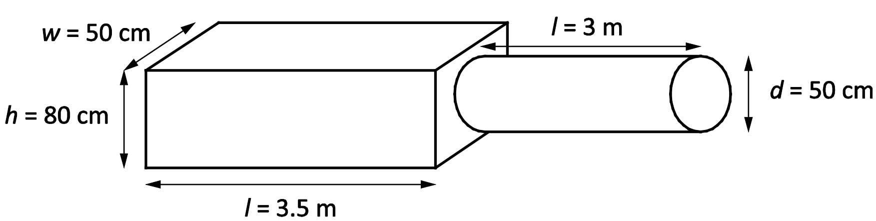
- Demander aux élèves de faire un remue-méninge pour trouver des situations nécessitant qu'on détermine l'aire de la surface et des situations qui exigent qu'on ajoute ou enlève des aires calculées, par exemple le glaçage d'un gâteau de mariage, la construction d'un garage sur un sol permanent, l'emballage d'un cadeau ou d'un paquet pour l'expédition, etc.
- Demander aux élèves de trouver la ou les erreurs dans le calcul d'une aire de surface.
- En guise de prolongement, demander aux élèves de trouver une dimension donnée étant donné les autres dimensions, ainsi que l'aire de la surface.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Distribuez des enseignants de solides géométriques aux élèves. Demandez aux élèves de créer des formes composites à partir de ces solides. Demandez-leur de déterminer l'aire de la surface de la figure composée et d'expliquer comment ils s'y sont pris. En guise de prolongement, on peut donner aux élèves la quantité de papier d'emballage égale à l'aire de la surface qu'ils ont calculée. On demande alors aux élèves d'emballer leur objet avec le papier, pour voir si leur calcul est exact. NOTE : Lorsqu'on ne dispose pas d'ensembles de solides géométriques, il faut préparer cette activité avec d'autres objets. L'enseignant peut demander aux élèves d'apporter de la maison des boites en carton, des boites de conserve, des boites en métal, des rouleaux de papier toilette, etc. pour cette activité.
- Construis deux objets différents à l'aide de 12 cubes emboitables. Détermine l'aire de la surface de chaque objet. En quoi la symétrie aide-t-elle à déterminer plus rapidement l'aire de la surface? Fais glisser les deux objets pour qu'ils se joignent et détermine les surfaces qui se chevauchent. Quel impact ce chevauchement a-t-il sur l'aire totale de la surface de la nouvelle figure composée?
- Les pots de peinture fournissent une estimation de l'aire totale que la peinture permettra de couvrir. Détermine l'aire de la surface d'un escalier en béton afin de déterminer combien de peinture il faudra pour le peindre. Suppose que toutes les marches ont la même profondeur et la même hauteur.

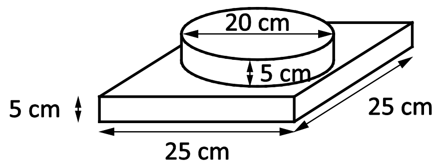


- On a conçu une structure de jeu en combinant un prisme et un cylindre. Combien de tissu faudrait-il pour couvrir l'intégralité de la surface?



- Demandez aux élèves de calculer l'aire totale de la surface d'une figure composée de 42 cubes d'un centimètre, sachant qu'il y a 12 chevauchements.

- Todd prépare un gâteau à deux étages. Il met de la confiture de fraises entre les deux couches au lieu d'un glaçage. Il prévoit de couvrir l'extérieur du gâteau de glaçage. Demandez aux élèves de décrire comment calculer l'aire de la surface qu'il faudra couvrir de glaçage.



SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- cubes multiemboitables
- solides géométriques
- papier quadrillé
- cartons et boites de diverses formes et tailles
- rouleaux de papier toilette
- Polydrons

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ aire ▪ base ▪ chevauchement ▪ cylindre droit ▪ face ▪ forme à deux dimensions ▪ objet à trois dimensions ▪ objet composé ▪ prisme droit à base rectangulaire ▪ prisme droit à base triangulaire	▪ aire ▪ base ▪ chevauchement ▪ cylindre droit ▪ face ▪ forme à deux dimensions ▪ objet à trois dimensions ▪ objet composé ▪ prisme droit à base rectangulaire ▪ prisme droit à base triangulaire

Ressources

Internet

- « Interactives: Geometry 3D Shapes », *Annenberg Learner* (Annenberg Foundation, 2014) : www.learner.org/interactives/geometry/index.html

Imprimé

- *Developing Thinking in Geometry* (Johnston-Wilder et Mason, 2006), p. 98–99
- *Geometry: Seeing, Doing, Understanding,* 3e éd. (Jacobs, 2003), p. 634–635, p. 654–655

- *Pearson Mathématiques 9* (Baron *et al.,* 2009; n° NSSBB : 2001644)
  - Module 1 – Les racines carrées et l'aire de la surface
    - Section 1.3 – L'aire de la surface d'objets formés de prismes droits à base rectangulaire
    - Section 1.4 – L'aire de la surface d'autres objets composés
    - Problème du module – Concevoir une structure de jeu
  - *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; n° NSSBB : 2001645)
    - fiches d'évaluation
    - exercices supplémentaires
    - tests du module
  - *ProGuide* (DVD; n° NSSBB : 2001645)
    - pages du manuel de l'élève pour projection
    - matériel reproductible modifiable

RAS G02 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent la similarité des polygones. [C, L, RP, R, V]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utilisez l’ensemble d’indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d’apprentissage correspondant.

G02.01 Déterminer si les polygones dans un ensemble donné trié au préalable sont semblables et expliquer le raisonnement.
G02.02 Modéliser et dessiner un polygone semblable à un polygone donné et expliquer pourquoi ils sont semblables.
G02.03 Résoudre un problème donné en utilisant les propriétés des polygones semblables.

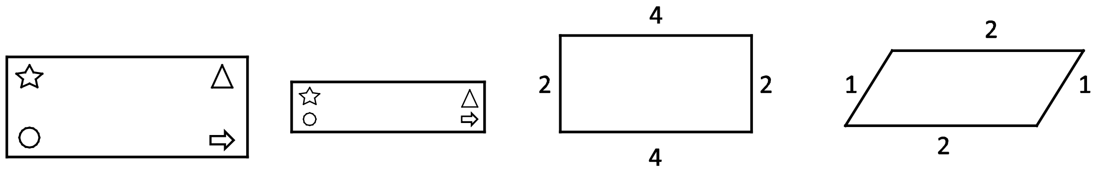
Portée et séquence

Mathématiques 8^e année	**Mathématiques 9^e année**	**Mathématiques 10^e année**
–	**G02** On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent la similarité des polygones.	**M04** On s’attend à ce que les élèves sachent développer et appliquer les rapports trigonométriques de base (sinus, cosinus, tangente) pour résoudre des problèmes comportant des triangles rectangles.

Contexte

En mathématiques de 9^e année, on présente aux élèves le concept de similarité. Le travail d’exploration les conduit à prendre conscience du fait que les polygones ayant des angles correspondants qui sont congruents et des côtés correspondants qui sont proportionnels sont des figures semblables.

Lorsqu’on a des figures semblables, les angles correspondants sont congruents. Cela ne suffit pas en soi, cependant, à définir la similarité. Par exemple, lorsqu’on a d’une part un carré et d’autre part un rectangle long et fin, les deux figures ont quatre angles droits, mais elles ne sont pas semblables. Pour déterminer la similarité, il faut également tenir compte de la longueur des côtés. La proportion entre les longueurs des côtés correspondants sera la même si les deux polygones sont semblables. Pour déterminer la similarité, les élèves peuvent comparer les longueurs des côtés afin de voir si elles sont proportionnelles. Cette relation de proportionnalité s’appelle le « facteur d’échelle ». On peut utiliser les exemples suivants pour montrer l’importance du respect des deux conditions pour les polygones. Ci-dessous, les deux rectangles à gauche ont des angles correspondants congruents, sans être semblables. De même, le rectangle et le parallélogramme à droite ont des côtés correspondants proportionnels, mais ne sont pas semblables. Il faut donc que les deux conditions soient réunies pour que les triangles soient semblables.



Lorsque les élèves tracent pour la première fois des figures semblables, ils peuvent dessiner une figure sur un quadrillage, puis copier la figure sur un autre quadrillage avec ces unités plus grandes ou plus petites. Ils peuvent également utiliser la règle et le rapporteur pour dessiner des polygones semblables. L’utilisation de la technologie (rétroprojecteur, imprimante, photocopieuse, logiciel de graphisme, etc.) permet de renforcer l’étude de la similarité. Les élèves peuvent utiliser des logiciels de géométrie dynamique pour dessiner une figure, puis l’agrandir ou la réduire.

Il convient de proposer aux élèves toutes sortes de situations de résolution de problèmes faisant intervenir la similarité. Encouragez-les à utiliser diverses stratégies — observation, mesures, raisonnement proportionnel, facteur d’échelle, etc. — pour déterminer les mesures inconnues. Il est important de faire des mesures exactes, de bien annoter les schémas et d’utiliser la notation appropriée.

Lorsqu’on utilise les propriétés de figures semblables pour trouver des mesures qu’on ne connait pas, insistez sur la relation entre la similarité et le facteur d’échelle.

Le lien entre le raisonnement proportionnel et la similarité est très important. Les figures semblables offrent une représentation visuelle des proportions et le raisonnement proportionnel aide à comprendre la similarité. C’est en utilisant les proportions entre côtés dans les triangles qu’on apprendra les fonctions trigonométriques en mathématiques de 10^e année.

Il faudrait exposer les élèves à diverses situations, notamment à des paires de figures semblables dont l’orientation est différente. On peut se servir des propriétés des polygones semblables pour trouver les mesures manquantes des côtés et des angles. Ce sujet se prête bien à des situations tirées de la vie réelle, notamment l’estimation de la hauteur d’édifices et de distances qui sont normalement difficiles à mesurer directement, par exemple la distance pour traverser un étang.

Il convient de travailler sur ce résultat d’apprentissage parallèlement au travail sur le résultat d’apprentissage G03.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

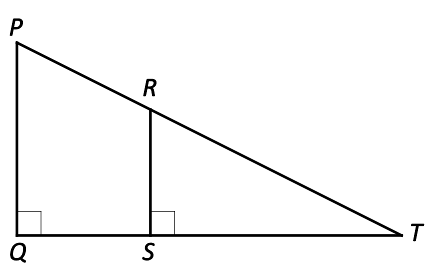
On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Trouver le nombre manquant dans chaque proportion.
  - 1:3 = 5:__
  - 2:__ = 3:7,5
  - $\frac{3}{\square} = \frac{9}{24}$
  - $\frac{64}{12} = \frac{\square}{9}$

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- On a un triangle qui a deux angles de 50°. On a un autre triangle qui a un angle de 50° et un angle de 80°. Est-ce que ces deux triangles sont semblables? Explique ton raisonnement.
- On a un logiciel qui propose les réglages suivants pour la taille du papier sur lequel on va imprimer :
  - A4 (210 mm sur 297 mm)
  - A5 (148 mm sur 210 mm)
  - B5 (182 mm sur 257 mm)
  - Utilise les facteurs d'échelle pour déterminer si les différentes tailles de papier sont semblables.
- Réponds aux questions qui suivent en t'appuyant sur le diagramme fourni :

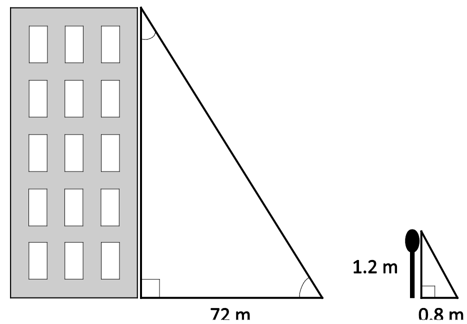


  - Quels sont les triangles qui sont semblables?
  - Mesure les côtés et détermine les proportions suivantes :

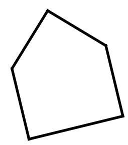
    $\frac{PQ}{RS} = \frac{QT}{ST}$ $\frac{PQ}{PT} = \frac{RS}{RT}$ $\frac{QT}{PT} = \frac{ST}{RT}$

  Que remarques-tu sur les valeurs?

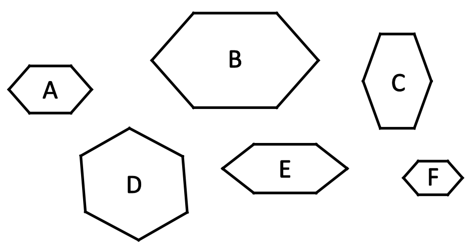
- On a un édifice qui projette une ombre de 10 mètres de long. Dans le même temps, on a un parcmètre qui fait 1,2 mètre de haut et qui projette une ombre de 0,8 mètre de long. Demandez aux élèves de déterminer la hauteur de l'édifice.



- Dessine un polygone semblable au polygone ci-dessous. Explique les critères dont tu t'es servi pour montrer qu'ils étaient semblables.



- Détermine lesquels des polygones suivants sont semblables. Justifie ta réponse.



- On veut un agrandissement d'un facteur d'un et demi d'une photographie mesurant 12,5 cm sur 17,5 cm. Quelles seront les dimensions de l'agrandissement? Dessine un diagramme représentant les deux photographies pour justifier ton raisonnement.

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

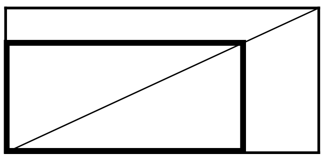
Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Aider les élèves à comprendre la comparaison des angles correspondants à l'aide de matériel concret.
- Aider les élèves à développer leurs stratégies de raisonnement en leur demandant de prouver que des polygones semblables ont des angles correspondants égaux et des côtés proportionnels. On peut présenter des polygones ayant différents niveaux de difficulté pour développer la réflexion des élèves.

- Faciliter le travail de construction des figures à l'aide de la technologie, en utilisant les outils servant à agrandir ou à réduire les figures.
- Insister sur l'utilisation du raisonnement proportionnel pour des problèmes faisant intervenir des polygones semblables.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Teste les rectangles pour voir s'ils sont semblables en mettant deux rectangles l'un sur l'autre avec le plus petit des deux qui entre dans un des coins du plus grand. Si la diagonale du grand rectangle est également la diagonale du petit rectangle, alors ils sont semblables. NOTE : Ce test n'est qu'une approximation et n'est pas plus précis que les mesures qu'on peut faire. On peut s'appuyer là-dessus pour une discussion sur l'exactitude dans les mesures.



- Fournissez aux élèves un ensemble de polygones (par exemple, des polygones ayant tous quatre côtés ou des polygones qui sont tous des triangles). Dites aux élèves de les trier en mettant en évidence ceux qui sont semblables. On peut ensuite dessiner et colorier les polygones semblables. Dites aux élèves de fournir une justification en indiquant les raisons pour lesquelles les polygones sont semblables.
- Découpez en papier cartonné divers polygones réguliers et irréguliers, avec une ou plusieurs paires de polygones semblables. Mettez-les dans un contenant et demandez à chaque élève de tirer une ou plusieurs figures, puis de trouver l'élève ou les élèves avant le ou les polygones semblables.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- papier quadrillé
- Power Polygons
- règles
- rapporter
- Geo-Strips

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ agrandir/agrandissement ▪ angles correspondants ▪ côtés correspondants ▪ facteur d'échelle ▪ orientation ▪ proportion ▪ rapport ▪ réduire/réduction	▪ agrandir/agrandissement ▪ angles correspondants ▪ côtés correspondants ▪ facteur d'échelle ▪ orientation ▪ proportion ▪ rapport ▪ réduire/réduction

Ressources

Imprimé

- *Developing Thinking in Geometry* (Johnston-Wilder et Mason, 2006), p. 28–32
- *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*, 8e éd. (Van de Walle, Karp et Bay-Williams, 2013), p. 361–363, p. 404
- *Geometry: Seeing, Doing, Understanding,* 3e éd. (Jacobs, 2003), p. 385–387
- *Making Math Meaningful to Canadian Students, K–8* (Small, 2008), p. 319–321
- *Pearson Mathématiques 9* (Baron *et al.,* 2009; no NSSBB : 2001644)
  - Module 7 – La similarité et les transformations
    - Section 7.3 – Les polygones semblables
    - Section 7.4 – Les triangles semblables
  - *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; no NSSBB : 2001645)
    - fiches d'évaluation
    - exercices supplémentaires
    - tests du module
  - *ProGuide* (DVD; no NSSBB : 2001645)
    - pages du manuel de l'élève pour projection
    - matériel reproductible modifiable

RAS G03 On s’attend à ce que les élèves dessinent et interprètent des diagrammes à l’échelle de formes à 2D. [L, R, T, V]			
[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CM]** Calcul mental et estimations

Indicateurs de rendement

Utilisez l’ensemble d’indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d’apprentissage correspondant.

G03.01 Trouver un exemple, dans les médias électroniques ou imprimés, de diagramme à l’échelle.
G03.02 Dessiner un diagramme à l’échelle qui représente l’agrandissement ou la réduction d’une figure à deux dimensions donnée.
G03.03 Déterminer le facteur d’échelle pour un diagramme donné dessiné à l’échelle.
G03.04 Déterminer si un diagramme donné est proportionnel à la figure à deux dimensions qu’il représente, et si c’est le cas, indiquer le facteur d’échelle.
G03.05 Résoudre un problème donné faisant intervenir un diagramme à l’échelle en appliquant les propriétés des triangles semblables.

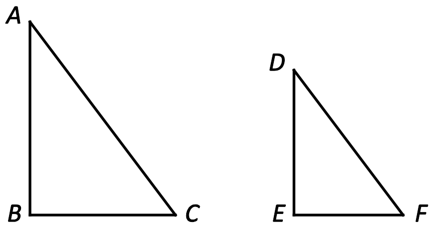
Portée et séquence

Mathématiques 8e année	**Mathématiques 9e année**	**Mathématiques 10e année**
–	**G03** On s’attend à ce que les élèves dessinent et interprètent des diagrammes à l’échelle de formes à 2D.	**M03** On s’attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant l’aire totale et le volume exprimés en unités de mesure SI et impériales d’objets à trois dimensions, y compris des cônes droits, des cylindres droits, des prismes droits, des pyramides droites et des sphères.

Contexte

On a présenté aux élèves les angles et l’art de mesurer les angles en mathématiques de 6e année. Les explorations feront intervenir la mesure de segments et d’angles, dans laquelle il est important de faire preuve d’exactitude.

Le facteur d’échelle sert à comparer la taille réelle de l’objet à la taille de son image. Autrement, un diagramme à l’échelle est un dessin qui est semblable à l’objet réel. Le diagramme à l’échelle peut être soit un agrandissement soit une réduction de l’objet réel, selon le contexte. Si le facteur d’échelle est supérieur à un, alors on obtiendra une image agrandie; s’il est inférieur à un, on obtiendra une image réduite. Les élèves se font intuitivement une idée des figures qui sont des agrandissements ou des réductions les unes des autres. Ils ont l'expérience des cartes et des images à l'échelle, ainsi que des images produites par des photocopieurs ou des logiciels.



Il faudrait que les élèves comprennent les relations entre les côtés correspondants des triangles semblables. Autrement dit, si $\triangle ABC$ is similar to $\triangle DEF$, alors les rapports suivants sont équivalents : $\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}=\frac{AC}{DF}$.

Les élèves auront pour responsabilité d'utiliser correctement le langage, les symboles et les conventions. Il faudrait leur donner l'occasion d'utiliser des logiciels de géométrie dynamique.

Il convient de donner aux élèves l'occasion d'explorer des exemples de diagrammes à l'échelle tirés du monde réel. Grâce à ces explorations, les élèves devraient arriver à comprendre le concept de facteur d'échelle, être capables de déterminer le facteur d'échelle et l'utiliser pour produire des agrandissements et des réductions. Les agrandissements et réductions sont aussi appelés des « dilatations ».

Il faudrait aussi que les élèves soient conscients de l'impact de l'ordre de grandeur du facteur d'échelle. (Autrement dit, qu'arrive-t-il quand le facteur d'échelle est supérieur à 1? Inférieur à 1?) Les élèves font souvent l'erreur d'interchanger le numérateur et le dénominateur lors du calcul du facteur d'échelle. S'ils comprennent que, pour un agrandissement, le facteur d'échelle est supérieur à 1 et, pour une réduction, le facteur d'échelle est inférieur à 1, alors cela devrait les aider à éviter de faire cette erreur. Avec un rapport de 2:1, la nouvelle figure est un agrandissement qui a le double de la taille de l'original. Inversement, avec un rapport de 1:3, la nouvelle figure est une réduction à $\frac{1}{3}$ de la taille de l'original, ce qui signifie que l'original est trois fois plus grand que la nouvelle figure. Faites en sorte que les élèves travaillent avec des facteurs d'échelle qui sont des fractions, des nombres décimaux et des pourcentages.

Il serait utile d'étudier les échelles utilisées dans les cartes de la ville et de la province. On peut demander aux élèves de trouver la véritable distance, en se servant de l'échelle, on de convertir l'échelle fournie d'une forme à une autre. Par exemple :

- Sachant que l'échelle est fournie sous la forme du rapport 1:500 000, combien de kilomètres la distance de 7,5 cm représente-t-elle?

  Pour résoudre ce problème, les élèves pourront prendre conscience du fait qu'il leur faut multiplier 500 000 par 7,5 cm et faire directement ce calcul, ou bien ils pourront définir la proportion $\frac{1\ cm}{500\,000\ km}=\frac{7.5\ cm}{x}$. Ils devraient déterminer initialement que x = 3 750 000. Comme le chiffre de 7,5 est en cm, cela signifie que 3 750 000 est aussi en cm; après conversion, cela donne 37,5 km.

On peut présenter ici l'analyse des unités en guise de vérification de fait que les unités employées dans la conversion sont correctes. Pour convertir 3 750 000 cm en kilomètres :

$$3\,750\,000 \ cm \times \frac{1 \ km}{100\,000 \ cm}$$

$$\frac{1 \ km}{100\,000 \ cm} = 1$$

Il faudrait que les élèves prennent conscience du fait que, lorsqu'on multiplie une valeur numérique par un, la valeur reste la même. C'est la base même de la conversion d'unités. Les élèves travailleront sur l'analyse des unités en mathématiques de 10^{e} année.

La lecture, l'interprétation et la construction de diagrammes à l'échelle fournissent une bonne introduction à la notion de similarité. Il convient de faire ce résultat d'apprentissage parallèlement au résultat d'apprentissage G02.

Évaluation, enseignement et apprentissage

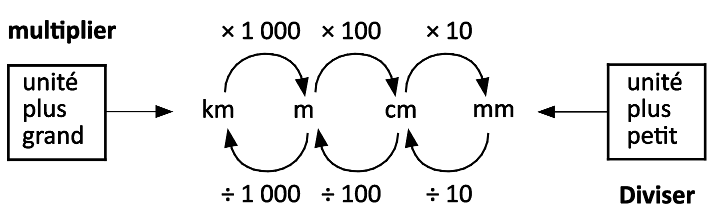
Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Fournissez aux élèves des tableaux suivants pour leur montrer que chaque valeur de position est égale à 10 fois la valeur de position à sa droite. Donnez aux élèves des questions de conversion.

1 000	100	10	**1**	0.1	0.01	0.001
milliers	centaines	dizaines	**unités**	dixièmes	centièmes	millièmes
kilo	hecto	déca	**unité de base**	déci	centi	milli

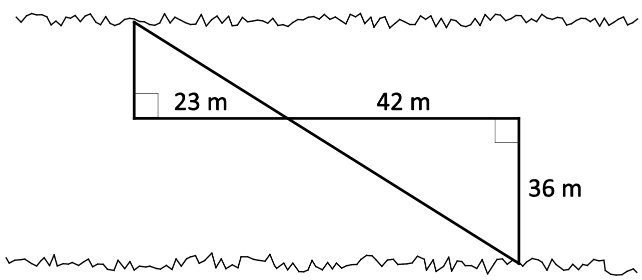


- Le chiot de Yasmine grandit et elle est en mesure de lui donner plus de nourriture. Elle lui donne 1 tasse de protéines mélangée à une demi-tasse de préparation pour chiots. Si elle veut faire passer les protéines à 1,5 tasse, à quelle quantité de préparation doit-elle les mélanger?
- Jouez avec cette appli « Fish Simulator » (Drexel University, 2015) pour explorer les rapports : http://mathforum.org/escotpow/puzzles/fish/applet.html

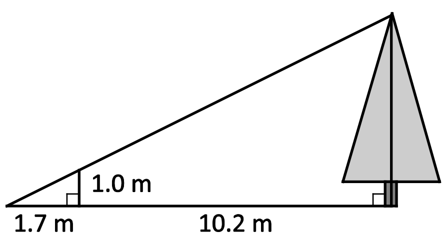
TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

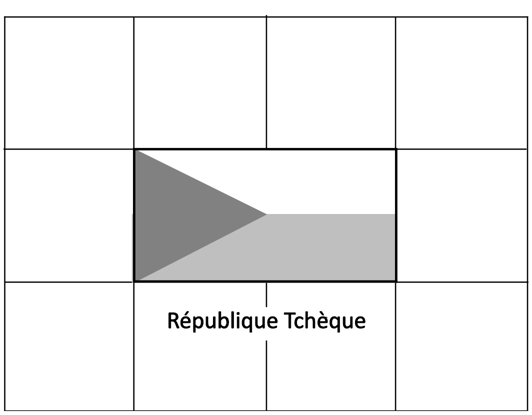
- Est-ce que les deux triangles dans le diagramme ci-dessous sont semblables? Justifie ta réponse. Si tu as suffisamment d'informations, trouve la largeur de la rivière. Si tu n'as pas assez d'informations, quelles autres informations te faut-il?



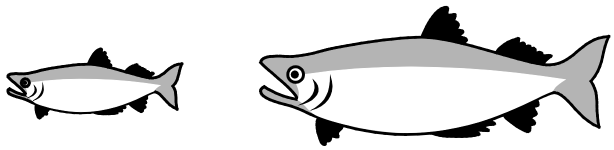
- Est-ce que les deux triangles ci-dessous sont semblables? Justifie ta réponse. Si tu as suffisamment d'informations, trouve la hauteur de l'arbre.



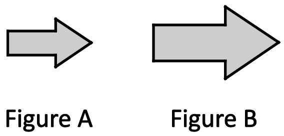
- On a une affiche publicitaire qui fait 8 m de large et 12 m de long et il faut la reproduire sous la forme d'un panneau qui ne fait que 1 m de large. Explique comment déterminer la longueur du panneau.
- Dessine un agrandissement du drapeau de la République tchèque en utilisant un facteur d'échelle de 3.



- Pour la deuxième image, est-ce que le facteur d'échelle est égal à 1? Supérieur à 1? Inférieur à 1? Explique ce qui te permet de le dire.



- Explique comment déterminer si la figure B est un agrandissement exact de la figure A.

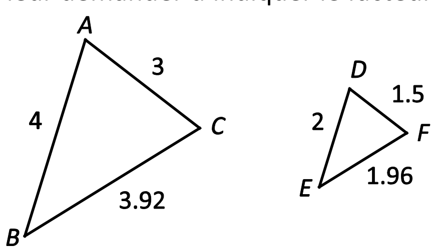


Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

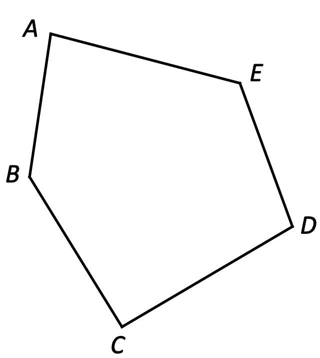
Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Donner aux élèves deux triangles et leur demander de déterminer s'ils sont semblables. S'ils le sont, leur demander d'indiquer le facteur d'échelle.



- Fournir aux élèves des images d'originaux et de diagrammes à l'échelle et leur demander de déterminer le facteur d'échelle. Par exemple, prendre en photo un groupe d'élèves, puis mesurer la taille de l'un d'entre eux. Dire aux élèves de déterminer le facteur d'échelle, puis de se servir de ce facteur pour déterminer la taille des autres personnes dans la photo.

- Fournir aux élèves une figure à deux dimensions sur du papier millimétré et leur demander de trouver une procédure pour réduire ou agrandir le diagramme. Donner par exemple aux élèves la figure ci-dessous et leur demander de la redessiner de façon à ce qu'elle soit trois fois plus grande.



TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

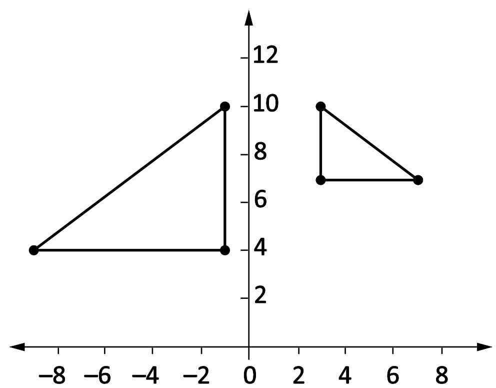
- Utilisez un tableau comme celui ci-dessous pour faire mieux saisir aux élèves l'utilisation du facteur d'échelle.

Taille du diagramme à l'échelle	Facteur d'échelle (taille à l'échelle: taille d'origine)	Taille du diagramme d'origine
160 cm	?	40 cm
?	2:1 000 000	150 km
3 m		54 m

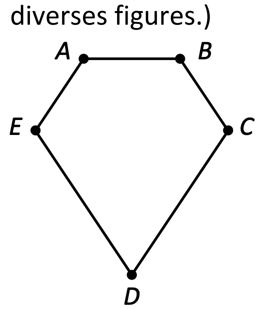
- Étant donné la liste suivante de points pour former deux triangles, dites aux élèves de déterminer si les triangles sont semblables.

  $\triangle ABC$ with A(3,7) B(7,7) and C(3,10)

  $\triangle DEF$ with D(-1,4) E(-9,4) and C(-1,10)



- Dites aux élèves de créer un agrandissement ou une réduction de la figure suivante. (On peut utiliser diverses figures.)



- Apportez en classe une image à l'échelle d'un monument connu et utilisez l'échelle pour déterminer la taille réelle du monument.
- Fournissez aux élèves un tableau qui exige d'eux qu'ils prennent en note les mesures manquantes ou le facteur d'échelle manquant.

Facteur d'échelle	Longueur de l'original	Longueur de l'image
4	6 cm	
0,6		30 cm
25 %	160 m	
	18 km	6 m

- Demandez aux élèves de répondre à des questions comme les suivantes :
  - La distance de vol entre Halifax et Montréal est de 791 km. Sachant que cette distance est représentée sur une carte par une distance de 5 cm, quel est le facteur d'échelle?
  - Certains virus ont un diamètre de 0,0001 m. Le diagramme d'un artiste représentant un virus utilise un diamètre de 5 mm. Quel est le facteur d'échelle utilisé?
- Fournissez aux élèves un diagramme simple sur une grille et demandez-leur de le réduire ou de l'agrandir selon un facteur d'échelle donné.
- Un entraineur de baseball veut un schéma du losange semblable au losange réel d'un terrain de baseball. Le losange réel d'un terrain de baseball est en fait un carré dont les côtés mesurent 27,4 m. Dites aux élèves de dessiner un modèle avec un rapport de 1:500.
- Fournissez aux élèves les coordonnées des sommets d'un objet et les coordonnées des sommets de l'image. Demandez-leur de dessiner les deux et de déterminer le type de dilatation et le facteur d'échelle.
- Les élèves peuvent concevoir un logo comprenant des figures géométriques. Une fois qu'ils ont créé un concept de logo, ils devraient :
  - choisir les dimensions d'un agrandissement du logo pour qu'il rentre sur une bannière ou une affiche
  - déterminer le facteur d'échelle
  - créer une carte professionnelle utilisant le logo en refaisant le processus pour une réduction

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- dessins industriels
- plans de bâtiments
- GeoGebra
- Geometer's Sketchpad
- papier millimétré
- cartes

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ agrandir/agrandissement ▪ dilatation ▪ facteur d'échelle ▪ proportionnel ▪ rapport ▪ réduire/réduction	▪ agrandir/agrandissement ▪ facteur d'échelle ▪ proportionnel ▪ rapport ▪ réduire/réduction

Ressources

Internet

- « Fish Simulator » [appli], *The Math Forum @ Drexel* (Drexel University, 2015) : http://mathforum.org/escotpow/puzzles/fish/applet.html (« Explore Ratios »)
- GeoGebra [logiciel] (International GeoGebra Institute, 2015) : http://www.geogebra.org/cms/en?ggbLang=fr
- The Geometer's Sketchpad [logiciel] (Key Curriculum Press, 2013; n^{os} NSSBB : 50474, 50475, 51453)

Imprimé

- *Developing Thinking in Geometry* (Johnston-Wilder et Mason, 2006), p. 158–159
- *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*, 8e éd. (Van de Walle, Karp et Bay-Williams, 2013), p. 364–372
- *Geometry: Seeing, Doing, Understanding,* 3e éd. (Jacobs, 2003), p. 414–415
- *Making Math Meaningful to Canadian Students, K–8* (Small, 2008), p. 375
- *Pearson Mathématiques 9* (Baron *et al.,* 2009; no NSSBB : 2001644)
  - Module 7 – La similarité et les transformations
    - > Section 7.1 – Les diagrammes à l'échelle et les agrandissements
    - > Section 7.2 – Les diagrammes à l'échelle et les réductions
    - > Technologie – Dessiner des diagrammes à l'échelle
    - > Problème du module – Concevoir un drapeau
  - *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; no NSSBB : 2001645)
    - > fiches d'évaluation
    - > exercices supplémentaires
    - > tests du module
  - *ProGuide* (DVD; no NSSBB : 2001645)
    - > pages du manuel de l'élève pour projection
    - > matériel reproductible modifiable

RAS G04 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent la symétrie linéaire et la symétrie de rotation. [C, L, RP, V]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utilisez l’ensemble d’indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d’apprentissage correspondant.

G04.01 Classifier un ensemble donné de figures à deux dimensions ou de motifs selon le nombre de lignes de symétrie.
G04.02 Dessiner la deuxième moitié d’une figure à deux dimensions ou d’un motif quand on dispose de la moitié de la figure ou du motif et d’un axe de symétrie.
G04.03 Déterminer si une figure à deux dimensions ou un motif a une symétrie de rotation par rapport à un point au centre de la figure ou du motif, et si oui, trouver l’ordre et l’angle de rotation.
G04.04 Effectuer la rotation d’une figure à deux dimensions autour d’un sommet et dessiner l’image obtenue.
G04.05 Trouver le type de symétrie qui résulte d’une transformation donnée sur un plan cartésien.
G04.06 Compléter, sous forme concrète ou imagée, une transformation donnée de figure à deux dimensions sur un plan cartésien, noter les coordonnées et décrire le type de symétrie qui en résulte.
G04.07 Trouver et décrire les types de symétrie créés dans une œuvre d’art.
G04.08 Déterminer si deux figures à deux dimensions données sur un plan cartésien sont reliées par une symétrie de rotation ou linéaire.
G04.09 Dessiner, sur un plan cartésien, l’image de translation d’une figure à deux dimensions en utilisant une règle de translation donnée telle que D2, H3 ou → →, ↑↑↑; indiquer les sommets et les coordonnées qui leur correspondent et expliquer la raison pour laquelle la translation ne débouche pas sur une symétrie de rotation ou linéaire.
G04.10 Créer ou fournir une œuvre d’art qui présente une symétrie linéaire et une symétrie de rotation et indiquer l’axe (ou les axes) de symétrie, ainsi que l’ordre et l’angle de rotation.

Portée et séquence

Mathématiques 8e année	**Mathématiques 9e année**	**Mathématiques 10e année**
G01 On s’attend à ce que les élèves dessinent et interprètent des vues de dessus, de devant et de côté d’objets à trois dimensions composés de prismes droits à base rectangulaire. **G02** On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent la congruence de polygones subissant une transformation.	**G04** On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent la symétrie linéaire et la symétrie de rotation.	–

Contexte

Les élèves vont travailler sur deux types de symétrie en géométrie à deux dimensions : la symétrie linéaire et la symétrie de rotation. Lorsqu'une figure à deux dimensions est visée par une droite et que les deux côtés opposés de la droite sont le reflet l'un de l'autre, on dit que la figure est symétrique par réflexion ou par rapport à la droite. Il est possible pour une figure à deux dimensions d'avoir plus d'un axe de symétrie. La symétrie de rotation fait référence au nombre de fois qu'une figure à deux dimensions coïncide avec son image lorsqu'on lui applique une rotation complète. Les élèves examineront à la fois les symétries linéaires et les symétries de rotation dans des œuvres d'art, ainsi que les transformations sur le plan cartésien. Ils ont déjà de l'expérience dans le domaine des axes de symétrie, acquise en mathématiques de 4e année.

Les élèves ont également déjà travaillé sur le plan cartésien. Les figures à deux dimensions ont une symétrie linéaire lorsqu'une moitié de la figure est la réflexion de l'autre moitié. Cette réflexion se fait par rapport à une droite. Cette droite, appelée « axe de symétrie » ou « axe de réflexion », peut être horizontale, verticale ou oblique et elle ne fait pas nécessairement partie du diagramme lui-même. Pour aider les élèves à comprendre la symétrie linéaire, il faut leur donner des exemples et des contrexemples.

On peut adopter une autre approche, qui consiste à demander aux élèves de plier une feuille de papier en deux et de découper une figure de leur choix. Lorsqu'ils ouvriront la feuille, la ligne de pli sera un axe de symétrie. On peut aussi utiliser des miroirs transparents. Si la figure est symétrie à l'endroit où l'on a placé le Mira, alors l'image d'une moitié de la figure tombera très exactement sur l'autre moitié de la figure.

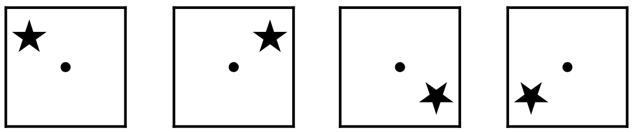
Il convient de donner aux élèves l'occasion d'explorer le nombre d'axes de symétrie qui existent dans diverses figures à deux dimensions. Ces figures peuvent être des polygones, des lettres, des images, des logos, etc. Lors de l'examen de diverses figures qu'on souhaite classer en fonction du nombre d'axes de symétrie, il est important d'inclure également des figures asymétriques. Il faudrait que les élèves parviennent à la conclusion que le nombre d'axes de symétrie dans un polygone régulier est égal au nombre de sommets.

Les élèves peuvent compléter des figures et des dessins avec axe de symétrie en se servant de carreaux carrés ou de blocs-forme, de papier plié, d'un Mira, de papier quadrillé ou d'outils technologiques comme un programme de dessin ou un logiciel de géométrie dynamique. Le fait de faire le lien entre un axe de symétrie et un axe de réflexion devrait permettre aux élèves de compléter la figure, de décrire le résultat et de décrire la réflexion. Il faudrait inclure là-dedans des activités avec plan de coordonnées et des activités sans plan de coordonnées.

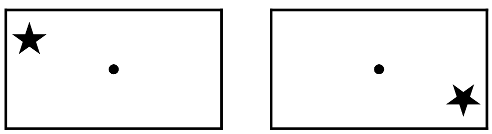
Les élèves ont travaillé sur les rotations de figures à deux dimensions à des niveaux antérieurs (mathématiques de 5e, 6e et 7e année). Le concept de symétrie de rotation, en revanche, est quelque chose de nouveau.

On dit qu'une figure à deux dimensions a une symétrie de rotation si, quand on la fait tourner autour de son point central, elle coïncide avec elle-même au moins une fois avant d'avoir faire un tour complet. Pour tester cela, on peut tracer les contours de la figure, puis faire tourner le tracé au-dessus de la figure d'origine en tenant le papier calque avec une pointe de crayon, pour voir si la figure coïncide avec elle-même. Par exemple, le rectangle coïncide avec lui-même deux fois : une fois après un demi-tour et une fois après un tour complet. Il faudrait que les élèves utilisent du papier quadrillé pour explorer la symétrie de rotation de divers objets.

On peut aussi tester les figures de la façon suivante : demandez à chaque élève d'utiliser un carré dans les blocs-forme, de marquer le coin supérieur gauche et de tracer le contour du carré sur une feuille. Une fois qu'on a placé le bloc carré dans son image, comme dans l'illustration ci-dessous, on lui fait subir une rotation de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre, le centre de rotation était le centre du carré (c'est-à-dire le point d'intersection de ses deux diagonales), jusqu'à ce que le carré coïncide à nouveau parfaitement avec son image. Il faudrait que les élèves remarquent que le sommet marqué se trouve désormais sur le sommet suivant (coin supérieur droit). On répète la rotation. Comme le carré apparait dans quatre positions identiques au cours d'un tour complet de 360° (voir ci-dessous), on dit qu'il a une symétrie de rotation d'ordre 4.



De même, les élèves peuvent montrer que le rectangle a une symétrie de rotation d'ordre 2. On peut faire la même chose avec tous les blocs-forme.



Il faudrait que les élèves déterminent l'ordre de rotation et l'angle de rotation. Par exemple, le carré a une symétrie de rotation d'ordre 4; le triangle équilatéral a une symétrie de rotation d'ordre 3; et l'ordre de symétrie de rotation du cercle est infini. Lorsqu'une figure a une symétrie d'ordre 2, cela signifie que l'angle de rotation est de 180°; lorsqu'elle a une symétrie d'ordre 3, l'angle de rotation est de 120°; lorsqu'elle a une symétrie d'ordre 4, l'angle de rotation est de 90°. Le nombre de degrés fait référence à l'angle minimum de rotation pour que la figure coïncide avec elle-même. Il faudrait que les élèves sachent exprimer l'angle de rotation à la fois en degrés et en fractions de tour. (Une rotation de 90°, par exemple, est une rotation d'un quart de tour.)

Les élèves peuvent déterminer l'angle de rotation en divisant le nombre de degrés du cercle par l'ordre de rotation. Expliquez aux élèves que, comme chaque figure coïncide avec elle-même après une rotation de 360°, la symétrie de rotation d'ordre 1 n'est pas indiquée.

Il faudrait que les élèves sachent appliquer une rotation à la fois dans le sens des aiguilles d'une montre et dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Il leur faudra utiliser divers types de papier quadrillé / papier à points pour ces activités. Il pourra être utile de fournir du papier-calque aux élèves qui ont du mal à visualiser les rotations.

Les élèves devraient indiquer la symétrie de rotation et l'ordre de la symétrie pour une nouvelle figure formée par la rotation d'une figure initiale autour d'un sommet. Le résultat de plusieurs rotations autour du sommet A ci-dessous, par exemple, est une nouvelle figure avec symétrie de rotation d'ordre 4.

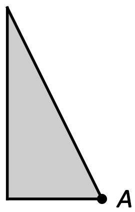
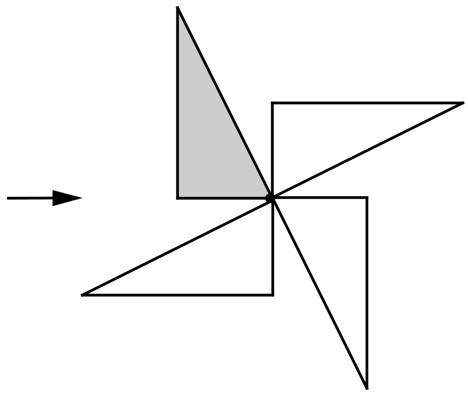


Figure initiale
(aucune symétrie
de rotation)



Nouvelle figure
(symetrie de rotation d'ordre 4)

Il convient de donner aux élèves l'occasion d'explorer la symétrie dans le contexte d'activités du quotidien. Il faudrait qu'ils explorent différents types d'œuvres artistiques (peinture, joaillerie, couvertures piquées, carreaux, fresques murales, articles culturels, etc.). Les élèves pourraient analyser des images, des logos, des drapeaux, des panneaux, des cartes de jeu, des caléidoscopes, etc. Ils peuvent utiliser des logiciels pour faire des expériences sur la symétrie de graphismes ou de photos.

Les élèves pourraient se mettre par petits groupes et rechercher des logos d'entreprises qui contiennent diverses figures géométriques. Ils devraient les copier et tracer les axes de symétrie, s'il y en a. Ils devraient ensuite discuter des questions suivantes :

- Est-ce que les logos qui comprennent des axes de symétrie sont visuellement plus agréables que les logos sans axe de symétrie?
- Est-ce que les logos qui comprennent des axes de symétrie sont plus faciles à mémoriser que les logos sans axe de symétrie?

On a également ici une bonne occasion de collaborer avec l'enseignant d'éducation artistique sur un projet ou une activité transdisciplinaire.

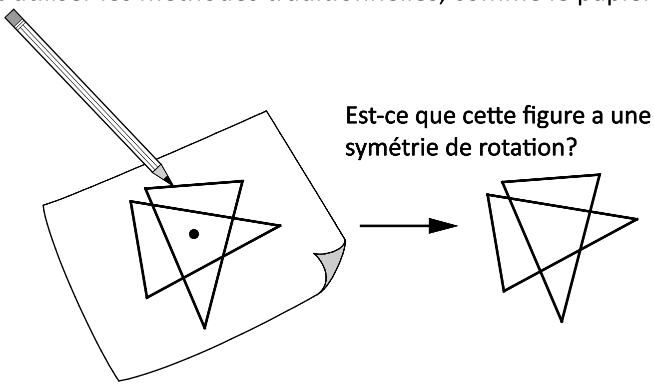
Les élèves exploreront aussi la symétrie linéaire et la symétrie de rotation pour des transformations dans le plan cartésien. Ils ont auparavant travaillé sur les transformations en mathématiques de 6^{e}, 7^{e} et 8^{e} année. En mathématiques de 7^{e} année, ils ont travaillé sur les translations, les rotations et les réflexions d'une figure à deux dimensions dans les quatre quadrants du plan cartésien.

Il faudrait que les élèves soient en mesure de mettre en évidence les symétries dans la figure formée par la combinaison d'un objet et de son image. Il faudrait leur donner des exemples de transformations déjà représentées sous forme graphique, mais aussi s'attendre à ce qu'ils effectuent les transformations eux-mêmes. Il faudrait les encourager à respecter les conventions lorsqu'ils annotent leurs figures (axes, sommets, coordonnées, etc.). L'exactitude est importante dans les dessins.

Les élèves devraient découvrir que, quand on applique une réflexion à une figure, on obtient une figure combinée qui présente une symétrie linéaire. Cette figure peut présenter, mais ne présente pas nécessairement une symétrie de rotation. La symétrie d'une figure combinée créée par une translation dépend du type de translation et de la symétrie de la figure d'origine.

Le but du présent résultat d'apprentissage est d'appliquer les transformations pour créer de nouvelles figures. On examine ensuite ces figures pour voir s'il y a des symétries.

On peut utiliser les méthodes traditionnelles, comme le papier-calque et les Miras.



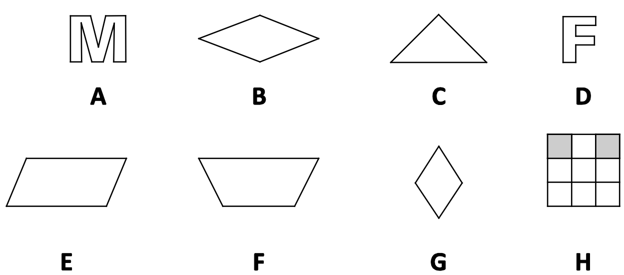
Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Dites aux élèves de dessiner des exemples de triangles présentant une symétrie et de triangles ne présentant pas de symétrie.
- Fournissez aux élèves les figures à deux dimensions annotées ci-dessous.

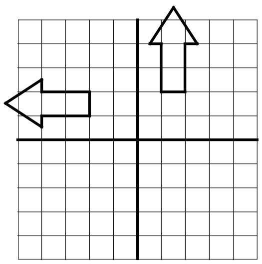


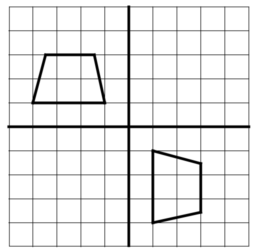
Demandez-leur d'encercler toutes les figures qui sont symétriques. Dites-leur ensuite de tracer tous les axes de symétrie dans les figures symétriques. Enfin, demandez-leur de trier les figures en fonction de leur nombre d'axes de symétrie : aucun axe, un axe, plus d'un axe. Demandez aux élèves de montrer les axes de symétrie.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

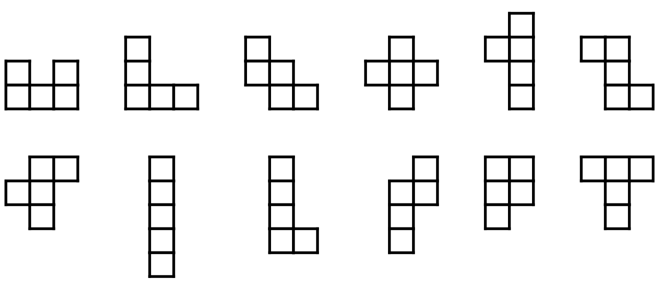
- Détermine si ces paires de figures sont liées par une relation de symétrie linéaire ou de symétrie de rotation.



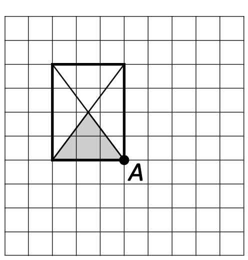


- Indique le nombre d'axes de symétrie de la figure ci-dessous et détermine l'ordre et l'angle de rotation.

- Détermine, parmi les objets ci-dessous, ceux qui présentent une symétrie de rotation. Lorsqu'un objet présente une symétrie de rotation, indique le centre de la rotation, puis l'ordre et l'angle de la rotation.



- On a une figure qui présente une symétrie de rotation dont l'ordre est infini. De quelle figure s'agit-il et qu'est-ce que cela signifie?
- Utilise le point A comme centre de rotation et crée une figure ayant un ordre de rotation égal à 4.



Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

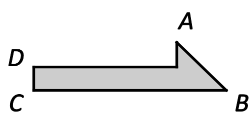
Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Fournir aux élèves (ou leur demander d'apporter) diverses figures à deux dimensions et les classifier en fonction du nombre d'axes de symétrie et en indiquant l'ordre de rotation.
- Fournir aux élèves (ou leur demander d'apporter) des œuvres d'art ou des échantillons de tapisserie en vue d'y mettre en évidence des axes de symétrie ou l'ordre et l'angle de la symétrie par rotation. Il peut s'agir d'une excellente activité transdisciplinaire avec le cours d'éducation artistique. Les travaux ainsi produits pourraient être des articles intéressants à accrocher dans la salle de classe.
- Demander aux élèves de dessiner une figure sur du papier millimétré et de la couper le long d'un axe de symétrie. Dire aux élèves d'échanger leur dessin avec un camarade, qui sera chargé de compléter la figure à deux dimensions. Il faudrait que les élèves abordent cette activité en comptant les espaces entre les sommets et l'axe de symétrie, afin de positionner l'image de chaque sommet par symétrie et de compléter la figure.
- S'assurer que les élèves sont exposés à diverses figures lorsqu'on explore les translations de figures à deux dimensions dans le plan cartésien, afin de leur faire prendre conscience du fait que les translations ne produisent pas toujours des figures présentant une symétrie linéaire ou une symétrie de rotation.
- Les œuvres de M. C. Escher peuvent faire l'objet d'un projet de recherche intéressant. On peut aussi faire des recherches sur l'art islamique, qui est souvent basé sur la géométrie et exprime la logique et l'ordre qui font partie intrinsèque de la vision islamique de l'univers.
- La tapisserie est une bonne source de graphismes utilisant les transformations géométriques et des transformations semblables à celles d'Escher. Si vous avez un magasin de tapisserie à proximité, vous pouvez lui demander de vieux échantillons de tapisserie qui ne sont plus disponibles dans le commerce. Les élèves peuvent examiner les graphismes pour y mettre en évidence des translations, des réflexions et des rotations, puis prendre en note les transformations qu'ils observent. Bon nombre de graphiques de tapisserie incorporent de multiples transformations. On peut également explorer les tissus/textiles de diverses cultures.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Dans un plan cartésien,
  - dessine un quadrilatère;
  - nomme les sommets du quadrilatère et prends en note leurs coordonnées;
  - fais une translation du quadrilatère [3D, 2H];
  - nomme les sommets de l'image et prends en note leurs coordonnées;
  - détermine si les figures sont liées par une relation de symétrie de rotation ou de symétrie linéaire et fournis les raisons.
- Dessine les figures à deux dimensions suivantes : triangles (scalène, isocèle, équilatéral), quadrilatères (carré, rectangle, parallélogramme, trapézoïde, rhombe) et autres polygones réguliers (pentagone, hexagone, heptagone, octogone). Classe-les selon le nombre d'axes de symétrie. Détermine si la figure présente une symétrie de rotation et, si oui, indique l'ordre et l'angle de la rotation.

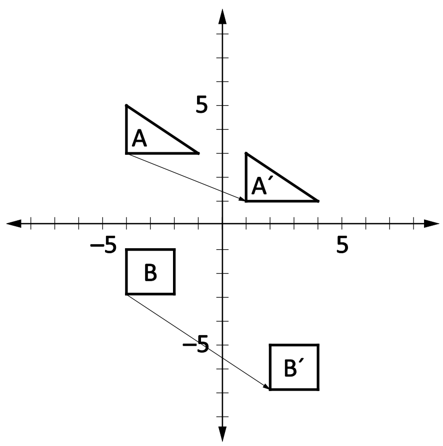
- Donnez aux élèves une figure à deux dimensions de l'exercice précédent et dites-leur de faire une rotation par rapport à un sommet et de dessiner l'image obtenue.
- Demandez aux élèves d'utiliser un géoplan pour créer une figure avec un élastique. Les élèves peuvent utiliser d'autres élastiques pour créer autant d'axes de symétrie que possible. Les élèves peuvent, en tant que classe, classifier chaque figure selon le nombre d'axes de symétrie.
- Demandez aux élèves d'expliquer le rapport entre le nombre d'axes de symétrie d'un polygone régulier et le nombre de côtés qu'il a.
- Demandez aux élèves de réagir à l'énoncé suivant dans leur journal : « Les rectangles n'ont que deux axes de symétrie. Es-tu en accord ou en désaccord avec cette affirmation? Explique-toi. Utilise des dessins pour justifier ta réponse. »
- Les élèves peuvent esquisser ou créer à l'aide d'un géoplan l'image de la figure ci-dessous. Cette figure représente la moitié d'une autre figure. Demandez aux élèves de créer la figure finale en construisant la moitié manquante, dans chacun des cas suivants :
  - L'axe de symétrie est $\overline{CB}$
  - L'axe de symétrie est CD
  - L'axe de symétrie est $\overline{AB}$



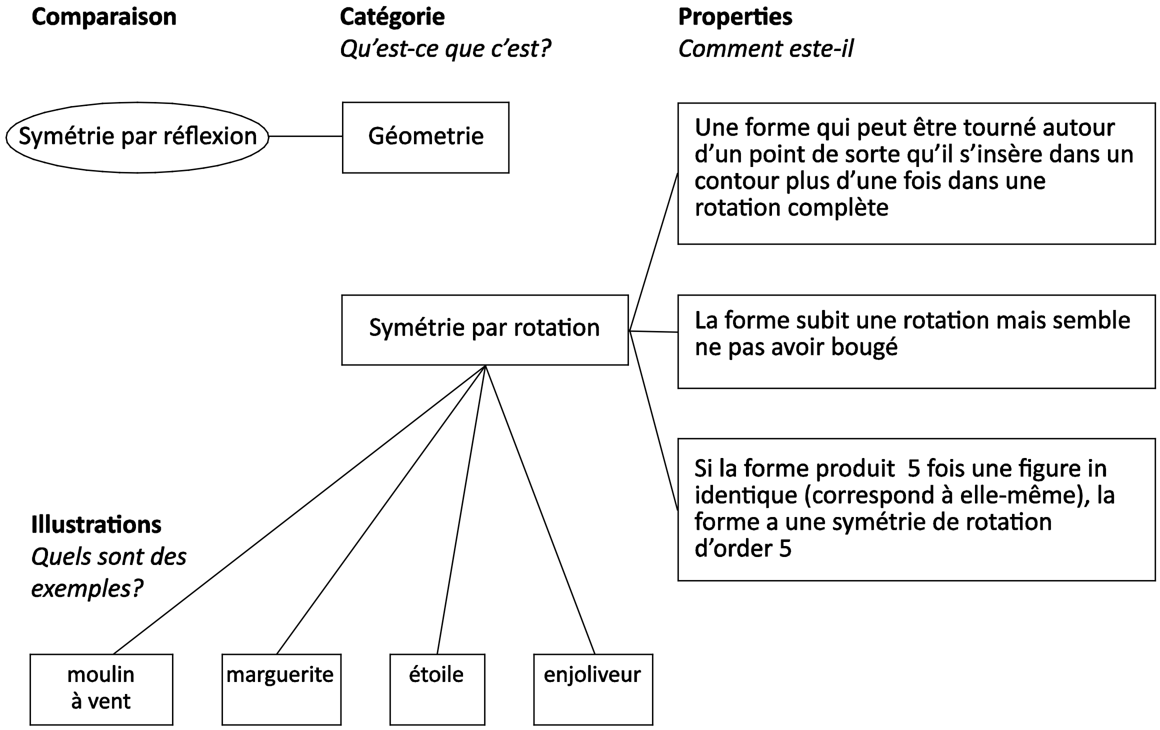
- Pour cette activité, il faut que les élèves utilisent soit du papier isométrique soit du papier quadrillé à points rectangulaire. Il faudrait que les élèves dessinent une droite horizontale, verticale ou oblique traversant plusieurs points. Dites-leur de créer une figure entièrement d'un des côtés de la droite qu'ils viennent de tracer, en s'assurant que cette figure touche la droite d'une manière ou d'une autre. La tâche consiste à créer le reflet de la figure de l'autre côté de la droite. Les élèves peuvent échanger leur dessin avec un camarade et créer le reflet de la figure de leur camarade. Quand ils ont fini, ils peuvent utiliser un miroir pour vérifier leur travail. Vous pouvez aussi les mettre au défi de créer des figures ayant plus d'un axe de symétrie.
- Demandez aux élèves de trouver une photographie ou un dessin pour chacun des articles suivants :
  - une figure à deux dimensions avec symétrie linéaire et symétrie de rotation
  - une figure à deux dimensions avec symétrie linéaire, mais sans symétrie de rotation
  - une figure à deux dimensions avec symétrie de rotation, mais sans symétrie linéaire
- Demandez aux élèves de trouver des exemples de symétrie linéaire et de symétrie de rotation dans des œuvres d'art. Dites-leur d'imprimer divers exemples et de déterminer :

  - le nombre d'axes de symétrie
  - l'ordre de rotation
  - l'angle de rotation
- Demandez aux élèves d'utiliser un appareil photo numérique pour prendre des photos de leur visage. Dites-leur de regarder directement l'objectif et d'éviter de pencher la tête. Les élèves peuvent suite utiliser un logiciel de dessin comme Paint Shop Pro ou Adobe Photoshop pour faire les étapes ci-dessous :
  - couper la partie droite du visage
  - copier la partie gauche restante
  - coller le reflet dans un miroir de la partie gauche à la place de la partie droite du visage

  Ceci créera un visage parfaitement symétrique, qu'on peut comparer à l'image de départ.
  - répéter la procédure avec la partie droite du visage
  - imprimer les trois photos
  - comparer les photos « symétriques » à l'original
- Demandez aux élèves d'indiquer le type de transformation présenté dans chaque cas ci-dessous.



  - Demandez-leur de déterminer si l'objet et l'image dans chaque situation sont liés par un lien de symétrie linéaire ou de symétrie de rotation.
  - Demandez aux élèves de faire plusieurs transformations bien précises et d'analyser leurs propres dessins pour mettre en évidence les symétries.
- Demandez aux élèves de répondre à la question suivante : « Certaines figures régulières, comme le triangle équilatéral, le carré ou l'hexagone régulier, semblent présenter une symétrie linéaire quand on leur applique une translation dans une direction. Est-ce que tu es en accord ou en désaccord avec cette affirmation? Donne des exemples pour justifier ton argumentation. Discute de ta réponse avec un partenaire. »
- Dites aux élèves de préparer des cartes conceptuelles pour la symétrie de rotation et la symétrie linéaire. Voici un exemple pour la symétrie de rotation :



- Crée une grille au sol avec du ruban-masque. Utilise une corde ou un ruban de couleur pour placer les axes. L'élève A choisit un point. L'élève B dit à l'élève A d'appliquer une translation à la position. On peut faire cette activité avec trois élèves ou plusieurs sur la grille tenant un élastique pour former une figure à deux dimensions. Un élève différent leur dit de se déplacer (en tant que sommets) pour représenter diverses transformations.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- œuvres d'art
- plan cartésien
- appareil photo numérique
- géoplan
- Mira

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ angle de rotation ▪ ordre de rotation ▪ symétrie de rotation ▪ symétrie linéaire	▪ angle de rotation ▪ ordre de rotation ▪ symétrie de rotation ▪ symétrie linéaire

Ressources

Internet

- GeoGebra [logiciel] (International GeoGebra Institute, 2015) : http://www.geogebra.org/cms/en?ggbLang=fr
- The Geometer's Sketchpad [logiciel] (Key Curriculum Press, 2013; n^{os} NSSBB : 50474, 50475, 51453)

Imprimé

- *Pearson Mathématiques 9* (Baron *et al.,* 2009; n^{o} NSSBB : 2001644)
  - Module 7 – La similarité et les transformations
    - Section 7.5 – Les réflexions et la symétrie linéaire
    - Jeu – Réalise ton propre caléidoscope
    - Section 7.6 – Les rotations et la symétrie de rotation
    - Section 7.7 – Reconnaitre les types de symétrie dans un plan cartésien
    - Problème du module – Concevoir un drapeau
  - *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; n^{o} NSSBB : 2001645)
    - fiches d'évaluation
    - exercices supplémentaires
    - tests du module
  - *ProGuide* (DVD; n^{o} NSSBB : 2001645)
    - pages du manuel de l'élève pour projection
    - matériel reproductible modifiable
- *Developing Thinking in Geometry* (Johnston-Wilder et Mason, 2006), p. 27–30
- *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*, 8^{e} éd. (Van de Walle, Karp et Bay-Williams, 2013), p. 420–421
- *Geometry: Seeing, Doing, Understanding,* 3^{e} éd. (Jacobs, 2003), p. 319–320
- *Making Math Meaningful to Canadian Students, K–8* (Small, 2008), p. 298–303

La statistique et la probabilité (SP)

RAG : On s’attend à ce que les élèves rassemblent, présentent et analysent des données pour résoudre des problèmes.

RAG : On s’attend à ce que les élèves utilisent des probabilités expérimentales ou théoriques pour représenter et résoudre des problèmes faisant intervenir des incertitudes.

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage est quelque chose qui peut et devrait se faire au quotidien dans le cadre de l'enseignement. L'évaluation de l'apprentissage est également quelque chose qui devrait se produire fréquemment. Il convient d'utiliser tout un éventail d'approches et de contextes pour évaluer l'ensemble des élèves : collectivement en tant que classe, en groupes et individuellement.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles sont les méthodes et activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Que devrai-je faire pour assurer la concordance entre mes stratégies d'évaluation et mes stratégies d'enseignement?

Suivi sur l'évaluation

Il convient de définir l'enseignement en fonction des données rassemblées sur l'apprentissage à partir de la participation et des travaux des élèves.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?
- De quelles méthodes peut-on se servir pour offrir des commentaires et des suggestions aux élèves en temps opportun?

Planification de l'enseignement

Pour avoir un bon programme de mathématiques, il est nécessaire de planifier l'enseignement afin qu'il se déroule de façon cohérente.

Planification à long terme

- Plan annuel disponible sur *Mathematics Learning Commons: Grades 7–9* à l'adresse : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Est-ce que la leçon concorde avec mon plan pour l'année ou le module?
- Comment incorporer les processus indiqués pour ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et expériences d'apprentissage devrais-je proposer pour favoriser la réalisation des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources didactiques devrais-je utiliser?
- Comment devrais-je m'y prendre pour répondre aux besoins des élèves dans toute leur diversité?

RAS SP01 On s’attend à ce que les élèves décrivent l’effet sur le rassemblement de données des préjugés, de la langue utilisée, de l’éthique, du cout, du calendrier et de l’heure, des questions de confidentialité et de la sensibilité aux différences culturelles. [C, L, R, T]
[C] Communication **[RP]** Résolution de problèmes **[L]** Liens **[CM]** Calcul mental et estimations **[T]** Technologie **[V]** Visualisation **[R]** Raisonnement

Indicateurs de rendement

Utilisez l’ensemble d’indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d’apprentissage correspondant.

SP01.01 Analyser une étude de cas donnée pour un processus de collecte de données et mettre en évidence les problèmes potentiels liés aux préjugés, à la langue utilisée, à l’éthique, au cout, à la confidentialité ou aux différences culturelles.

SP01.02 Fournir des exemples pour montrer que les préjugés, la langue utilisée, l’éthique, le cout, la confidentialité ou les différences culturelles peuvent influencer les données.

Portée et séquence

Mathématiques 8^{e} année	Mathématiques 9^{e} année	Mathématiques 10^{e} année
SP01 On s’attend à ce que les élèves fassent la critique de façons de représenter des données.	**SP01** On s’attend à ce que les élèves décrivent l’effet sur le rassemblement de données des préjugés, de la langue utilisée, de l’éthique, du cout, du calendrier et de l’heure, des questions de confidentialité et de la sensibilité aux différences culturelles.	–

Contexte

En mathématiques de 8^{e} année, les élèves ont appris diverses façons de représenter les données (diagrammes à bandes, diagrammes linéaires, diagrammes circulaires, pictogrammes) et ont appris à évaluer les forces et les limites des différentes façons de les représenter. On leur a fait mieux saisir des termes comme données discrètes et continues, exactitude, choix des intervalles et tendances. Les élèves ont appris à justifier leurs conclusions et à reconnaitre les données incohérentes ou mal représentées.

En mathématiques de 9^{e} année, les élèves vont continuer à travailler sur l’analyse des données et se concentrer sur les facteurs affectant le rassemblement des données.

Il existe de nombreux facteurs dans le processus de rassemblement des données qui risquent d’influencer les résultats. Il faudrait que les élèves examinent les facteurs que sont la méthode utilisée, la fiabilité et l’utilité des données et la capacité de procéder à des généralisations sur l’ensemble de la population à partir d’un échantillon particulier. Pour faire une analyse critique du rassemblement de données, il est indispensable que les élèves comprennent les facteurs susceptibles de déboucher sur des problèmes dans le processus de rassemblement.

Il est bon, pour aborder cette question, de demander aux élèves d'analyser des questions de sondages qui ne présentent qu'un problème particulier. Voici un exemple de situation illustrant l'impact que le moment choisi peut avoir sur le rassemblement de données :

- On envoie des échantillons d'écran solaire à chaque foyer à l'automne et en hiver. On inclut une carte de réponse leur demandant s'ils seraient prêts à utiliser à nouveau le produit.

Lorsqu'on se prépare à rassembler des données, il est important de poser les questions appropriées et de disposer d'un échantillon représentatif de l'ensemble de la population.

Les élèves devraient tenir compte des critères suivants :

- Pour être appropriées, il faut que les questions soient rédigées de façon claire, qu'il soit facile d'y répondre et qu'elles produisent bien les données souhaitées.
- Les questions à choix multiples sont utiles pour mettre en évidence les préférences des personnes interrogées.
- Il convient d'organiser les questions dans l'ordre approprié.

Il faudrait que les élèves analysent l'impact que la formulation des questions peut avoir sur les données rassemblées. Pour une étude de cas donnée, ils devraient se poser des questions comme les suivantes :

- Est-ce que le fait de poser cette question me permettra d'obtenir l'information dont j'ai besoin?
- Est-ce que la question donne à la personne l'impression qu'une des réponses est juste et l'autre est fausse? (Autrement dit, est-ce que la question présente un parti pris?)
- Est-ce que la question est respectueuse?

Rappelez aux élèves que, lors de la formulation de questions pour un questionnaire, il convient de tenir compte des facteurs susceptibles d'influencer les réponses.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- De quel graphique te servirais-tu pour représenter les données ci-dessous? Explique ton choix.
  - cout des téléphones portables sur les 20 dernières années
  - prix de différentes marques de jeans
  - sports préférés des garçons et des filles
  - pourcentage pour les garnitures de pizza préférées des élèves de 9^{e} année

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Dans les exemples suivants, mets en évidence les partis pris influençant les résultats et indique des moyens de les éliminer.
  - Lors d'un match de soccer, on a distribué un questionnaire et les résultats montrent que, lorsqu'on demande aux jeunes quel est leur sport préféré, 85 p. 100 disent que c'est le soccer.
  - Penses-tu que les petits chiens sont de bons animaux de compagnie, même s'ils aboient beaucoup?
- Crée une question de sondage sur l'utilisation de la technologie chez les adolescents avec une formulation qui présente un parti pris vis-à-vis de la réponse.
- Ton ami ne comprend pas bien ce qu'on veut dire par « parti pris ». Trouve un exemple pour illustrer ce terme.

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Utiliser des graphiques en provenance de diverses sources (journaux, magazines, sites Web, etc.), des tableurs (comme Microsoft Excel) et des sites Web comme celui de Statistique Canada (http://www.statcan.gc.ca/tables-tableaux/sum-som/z01/cs0002-fra.htm).

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Demandez aux élèves d'apporter divers sondages et de discuter des questions suivantes :
  - **Parti pris :** Combien de personnes ont été sondées? Quel âge avaient-elles?
  - **Utilisation de la langue :** Est-ce que la question est claire et est-ce qu'elle évite d'orienter les gens vers une réponse particulière?
  - **Déontologie :** Est-ce que les résultats seront utilisés pour des fonctions appropriées explicitées dès le départ?
  - **Cout :** Est-ce que le cout de l'enquête est plus élevé que les avantages qu'elle procurera?
  - **Considérations temporelles :** Est-ce que l'enquête tombe au bon moment et est-ce que le temps nécessaire pour répondre aux questions est approprié?
  - **Confidentialité :** Est-ce que les résultats préservent la confidentialité des participants?
  - **Sensibilité culturelle :** Est-ce que les questions sont insultantes pour une culture particulière?
- Dites aux élèves de se mettre par groupes et d'élaborer des questions pour un sondage. Exemple :
  - Comme les élèves ont de nombreuses activités après l'école, est-ce que tu penses que les enseignants devraient donner moins de devoirs?
  - Est-ce que tu as d'accord sur le fait que le prix des billets de concert est trop élevé?

  Demandez aux élèves d'indiquer les problèmes potentiels dans les questions posées.

- Compile des exemples (bons/mauvais) de données de textes mathématiques des années précédentes pour les analyser et en discuter.
- Enquête sur des informations trompeuses (par exemple, la pieuvre arboricole en voie de disparition, l'hippopotame domestique, etc.) et discute de l'importance des compétences en réflexion critique.
- On peut donner aux élèves une étude de cas comme la suivante et leur demander de mettre en évidence le ou les facteurs susceptibles d'affecter le rassemblement de données. Demandez aux élèves de reformuler le scénario pour éliminer tout parti pris.
  - Une agence de markéting souhaite déterminer l'utilisation que les Canadiens font de leur budget pour les vêtements. Jody rédige la question suivante pour déterminer combien les Canadiens consacrent d'argent aux vêtements importés : « Qu'est-ce qu'on retrouve le plus dans ton garde-robe? A) des vêtements bon marché fabriqués à l'étranger ou B) des vêtements de grande qualité fabriqués au Canada. »
  - Quel renseignement spécifique Jody essaie-t-il d'obtenir?
  - Reformule la question afin d'éviter tout parti pris ou tout manque de sensibilité culturelle.
- On peut demander aux élèves d'élaborer leur propre question de sondage faisant intervenir des facteurs qui affectent le rassemblement de données. Ils peuvent ensuite indiquer les facteurs concernés et reformuler la question afin que les données recueillies soient fiables.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- tableurs informatiques (Microsoft Excel, Google docs, etc.)
- graphiques en provenance de diverses sources (journaux, magazines, etc.)
- ordinateur, tablette
- sites Web faisant office de sources de données (p. ex., Statistique Canada : www.statcan.gc.ca)
- sites Web fournissant des outils interactifs (p. ex., Shodor : http://www.shodor.org/interactive)

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ continu ▪ déformer ▪ diagramme à bande ▪ diagramme à doubles bandes ▪ diagramme circulaire ▪ diagramme linéaire ▪ diagramme linéaire double ▪ discret ▪ intervalle ▪ parti pris ▪ pictogramme ▪ représentation trompeuse ▪ tendance	▪ continu ▪ déformer ▪ diagramme à bande ▪ diagramme à doubles bandes ▪ diagramme circulaire ▪ diagramme linéaire ▪ diagramme linéaire double ▪ discret ▪ intervalle ▪ parti pris ▪ pictogramme ▪ représentation trompeuse ▪ tendance

Ressources

Internet

- « Data Analysis and Probability » [articles à manipuler], *National Library of Virtual Manipulatives* (Utah State University, 2015) : http://nlvm.usu.edu/en/nav/topic_t_5.html
- « Tableaux par sujet », *Statistique Canada* (Gouvernement du Canada, 2015) : http://www.statcan.gc.ca/tables-tableaux/sum-som/z01/cs0002-fra.htm
- *Interactivate* (Shodor, 2015) : http://www.shodor.org/interactive
- *Statistique Canada* (Gouvernement du Canada, 2015) : www.statcan.gc.ca

Imprimé

- *Pearson Mathématiques 9* (Baron *et al.,* 2009; n° NSSBB : 2001644)
  - Module 9 – La statistique et la probabilité
    - Jeu – Jeux de cubes
    - Section 9.2 – Problèmes potentiels liés à la collecte de données
    - Technologie – Utiliser *Recensement à l'école* (lien qui ne fonctionne pas à l'heure actuelle)
  - *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; n° NSSBB : 2001645)
    - fiches d'évaluation
    - exercices supplémentaires
    - tests du module
  - *ProGuide* (DVD; n° NSSBB : 2001645)
    - pages du manuel de l'élève pour projection
    - matériel reproductible modifiable
- *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*, 8e éd. (Van de Walle, Karp et Bay-Williams, 2013), p. 434–448
- *Making Math Meaningful to Canadian Students, K –8* (Small, 2008), p. 525–532

RAS SP02 On s'attend à ce que les élèves fassent une sélection et défendent leur choix d'utiliser soit une population soit un échantillon de population pour trouver la réponse à une question. [C, L, RP, R]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

SP02.01 Déterminer si une situation donnée représente le choix d'un échantillon ou d'une population.
SP02.02 Fournir un exemple de situation dans laquelle on peut utiliser une population pour répondre à une question et justifier ce choix.
SP02.03 Fournir un exemple de question dans laquelle on fait face à une limite qui empêche d'utiliser une population et décrire la limite.
SP02.04 Trouver et critiquer un exemple donné dans lequel il est possible ou il n'est pas possible d'effectuer une généralisation à partir d'un échantillon de population pour l'ensemble de la population.
SP02.05 Fournir un exemple pour montrer l'importance de la taille de l'échantillon quand on interprète des données.

Portée et séquence

Mathématiques 8^{e} année	Mathématiques 9^{e} année	Mathématiques 10^{e} année
SP01 On s'attend à ce que les élèves fassent la critique de façons de représenter des données.	**SP02** On s'attend à ce que les élèves fassent une sélection et défendent leur choix d'utiliser soit une population soit un échantillon de population pour trouver la réponse à une question.	–

Contexte

Pour analyser la question de savoir si une situation donnée représente un **échantillon** ou une **population**, il faut que les élèves comprennent clairement ces termes dans le contexte du rassemblement et de l'analyse de données. Certains élèves risquent de ne pas comprendre la différence entre une population et un échantillon. Faites en sorte qu'ils saisissent bien le sens de chaque terme en utilisant des exemples qui leur sont familiers. Insistez sur l'importance du contexte pour déterminer la population ou l'échantillon. Les élèves risquent de penser que le terme de *population* fait simplement référence à un groupe de gens. En fait, il fait référence à un groupe complet et il peut s'agir de gens, d'objets, d'animaux, d'entreprises, etc.

Comme il est souvent peu pratique de rassembler des renseignements sur des populations entières, on utilise couramment en statistique la technique de l'échantillonnage. Tout groupe d'individus (ou d'« unités ») choisis dans la population sera désigné par le terme d'*échantillon*. Par exemple, lors d'une élection fédérale, on pourra choisir un échantillon de 100 individus dans chaque province ou territoire.

Lorsque l'échantillon est représentatif de la population, les données rassemblées auprès de l'échantillon débouchent sur des conclusions valables. Il faut que les élèves comprennent les problèmes liés aux stratégies d'échantillonnage et à la **taille des échantillons,** afin de pouvoir tirer des inférences appropriées des données des échantillons.

Il est utile pour les élèves d'examiner différents types d'échantillons quand ils sont en train d'élaborer un plan de projet et doivent choisir une méthode de rassemblement des données. Il faudrait aussi que les élèves soient capables de déterminer quand il est préférable d'utiliser une population plutôt qu'un échantillon, en raison de la présence de limites. Supposons que les élèves souhaitent faire un sondage pour choisir la destination d'une excursion de classe. Il serait approprié de poser la question à tout le monde dans la classe. Avec une population très nombreuse, en revanche, il est peu pratique de sonder tout le monde, alors il faut utiliser un échantillon représentatif. Supposons que les élèves souhaitent faire un sondage pour déterminer si les habitants de leur communauté sont favorables à une scolarisation sur toute l'année. Il leur faudra alors examiner soigneusement la question de savoir qui interroger et combien de personnes interroger. Il existe de nombreux facteurs affectant la faisabilité d'un sondage de l'ensemble de la population.

Il faudrait encourager les élèves à examiner soigneusement les généralisations qu'on peut faire sur la population tout entière à partir d'un échantillon, car parfois ces généralisations ne sont **pas valables**. Par exemple, les élèves peuvent examiner le scénario suivant :

- Tous les élèves de 9^{e} année de la province ont été sondés pour déterminer l'heure de début de la journée d'école. Au total, 90 p. 100 des élèves de la communauté urbaine de la MRH souhaitent que la journée d'école commence à 7 h 50, car ils veulent qu'elle finisse plus tôt l'après-midi.

  Cet échantillon n'est pas forcément représentatif de la majorité des élèves en dehors de la communauté urbaine de la MRH, parce que ces élèves sont influencés par des facteurs différents, comme la longueur du trajet en autobus entre la maison et l'école. D'un autre côté, il faut que les élèves se rendent compte du fait que, lorsqu'on utilise des techniques d'échantillonnage appropriées, les résultats du sondage peuvent être valables.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Rassemblez des graphiques dans des journaux et auprès d'autres sources et montrez-les aux élèves.
  - Donne des exemples d'avantages que procure l'utilisation du graphique choisi.
  - Donne des exemples d'inconvénients liés à l'utilisation du graphique choisi.
  - Quels autres graphiques aurait-on pu utiliser?

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Pour chaque situation donnée ci-dessous, indique la population concernée et indique s'il faudrait sonder la population dans son ensemble ou uniquement un échantillon.
  - Le restaurant Vito's souhaite déterminer le plat dans son menu pour le repas de midi que les clients préfèrent.
  - Un opérateur téléphonique souhaite savoir combien de ses clients aimeraient avoir comme fonctionnalité l'identification de l'appelant.
  - Santé Canada souhaite déterminer les raisons pour lesquelles certains Canadiens choisissent de ne pas se faire vacciner contre la grippe.
- Dans les scénarios ci-dessous, quels sont les problèmes que tu vois dans les généralisations qui sont faites?
  - À la cafétéria de l'école, les employés font un sondage sur les collations à proposer lors des pauses pendant la journée d'école. Un des employés distribue un questionnaire à une personne sur quatre dans la file d'attente à la cafétéria lors d'une journée particulière et récupère les données produites par ces questionnaires. La conclusion est que les élèves aimeraient avoir plus de barres de céréales lors des pauses.
  - Le conseil étudiant sonde les élèves sur la meilleure utilisation du budget pour les activités pour l'année à venir. Il effectue un sondage de façon aléatoire lors d'un match de soccer. La conclusion est qu'il faudrait consacrer plus d'argent aux équipes sportives.
- On peut demander aux élèves d'expliquer les facteurs déterminant si l'on peut utiliser un échantillon au lieu de la population tout entière dans les scénarios suivants :
  - Est-il nécessaire de procéder à une vaccination en série contre le virus de la grippe en Nouvelle-Écosse?
  - Est-il nécessaire de vérifier chaque ampoule électrique à la sortie de la chaine de fabrication pour voir si elle a des défauts?
  - Est-il nécessaire de sonder tous les habitants d'une circonscription électorale avant l'élection pour prédire le gagnant?

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Envisager les deux situations suivantes. Dans la première situation, on fait un sondage télévisuel pour déterminer la fraction du public qui regarde une émission donnée lors d'une soirée donnée et déterminer s'il y a plus de femmes que d'hommes qui la regardent. Dans la deuxième situation, un ingénieur responsable de la qualité doit faire une estimation du pourcentage de bouteilles dans la chaine de fabrication qui s'avèrent défectueuses. Dans ces deux situations, on rassemble des informations sur un grand groupe de personnes ou de choses. Le cout des démarches consistant à communiquer avec chaque personne ou à inspecter chaque bouteille est bien trop élevé, de sorte qu'on ne rassemble de renseignements que sur une partie du groupe (un échantillon), afin d'en tirer des conclusions sur le groupe tout entier (c'est-à-dire la population).

- S’assurer que les élèves prennent bien conscience du fait qu’il peut être complexe de définir un échantillon représentatif d’une population qui est de grande taille et diverse. Il est important de savoir clairement quelle population on veut décrire et de savoir ce qu’on mesure exactement. Domaines posant problème :
  - Comment choisir l’échantillon de façon à ce qu’il soit vraiment représentatif de la population dans son ensemble?
  - Lorsqu’un échantillon donné de la population diffère d’un autre échantillon de la même population, avec quel degré de confiance peut-on prédire le pourcentage véritable de la population?
  - Est-ce que la taille de l’échantillon fait une différence?

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L’APPRENTISSAGE

- Définis la population pour une situation spécifique (par exemple, un opérateur de téléphonie mobile qui veut déterminer la marque et le modèle de téléphone que les élèves utilisent à l’heure actuelle) et indique s’il faudrait sonder l’ensemble de la population ou seulement un échantillon. Explique ton raisonnement.
- Demandez aux élèves d’indiquer si on a utilisé un échantillon ou la population dans son ensemble dans chacune des situations suivantes :
  - On demande à tous les habitants d’une ville où il faudrait construire la nouvelle école pour la ville.
  - On teste un comprimé sur 100 pour voir s’il y a des défauts.
  - On interroge un élève dans chaque classe pour savoir s’il faudrait supprimer le lait chocolaté dans le menu du repas de midi.
- On peut demander aux élèves d’expliquer pourquoi il convient d’inclure la population tout entière dans le sondage dans des situations comme les suivantes :
  - tester les moteurs à réaction produits par l’usine avant leur utilisation;
  - élire un fonctionnaire gouvernemental;
  - déterminer s’il faudrait ou non demander aux élèves de l’école de porter un uniforme.
- On donne à chaque élève un poisson découpé dans une feuille de papier et on lui demande d’indiquer sur le poisson s’il est mâle ou femelle. Demandez aux élèves de déterminer le pourcentage de poissons mâles et femelles dans la population. Mettez tous les poissons dans un aquarium et, selon la taille de la classe, tirez-en :
  - un petit échantillon
  - un échantillon de taille moyenne
  - un gros échantillon

  Demandez aux élèves de calculer le pourcentage de mâles et de femelles dans l’échantillon et de comparer cette valeur aux résultats expérimentaux pour la population.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D’ARTICLES À MANIPULER

- ordinateur et accès à Internet

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ aléatoire ▪ échantillon ▪ inférence ▪ population ▪ recensement ▪ taille de l'échantillon ▪ validité	▪ aléatoire ▪ échantillon ▪ inférence ▪ population ▪ recensement ▪ taille de l'échantillon ▪ validité

Ressources

Internet

- « Data Analysis and Probability » [articles à manipuler], *National Library of Virtual Manipulatives* (Utah State University, 2015) : http://nlvm.usu.edu/en/nav/topic_t_5.html

Imprimé

- *Pearson Mathématiques 9* (Baron *et al.,* 2009; n° NSSBB : 2001644)
  - Module 9 – La probabilité et la statistique
    - > Section 9.3 – Recueillir des données dans des échantillons et des populations (Le programme d'études de mathématiques de 9e année de la Nouvelle-Écosse exige des élèves qu'ils fournissent un exemple pour montrer l'importance de la taille de l'échantillon dans l'interprétation des données [PI 9SP02.05].)
    - > Section 9.4 – Sélectionner un échantillon
  - *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; n° NSSBB : 2001645)
    - > fiches d'évaluation
    - > exercices supplémentaires
    - > tests du module
  - *ProGuide* (DVD; n° NSSBB : 2001645)
    - > pages du manuel de l'élève pour projection
    - > matériel reproductible modifiable
- *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*, 8e éd. (Van de Walle, Karp et Bay-Williams, 2013), p. 434–448
- *Making Math Meaningful to Canadian Students, K –8* (Small, 2008), p. 525–532

RAS SP03 On s'attend à ce que les élèves élaborent et mettent en œuvre un plan de projet pour rassembler, représenter graphiquement et analyser des données : ▪ formuler une question à explorer; ▪ choisir une méthode de rassemblement de données qui tient compte de considérations sociales; ▪ choisir une population ou un échantillon; ▪ rassembler les données; ▪ représenter graphiquement les données rassemblées sous une forme appropriée; ▪ tirer des conclusions pour répondre à la question [C, RP, R, T, V]

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

SP03.01 Créer une grille pour évaluer un projet qui inclut :
- l'évaluation d'une question d'enquête;
- le choix d'une méthode de rassemblement de données qui inclut des considérations sociales;
- la sélection d'une population ou d'un échantillon et la justification de ce choix;
- la présentation des données rassemblées;
- les conclusions pour répondre à la question.

SP03.02 Préparer un plan de projet qui décrit :
- une question d'enquête;
- la méthode de rassemblement de données qui inclut des considérations sociales;
- la méthode de sélection d'une population ou d'un échantillon et la justification de ce choix;
- la méthode de présentation et d'analyse des données.

SP03.03 Faire le projet conformément au plan, tirer des conclusions et présenter les résultats à un auditoire.

SP03.04 Faire une autoévaluation du projet à l'aide de la grille.

Portée et séquence

Mathématiques 8e année	**Mathématiques 9e année**	**Mathématiques 10e année**
SP01 On s'attend à ce que les élèves fassent la critique de façons de représenter des données.	**SP03** On s'attend à ce que les élèves élaborent et mettent en œuvre un plan de projet pour rassembler, représenter graphiquement et analyser des données : ▪ formuler une question à explorer; ▪ choisir une méthode de rassemblement de données qui tient compte de considérations sociales; ▪ choisir une population ou un	–

	échantillon; ▪ rassembler les données; ▪ représenter graphiquement les données rassemblées sous une forme appropriée; ▪ tirer des conclusions pour répondre à la question.	

Contexte

Aux niveaux scolaires précédents, les élèves ont rassemblé, affiché et interprété des données représentées sous la forme de divers tableaux et graphiques. En mathématiques de 9e année, les élèves vont préparer et exécuter un projet sur des données pour répondre à une question et concevoir, individuellement ou en groupe, une grille d'évaluation du projet. Le projet comprendra la formulation d'une question appropriée, le rassemblement de données auprès d'une population ou d'un échantillon, la présentation des données et la production de conclusions.

Quand le travail de préparation est approprié, il met en évidence les problèmes potentiels concernant les questions ou les méthodes de rassemblement de données. Tout le processus devrait se dérouler sous l'angle de la résolution de problèmes : choix par les élèves de sujets intéressants, formulation par les élèves des questions à poser, préparation par les élèves du processus de rassemblement des données, mise en œuvre de ce plan et analyse des résultats. Ce résultat d'apprentissage devrait incorporer bon nombre des autres résultats d'apprentissage en statistique et en probabilité. Il convient d'évaluer le travail des élèves sur ce résultat d'apprentissage en se fondant sur l'élaboration et l'exécution d'un projet individuellement ou en groupe.

Voici des lignes directrices utiles pour l'apprentissage basé sur des projets :

- Les élèves peuvent travailler en groupe ou individuellement.
- Laissez aux élèves le choix du sujet et des méthodes de présentation.
- Préparez le projet avec des brouillons et un calendrier d'activités.
- Familiarisez les élèves avec le plan d'évaluation.
- Entamez les étapes du projet à divers moments dans l'année.

Dans le programme de mathématiques, c'est la première fois qu'on demande aux élèves d'élaborer une grille d'évaluation. Il convient d'élaborer la grille avant le début du projet, afin d'indiquer clairement les attentes et la façon dont le projet va être évalué. Il faudrait que la grille comprenne les critères d'évaluation et une description de chaque niveau de rendement. On peut faire l'élaboration de la grille d'évaluation tous ensemble en tant que classe. Voici un exemple de grille d'évaluation.

Critère	**Niveau 1**	**Niveau 2**	**Niveau 3**	**Niveau 4**
Question explorée				
Choix de la méthode pour rassembler les données, avec prise en compte de considérations sociales				
Sélection d’une population ou d’un échantillon et justification de ce choix				
Présentation des données rassemblées				
Conclusions pour répondre à la question				

Les élèves peuvent préparer un compte rendu oral ou écrit comprenant des informations sur le plan pour le projet et les conclusions. Le compte rendu devrait également inclure :

- la ou les questions posées dans le sondage;
- une présentation appropriée des données;
- des conclusions valables fondées sur les données rassemblées.

Évaluation, enseignement et apprentissage

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

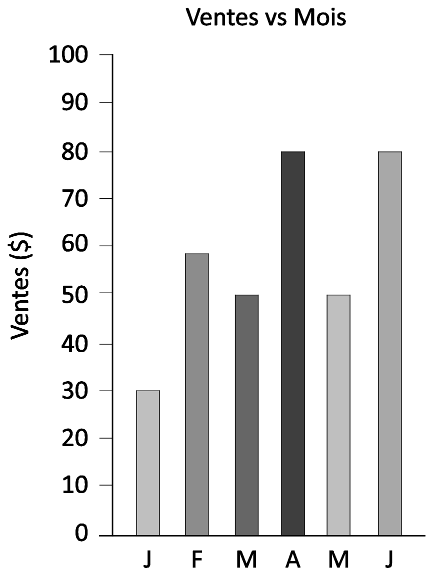
- Réponds « **vrai »** ou « **faux »** pour chaque énoncé ci-dessous :
  - La fonction d’un graphique est de présenter les données sous une forme plus facile à interpréter.
  - Les graphiques n’exigent pas tous une légende.
  - Les graphiques doivent tous avoir une échelle horizontale et une échelle verticale.
  - Les graphiques doivent tous avoir un titre.
  - Les diagrammes circulaires sont toujours la meilleure façon de représenter les données.
- Dans les séries de graphiques suivants, indique pour chaque graphique s’il correspond (✓) ou ne correspond pas (×) aux exigences. Détermine ensuite si les graphiques représentent les mêmes données.

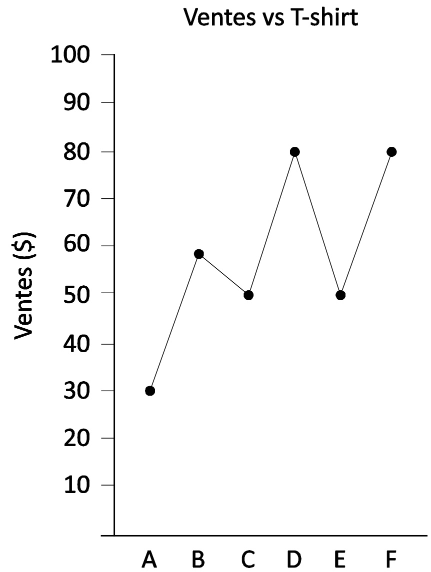
___ Titres

___ Échelonnage de l'axe des *x*

___ Échelonnage de l'axe des *y*

___ Ventes ($)





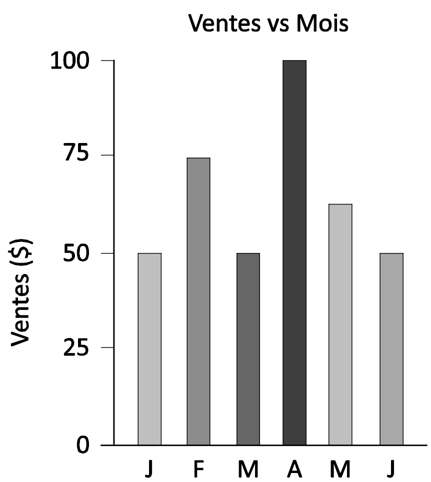
Est-ce que ces graphiques représentent les mêmes données? OUI NON

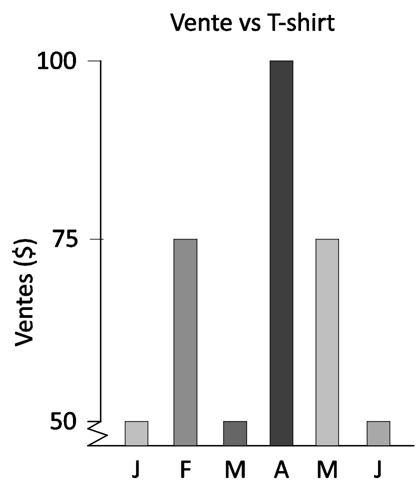
___ Titres

___ Échelonnage de l'axe des *x*

___ Échelonnage de l'axe des *y*

___ Ventes ($)





Est-ce que ces graphiques représentent les mêmes données? OUI NON

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

Voici une liste d'idées à utiliser dans la préparation d'un projet de statistiques. Chaque idée peut être adaptée par les élèves afin qu'elle corresponde mieux à ce qui les intéresse.

- Trouve combien de temps les élèves consacrent chaque semaine à chaque matière quand ils font leurs devoirs. Est-ce que la situation change entre la 7e année et la 9e année?
- Est-ce que les élèves de ton école envoient des messages texte à leurs amis plus ou moins souvent qu'ils ne leur parlent de vive voix?
- Quel type de transport les élèves de ton école utilisent-ils pour se rendre à l'école? Est-ce que le type de transport varie selon le niveau scolaire? Est-ce qu'il change selon la période de l'année?
- Quels sont les types les plus populaires d'activités après l'école pour les élèves de ton école? Est-ce que cela varie selon le niveau scolaire?
- Détermine quel type de céréales les élèves de ta classe ou de ton école préfèrent. On peut aussi comparer la consommation de céréales des adultes à celle des élèves. Compare tout cela au volume de vente de céréales au supermarché du coin pour comparer la classe au reste de la communauté.
- Détermine le type préféré de jeans pour les gens de ton groupe d'âge. Utilise les résultats du sondage pour rédiger une recommandation adressée à un magasin du coin concernant ses commandes des différents types de jeans. On peut aussi faire une comparaison pour divers groupes d'âge.
- Demande au conseil étudiant ou au conseil communautaire de faire des suggestions de questions sur lesquelles ils aimeraient qu'on fasse un sondage. Utilise ces suggestions comme point de départ pour un projet.
- Rassemble des données afin de mettre en évidence un lien entre la note moyenne de l'élève dans son dernier bulletin scolaire et (1) le temps qu'il passe à regarder la télévision, (2) le temps qu'il passe à faire des devoirs et (3) sa taille de chaussure.
- Effectue un sondage pour trouver les informations se rapportant : à l'équipe de la LNH préférée de chaque élève; à l'instrument musical préféré de chaque élève; à la collation préférée de chaque élève; aux effets des réseaux sociaux ou de la technologie sur le sommeil; aux intimidations; aux centres d'intérêt; à la différence entre les achats en ligne et les achats en magasin; etc.
- Sonde ou interviewe les élèves de 9e année pour déterminer les emplois à temps partiel qu'ils préfèrent et le montant d'argent typique qu'ils gagnent. On peut inclure les emplois comme la garde d'enfants, l'entretien des pelouses ou la livraison de journaux.

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Créer un plan avec les divers volets d'un projet de gestion de données : question sur laquelle portera l'enquête, méthodes pour rassembler les données, procédures d'échantillonnage, rassemblement des données, présentation des données et conclusions.
- Faire des projets de statistiques par petits groupes ou à deux. Les élèves peuvent évaluer leurs projets à deux à l'aide de la grille créée pour chaque projet.
- Envisager d'utiliser la technologie pour la présentation des données.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Explorez et faites la critique de grilles élaborées afin que les élèves soient exposés à des modèles.
- Demandez aux élèves de faire un remue-méninge sur des questions, des idées ou des enjeux sur lesquels on pourrait mener une enquête. Ils pourraient organiser leurs pensées sous la forme de cartes conceptuelles.
- Demandez aux élèves de créer un outil d'organisation graphique, comme l'organigramme ci-dessous, pour mieux organiser le projet de recherche et exécuter le plan.

Développer le plan du project

1. Écrire une question de recherche
2. Écrire une hypothèse
3. Décrire la population
4. Décrire comment vous allez collectionner vos données

Créer une rubrique pour l'évaluation de votre project

Continuer de développer le plan du project

1. Décrire comment vous allez montrer vos résultats
2. Décrire comment vous allez analyser vos résultats
3. Décrire comment vous allez présenter vos résultats

Compléter votre project selon votre plan

1. Afficher vos résultats
2. Analyser vos donées
3. Tirer une conclusion ou faire une prédiction
4. Évaluer les resultats de votre recherche

Présenter vos résultats

Autoévaluer votre project

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- tableurs

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ échantillon ▪ grille ▪ population ▪ taille de l'échantillon ▪ technique d'échantillonnage	▪ échantillon ▪ grille ▪ population ▪ taille de l'échantillon ▪ technique d'échantillonnage

Ressources

Imprimé

- *Pearson Mathématiques 9* (Baron *et al.,* 2009; n° NSSBB : 2001644)
  - Module 8 – La géométrie du cercle
    - Savoir réussir – Apprendre le mieux possible les mathématiques
  - Module 9 – La probabilité et la statistique
    - Technologie – Utiliser *Recensement à l'école* (lien qui ne fonctionne pas à l'heure actuelle)
    - Technologie – Représenter graphiquement des données à l'aide de tableurs
    - Section 9.5 – Concevoir un plan de projet
  - *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; n° NSSBB : 2001645)
    - fiches d'évaluation
    - exercices supplémentaires
    - tests du module
  - *ProGuide* (DVD; n° NSSBB : 2001645)
    - pages du manuel de l'élève pour projection
    - matériel reproductible modifiable
- *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*, 8e éd. (Van de Walle, Karp et Bay-Williams, 2013), p. 434–448
- *Making Math Meaningful to Canadian Students, K –8* (Small, 2008), p. 525–532

Internet

- « Data Analysis and Probability » [articles à manipuler], *National Library of Virtual Manipulatives* (Utah State University, 2015) : http://nlvm.usu.edu/en/nav/topic_t_5.html

RAS SP04 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent le rôle des probabilités dans la société. [C, L, R, T]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

SP04.01 Fournir un exemple tiré des médias imprimés et électroniques dans lequel on utilise la probabilité.
SP04.02 Indiquer les hypothèses associées à une probabilité donnée et expliquer les limites de chaque hypothèse.
SP04.03 Expliquer qu'on peut utiliser la même probabilité pour défendre des positions contradictoires.
SP04.04 Expliquer, à l'aide d'exemples, que les décisions peuvent se fonder sur une combinaison de probabilité théorique, de probabilité expérimentale et de jugement subjectif.

Portée et séquence

Mathématiques 8^e année	**Mathématiques 9^e année**	**Mathématiques 10^e année**
SP02 On s'attend à ce que les élèves résolvent des problèmes faisant intervenir la probabilité d'évènements indépendants.	**SP04** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent le rôle des probabilités dans la société.	–

Contexte

Aux niveaux scolaires précédents, les élèves ont exploré la différence entre **probabilité théorique** et **probabilité expérimentale** et ce qu'on fait pour exprimer les probabilités d'évènements uniques et indépendants sous forme de fractions, de pourcentages et de nombres décimaux.

En mathématiques de 9^e année, on se **concentre** sur les activités visant à faire comprendre aux élèves le rôle que les probabilités jouent dans la société, en examinant la probabilité que des évènements se produisent et les décisions qui se fondent sur de telles prédictions. Il faudrait exposer les élèves à divers exemples de la vie quotidienne dans lesquels on utilise les probabilités. Exemples :

- primes d'assurance établies en fonction des antécédents pour les déclarations de sinistre faites par un certain sexe, un certain groupe d'âge ou une certaine région
- périodes de garantie en fonction de la durée de vie probable du produit
- nombre d'exemplaires fabriqués en fonction du nombre probable d'exemplaires qui seront vendus
- prévisions à partir de données antérieures concernant les gagnants d'une élection
- détermination de la probabilité qu'on subisse les effets secondaires d'un médicament
- utilisation par les compagnies aériennes de la demande probable à diverses périodes de l'année pour déterminer le calendrier des vols et réserver les équipages

- prédictions météorologiques et probabilité de précipitations et d'autres phénomènes météorologiques

Il faudrait que les élèves se concentrent sur des situations qui leur sont familières et discutent de la façon dont on s'y prend pour faire des prédictions (combinaisons de probabilités théoriques, de probabilités expérimentales et de jugements subjectifs). Les élèves se rendent vite compte que la probabilité expérimentale est le critère le plus souvent utilisé pour faire des prédictions. Il convient également d'examiner les **présuppositions** qu'on fait quand on fait de telles prédictions.

Les calculs de probabilités se fondent sur des présuppositions. Il convient d'encourager les élèves à mettre en évidence et examiner les présuppositions, pour mieux déterminer si la probabilité calculée est pertinente lors de la prise de décisions.

Les élèves devraient se livrer à l'évaluation de situations qui se prêtent à la production de prédictions raisonnablement exactes, de prédictions douteuses et de prédictions pour lesquelles les inconnues sont impossibles à quantifier. On peut donner comme exemple de prédiction relativement sure le risque de blessure dans un accident de voiture selon qu'on a mis ou non sa ceinture de sécurité.

Il est plus douteux pour les professionnels de la santé de tenter de prédire si les personnes ayant un statut socioéconomique inférieur risquent d'avoir plus de problèmes de santé.

Il existe de nombreuses situations dans lesquelles les inconnues sont trop importantes pour qu'on puisse établir des probabilités. Par exemple, si l'on veut établir la probabilité que quelqu'un d'autre ait le même nom, le même âge et la même date de naissance que soi-même, il y a trop d'inconnues pour pouvoir faire une prédiction. Les élèves devraient discuter avec les élèves des questions suivantes :

- Quelles sont les raisons de l'incertitude?
- Quelles sont les questions qu'il est important de poser sur la situation afin de la ramener à un énoncé probabiliste?

Évaluation, enseignement et apprentissage

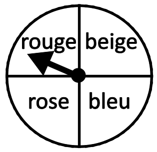
Stratégies d'évaluation

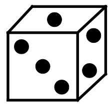
ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Jamila et Brooke jouent à un jeu dans lequel Jamila lance deux dés et calcule la somme des nombres obtenus. Si la somme est six ou huit, alors Brooke gagne trois points. Si la somme n'est ni six ni huit, alors Jamila gagne un point. Est-ce que ce jeu est équitable? Donne les raisons justifiant ta réponse.

- Dites aux élèves de comparer la probabilité théorique et la probabilité expérimentale d'obtenir « rose » quand on fait tourner la roue ci-dessous et d'obtenir un numéro composé quand on lance un dé.





TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Consulte la page « Climat » (Gouvernement du Canada, 2015) à l'adresse http://climat.meteo.gc.ca/data_index_f.html. Fais une recherche sur les données concernant ta propre ville ou ton propre village afin de faire des prévisions pour le mois en cours (précipitations, température moyenne, etc.). Discute des présupposés que tu risques d'avoir en faisant ces prévisions et explique les limites imposées par ces présupposés.
- Pour ton école, détermine le nombre probable d'élèves qui feront des études postsecondaires l'an prochain. Réfléchis à diverses manières de déterminer cette probabilité. Par exemple, utilise les données de l'école comme les demandes de relevés de notes des années précédentes ou communique avec le comité des prix pour déterminer combien de bourses d'études ont été attribuées.
- Wayne pense qu'il est utile de représenter les performances d'un joueur de baseball qui frappe la balle 1 fois sur 4 en utilisant une roue à quatre sections. Quelles présuppositions fait-il? Est-ce qu'elles sont valables?

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Donner aux élèves l'occasion d'explorer les médias pour y trouver des exemples de prédictions fondées sur des probabilités dans la vie de tous les jours.
- Donner aux élèves l'occasion d'explorer le processus de prise de décisions fondées sur des probabilités. Il faudrait qu'ils utilisent un échantillon pour déterminer la probabilité d'un évènement, qu'ils se servent des résultats et de leur jugement subjectif pour faire des prédictions et qu'ils expliquent la vraisemblance des prédictions, en se fondant sur les présuppositions qu'ils ont pu faire. Si c'est possible, il convient de tester la vraisemblance des prédictions.
- Rechercher, en tant que classe, des exemples dans les médias où on a utilisé des probabilités pour justifier ou rejeter une position.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Utilise l'échantillonnage selon le résultat d'apprentissage SP03 pour faire des prédictions concernant l'ensemble de la population :
  - en mettant en évidence les présuppositions et les limites de ces présuppositions;
  - en discutant de la mesure dans laquelle on s'est fiée à des probabilités théoriques, des probabilités expérimentales et des jugements subjectifs pour faire la prédiction.
- Demandez aux élèves de produire un rapport sur des exemples où l'on a utilisé des probabilités dans la presse et dans les médias électroniques.
- Demandez aux élèves de réfléchir à un jeu télévisé où les participants examinent des probabilités lorsqu'ils doivent décider de la marche à suivre et d'expliquer dans quelle mesure les probabilités interviennent dans le jeu.
- Demandez aux élèves d'explorer la presse et les médias sur Internet pour trouver des exemples de cas comme les suivants :
  - situation où des décisions affectant votre communauté ont été prises qui pourraient avoir été fondées sur des probabilités;
  - situation dans laquelle un organisme médical pourrait prendre une décision en fonction de probabilités.

Demandez-leur quel rôle les probabilités ont joué.

- Demandez aux élèves de trouver un article incluant des probabilités et de discuter des points de vue opposés possibles.
- Dites aux élèves de se mettre par deux et donnez-leur deux cartes contenant un énoncé de probabilité trompeur. Chaque élève demande à son partenaire d'expliquer les limites de l'énoncé.

1. J'ai lancé une pièce de monnaie non truquée trois fois et elle est trois fois tombée sur « pile ». Il sera plus probable qu'elle tombe sur « face » que sur « pile » si je la lance de nouveau.	**2.** L'équipe des Rovers a joué contre l'équipe des Shooters. Les Rovers peuvent gagner, perdre ou faire match nul. La probabilité que les Rovers gagnent est donc de $\frac{1}{3}$.
3. On a un sac contenant 3 perles rouges et 5 perles bleues. Je tire une perle au hasard. La probabilité qu'elle soit rouge est de $\frac{3}{5}$	**4.** Je lance 2 dés et j'additionne les résultats. La probabilité que le total fasse 6 est de $\frac{1}{12}$ parce qu'il y a 12 possibilités différentes et 6 est l'une d'entre elles.
5. Quand on lance un dé, il est moins probable d'obtenir un 6 que d'obtenir un 3.	**6.** Demain, soit il va pleuvoir soit il ne va pas pleuvoir. La probabilité qu'il pleuve est donc de 0,5.
7. M. Brown doit subir une opération chirurgicale importante. Au total, 90 p. 100 des personnes qui subissent cette opération se rétablissent complètement. Il y a donc 90 p. 100 de chances que M. Brown se rétablisse complètement après l'opération.	**8.** Si on lance 6 dés non truqués en même temps, j'ai moins de chances d'obtenir 1, 1, 1, 1, 1, 1 que 1, 2, 3, 4, 5, 6.

- On peut demander aux élèves de faire un compte rendu par écrit ou à l'oral sur des scénarios comme le suivant :
  – La mère de Jolene a une présentation importante à faire demain matin lors d'une conférence à un lieu qui se trouve à 200 km. Elle a une réunion ce soir au travail. Les prévisions météo sont qu'il y a 50 p. 100 de chances qu'il neige le matin. La société pour laquelle elle travaille est prête à payer ses frais d'hôtel. Quelles sont les probabilités que la mère de Jolene devra prendre en compte pour décider si elle va faire le trajet ce soir ou demain matin? Quelle est la probabilité qui, selon toi, aura le plus d'impact sur sa décision. Explique-toi.
  – Quelles sont les probabilités que le gouvernement pourrait prendre en compte pour décider de convertir une autoroute à deux voies en une autoroute à quatre voies?
- Bon nombre de compagnies d'assurance font payer aux conducteurs âgés de moins de 25 ans une prime d'assurance calculée en fonction de la probabilité d'avoir un accident. Demandez aux élèves de trouver un article sur le cout de l'assurance automobile basé sur la probabilité d'une collision et de répondre aux questions suivantes :
  – Dans l'article, quelles sont les présuppositions associées à chaque probabilité? Explique-toi.
  – À ton avis, y a-t-il un parti pris contre les jeunes conducteurs?
  – « Les discussions sur le cout de l'assurance automobile se fondent sur une combinaison de probabilités expérimentales, de probabilités théoriques et de jugements subjectifs. » Es-tu en accord ou en désaccord avec cet énoncé? Explique-toi.
- Odette dit qu'elle a 1 chance sur 2 d'obtenir « pile » quand elle lance une pièce de monnaie. Claude dit qu'elle a une pièce truquée parce qu'elle l'a lancée 50 fois et a obtenu « pile » 40 fois sur 50. Ingrid pense que, même si on a une chance égale d'avoir « pile », elle aura plus souvent « pile » parce que c'est le côté qui lui porte chance. Demandez aux élèves de déterminer si les trois décisions de ces individus se fondent sur des jugements subjectifs, des probabilités expérimentales ou des probabilités théoriques et de décrire le rôle que chaque domaine peut jouer dans la prise de décisions.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- dés
- roues

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ jugement ▪ non truqué ▪ présupposition ▪ probabilité expérimentale ▪ probabilité théorique ▪ subjectif	▪ jugement ▪ non truqué ▪ présupposition ▪ probabilité expérimentale ▪ probabilité théorique ▪ subjectif

Ressources

Internet

- « Climat », *Gouvernement du Canada* (Gouvernement du Canada, 2015) : http://climat.meteo.gc.ca/data_index_f.html

Imprimé

- *Pearson Mathématiques 9* (Baron *et al.,* 2009; n^{o} NSSBB : 2001644)
  - Module 9 – La probabilité et la statistique
    - Section 9.1 – La probabilité dans la société
  - *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; n^{o} NSSBB : 2001645)
    - fiches d'évaluation
    - exercices supplémentaires
    - tests du module
  - *ProGuide* (DVD; n^{o} NSSBB : 2001645)
    - pages du manuel de l'élève pour projection
    - matériel reproductible modifiable
- *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*, 8^{e} éd. (Van de Walle, Karp et Bay-Williams, 2013), p. 454–469
- *Making Math Meaningful to Canadian Students, K –8* (Small, 2008), p. 548–560

Bibliographie

« 4 Numbers » [jeu]. *4 Numbers,* 2015. Sur Internet : www.4nums.com/apps

ALBERTA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. « Polynomials », *Planning Guide,* LearnAlberta.ca, 2011. Sur Internet : www.learnalberta.ca/content/mepg9/html/pg9_polynomials/index.html

—. « Single Variable Linear Inequalities », *Planning Guide,* 2012. Sur Internet : www.learnalberta.ca/content/mepg9/html/pg9_singlevariablelinearinequalities/index.html

—. *Mathematics Planning Guide, Grade 9: Working with Linear Equations, Patterns and Relations (Variables and Equations)*, Edmonton (Alb.), Alberta Education, 2012. Sur Internet : www.learnalberta.ca/content/mepg9/html/pg9_linearequations/pdf/pg9_linearequations.pdf

—. « Exploring Circle Geometry Properties: Use It », *Math Interactives,* 2015. Sur Internet : www.learnalberta.ca/content/mejhm/index.html?l=0&ID1=AB.MATH.JR.SHAP&ID2=AB.MATH.JR.SHAP.CIRC&lesson=html/object_interactives/circles/use_it.html

—. « Exploring Laws of Exponents: Use It », *Math Interactives,* 2015. Sur Internet : www.learnalberta.ca/content/mejhm/index.html?l=0&ID1=AB.MATH.JR.NUMB&ID2=AB.MATH.JR.NUMB.EXPO&lesson=html/object_interactives/exponent_laws/use_it.html

—. « Exploring Laws of Exponents: Explore It », *Math Interactives,* 2015. Sur Internet : www.learnalberta.ca/content/mejhm/index.html?l=0&ID1=AB.MATH.JR.NUMB&ID2=AB.MATH.JR.NUMB.EXPO&lesson=html/object_interactives/exponent_laws/explore_it.html

—. « Exploring Order of Operations: Use It », *Math Interactives.,* 2015. Sur Internet : www.learnalberta.ca/content/mejhm/index.html?l=0&ID1=AB.MATH.JR.NUMB&ID2=AB.MATH.JR.NUMB.INTE&lesson=html/object_interactives/order_of_operations/use_it.html

—. « Point-Circle », *LearnAlberta.ca,* 2015. Sur Internet : www.learnalberta.ca/content/meda/html/pointcircle/index.html

AMERICAN ASSOCIATION FOR THE ADVANCEMENT OF SCIENCE. *Benchmark for Science Literacy,* [AAAS-Benchmarks], New York, NY, Oxford University Press, 1993.

ANNENBERG FOUNDATION. « Interactives: Geometry 3D Shapes », *Annenberg Learner,* 2014. Sur Internet : www.learner.org/interactives/geometry/index.html

ARMSTRONG, T. *Seven Kinds of Smart: Identifying and Developing Your Many Intelligences*, New York, NY, Plume, 1999.

BARON, Lorraine, Trevor BROWN, Garry DAVIS, Sharon JEROSKI, Susan LUDWIG, Sandra GLANVILLE MAURER, Kanwal NEEL, Robert SIDLEY, Shannon SOOKOCHOFF, David SUFRIN, David VAN BERGEYK et Jerrold WIEBE. *Pearson Mathématiques 9*, Toronto (Ont.), Pearson Education Canada, 2009. (n° NSSBB : 2001644)

—. *Pearson Mathématiques 9 ProGuide*, Toronto (Ont.), Pearson Education Canada, 2009. (n° NSSBB : 2001645)

BLACK, Paul et Dylan WILIAM. « Inside the Black Box: Raising Standards Through Classroom Assessment », *Phi Delta Kappan* 80, nº 2 (octobre 1998), p. 139–144, p. 146–148.

BRAINING CAMP. *Apps for iPads,* 2013. Sur Internet : www.brainingcamp.com/product/mobile.html

CAINE, Renate Numella et Geoffrey CAINE. *Making Connections: Teaching and the Human Brain*, Reston, VA, Association for Supervision and Curriculum Development, 1991.

CANADA. GOUVERNEMENT. « Climat », Gouvernement du Canada, 2015. Sur Internet : http://climat.meteo.gc.ca/data_index_f.html

—. « Tableaux par sujet », *Statistique Canada,* 2015. Sur Internet : http://www.statcan.gc.ca/tables-tableaux/sum-som/z01/cs0002-fra.htm

—. *Statistique Canada,* 2015. Sur Internet : www.statcan.gc.ca.

COLOMBIE-BRITANNIQUE. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *The Primary Program: A Framework for Teaching,* Victoria (C.-B.), Province de la Colombie-Britannique, 2000.

DAVIES, Ann. *Making Classroom Assessment Work*, Courtenay (C.-B.), Classroom Liens International, Inc, 2000.

DREXEL UNIVERSITY. « Fish Simulator » [applet], *The Math Forum @ Drexel,* 2015. Sur Internet : http://mathforum.org/escotpow/puzzles/fish/applet.html

FRANKENSTEIN, Marilyn. « Equity in Mathematics Education: Class in the World outside the Class », *New Directions for Equity in Mathematics Education*, Cambridge, MA, Cambridge University Press, 1995.

GEOGEBRA. *GeoGebra*, International GeoGebra Institute, 2015. Sur Internet : http://www.geogebra.org/cms/en?ggbLang=fr

GUTSTEIN, Eric. « Teaching and Learning Mathematics for Social Justice in an Urban, Latino School », *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 34, nº 1, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 2003.

HAWES, Kathy. « Using Error Analysis to Teach Equation Solving », *Mathematics Teaching in the Middle School,* vol. 12, nº 5, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, janvier 2007, p. 238–242.

HERZIG, Abbe. « Connecting Research to Teaching: Goals for Achieving Diversity in Mathematics Classrooms », *Mathematics Teacher*, vol. 99, nº 4, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics*,* 2013.

HOPE, Jack A., Larry LEUTZINGER, Barbara REYS et Robert REYS. *Mental Math in the Primary Grades*, Palo Alto, CA, Dale Seymour Publications, 1988.

HUME, Karen. *Tuned Out: Engaging the 21st Century Learner*, Don Mills (Ont.), Pearson Education Canada, 2011.

JACOBS, Harold R. *Geometry: Seeing, Doing, Understanding*, 3e éd., New York, NY, W. H. Freeman & Company, 2003.

JOHNSTON-WILDER, Sue et John MASON. *Developing Thinking in Geometry*, Londres (R.-U.), Sage Publications Ltd, 2005.

LADSON-BILLINGS, Gloria. « It Doesn't Add Up: African American Students' Mathematics Achievement », *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 28, n° 6, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 1997.

MANITOBA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Grades 9–12 Mathematics: Manitoba Curriculum Framework of Outcomes*, Winnipeg (Man.), Gouvernement du Manitoba, 2014.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

——. « Computation, Calculators et Common Sense: A Position of the National Council of Teachers of Mathematics » (énoncé de position, mai 2005), Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 2005.

—. « Algebra Tiles », *Illuminations : Resources for Teaching Math,* 2015. Sur Internet : http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3482

—. « Folding Circles: Exploring Circle Theorems through Paper Folding », *Illuminations: Resources for Teaching Math,* 2015. Sur Internet : http://illuminations.nctm.org/Lesson.aspx?id=3777

—. « Circle Template », *Illuminations: Resources for Teaching Math,* 2015. Sur Internet : http://illuminations.nctm.org/uploadedFiles/Content/Lessons/Ressources/9-12/FoldingCircle-CircleTemplate.pdf

—. « Order of Operations Bingo », *Illuminations: Resources for Teaching Math,* 2015. Sur Internet : http://illuminations.nctm.org/Lesson.aspx?id=2583

NOUVEAU-BRUNSWICK. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Mathematics Grade 9 Curriculum*, Fredericton (N.-B.), Province du Nouveau-Brunswick, 2010.

NOUVELLE-ÉCOSSE. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *L'éducation des élèves doués et le développement des talents*, Halifax (N.-É.), Province de la Nouvelle-Écosse, 2010. Sur Internet : http://studentservices.ednet.ns.ca/sites/default/files/education des elves doues at developpement des talents.pdf

OCDE. CENTRE POUR LA RECHERCHE ET L'INNOVATION DANS L'ENSEIGNEMENT. *L'évaluation formative : pour un meilleur apprentissage dans les classes secondaires*, Paris (France), Éditions Organisation de coopération et de développement économiques (OCDE), 2006.

PEARSON. *Interactive Math Tools*, Pearson Canada Inc, s. d. Sur Internet : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875

PROTOCOLE DE L'OUEST ET DU NORD CANADIENS (PONC). *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques M –9*, Edmonton (Alb.), Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens (PONC) pour la collaboration dans l'éducation, 2006.

RUBENSTEIN, Rheta N. « Mental Mathematics beyond the Middle School: Why? What? How? », *Mathematics Teacher*, septembre 2001, vol. 94, n° 6, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 2001.

SCHWARTZ, Robert M. « Learning to Learn Vocabulary in Content Area Textbooks », *Journal of Reading,* vol. 32, n° 2, Hoboken, NJ, Wiley, novembre 1988, p. 108–118.

SERRA, Michael. *Patty Paper Geometry,* San Francisco, CA, Playing It Smart, 2011.

SHAW, J. M. et M. F. P. CLIATT. « Developing Measurement Sense », dans P. R. Trafton (dir.), *New Directions for Elementary School Mathematics*, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

SHODOR. « Algebra Four », *Interactivate,* 2015. Sur Internet : www.shodor.org/interactivate/activities/AlgebraFour

SMALL, Marian. *Making Math Meaningful to Canadian Students, K–8,* Toronto (Ont.), Nelson Education Ltd, 2008.

—. *Making Math Meaningful to Canadian Students, K–8*, 2e éd., Toronto (Ont.), Nelson Education Ltd, 2013.

—. *Big Ideas from Dr. Small: Creating a Comfort Zone for Teaching Mathematics, Grades 4–8*, Toronto (Ont.), Nelson Canada, 2009.

—. *Big Ideas from Dr. Small: Creating a Comfort Zone for Teaching Mathematics, Grades 9–12*, Toronto (Ont.), Nelson Canada, 2010.

SMITH, Anthony T. et Robin L. ANGOTTI. « 'Why Are There So Many Words in Math?': Planning for Content-Area Vocabulary Instruction », *Voices from the Middle*, vol. 20, n° 1, Urbana, IL, National Council of Teachers of English, septembre 2012. Sur Internet : www.ncte.org/library/NCTEFiles/Ressources/Journals/VM/0201-sep2012/VM0201Why.pdf

Softschools.com. « Ordering Rational Numbers », *SoftSchools.com*, 2015. Sur Internet : www.softschools.com/math/rational_numbers/ordering_rational_numbers

STEEN, L. A. (dir.). *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy*, Washington, DC, National Research Council, 1990.

TATE, William F. « Returning to the Root: A Culturally Relevant Approach to Mathematics Pedagogy », *Theory into Practice*, vol. 34, n° 3, Florence, KY, Taylor & Francis, 1995.

TERRE-NEUVE-ET-LABRADOR. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Mathematics: Grade 9 Curriculum Guide*, St. John's (T.-N.-L.), Gouvernement de Terre-Neuve-et-Labrador, 2014.

UTAH STATE UNIVERSITY. « Algebra Balance Scale [Unnamed] », National Library of Virtual Manipulatives, 2015. Sur Internet : http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_324_g_4_t_2.html?open=instructions&from=category_g_4_t_2.html

—. « Data Analysis and Probability [manipulatives] », *National Library of Virtual Manipulatives,* 2015. Sur Internet : http://nlvm.usu.edu/en/nav/topic_t_5.html

VAN DE WALLE, John A. et LouAnn H. LOVIN. *Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8,* vol. 3, Boston, MA, Pearson Education, Inc, 2006.

VAN DE WALLE, John A., Karen S. KARP et Jennifer M. BAY-WILLIAMS. *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*, 8e éd., Boston, MA, Pearson Education, Inc, 2013.