Mathématiques 10e année

Programme d'études

NOVA SCOTIA
NOUVELLE-ÉCOSSE

2015

Mathématiques 10e année

Préparé par le ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance de la Nouvelle-Écosse

Il s'agit de la version la plus récente du matériel pédagogique actuel utilisé par les enseignants de la Nouvelle-Écosse.

ébauche
Juillet 2013
ébauche

PROGRAMME D'ÉTUDES

Mathématiques 10

Immersion

NOVA SCOTIA
NOUVELLE-ÉCOSSE

Références à des sites Web

Les références à des sites Web que renferme le présent document sont uniquement fournies pour des raisons pratiques et ne constituent pas un appui du ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance à l'égard du contenu, des politiques ou des produits du site Web cité comme source de référence. Le Ministère n'a aucune maitrise sur les sites Web cités et les liens subséquents, et il n'assume pas la responsabilité de l'exactitude, de la légalité ou du contenu des sites en question. Le contenu des sites Web cités peut changer sans préavis.

La *Politique des écoles publiques de la Nouvelle-Écosse en matière d'accès à Internet et d'utilisation d'Internet* oblige les conseils scolaires et les éducateurs à prendre préalablement connaissance des sites et à les évaluer avant de les recommander aux élèves. Si vous découvrez un site périmé ou inapproprié, veuillez le signaler à links@EDnet.ns.ca.

Mathématiques 10   Version provisoire   Juillet 2013

Information de catalogage

Remerciements

Le ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance de la Nouvelle-Écosse tient à remercier les organismes qui suivent de lui avoir accordé l'autorisation d'adapter leur programme d'études de mathématiques pour l'élaboration du présent guide.

Le Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens (PONC) de collaboration concernant l'éducation

Le ministère de l'Éducation de Terre-Neuve-et-Labrador

Le ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance de l'Île-du-Prince-Édouard

Le Comité consultatif du programme d'études secondaire de mathématiques du Nouveau-Brunswick

Nous sommes également reconnaissants aux personnes qui suivent de leur contribution à l'élaboration du programme d'études de mathématiques de 10e année de la Nouvelle-Écosse.

Arlene Andreyck (retraitée)
Cape Breton Victoria Regional School Board

Darryl Breen
Strait Regional School Board

Jennifer Courish
Chignecto Central Regional School Board

Bob Crane
Mi'kmaw Kina'matnewey

Wayne Deighton
South Shore Regional School Board

Darlene MacKeen Hudson
Chignecto Central Regional School Board

Anne Kelly
Halifax Regional School Board

Patsy Height Lewis (retraitée)
Tri-County Regional School Board

Mark MacLeod
South Shore Regional School Board

Mark Pettipas
Strait Regional School Board

Sonya O'Sullivan
Halifax Regional School Board

Darren Teasdale
Strait Regional School Board

Marlene Urquhart
Cape-Breton Victoria Regional School Board

Tom Willis
Tri-County Regional School Board

Table des matières

Introduction 1
Contexte et raison d'être 1
Objet 1

Conception et volets du programme 3
Cheminements d'apprentissage 3
Évaluation 6

Résultats d'apprentissage 9
Cadre conceptuel de Mathématiques 10, 11 et 12 9
Structure du programme de Mathématiques 10 9
Processus mathématiques 19
Nature des mathématiques 25
Structure du guide du programme d'études 28

Contextes d'apprentissage et d'enseignement 31
Croyances au sujet des élèves et de l'apprentissage des mathématiques 31

Modules
La mesure 37
L'algèbre et le nombre 95
Les relations et les fonctions 145
Les mathématiques financières 239

Annexes 285
Annexe A. Pages à photocopier 287
Annexe B. Modèle d'organisation graphique 299

Bibliographie 301

Introduction

Contexte et raison d'être

Le programme d'études de mathématiques s'inspire d'une vision qui fait progresser le développement des connaissances en mathématiques des élèves en leur permettant d'étendre et de mettre en application ce qu'ils ont appris et de contribuer à la vie en société. Il est essentiel que le programme d'études de mathématiques intègre les toutes dernières recherches sur l'enseignement des mathématiques. C'est pourquoi nous avons adopté le *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques de la 10^e^ à la 12^e^ année* du Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens (PONC) de 2008 comme base du nouveau programme d'études de mathématiques en Nouvelle-Écosse.

Le Cadre commun a été élaboré par sept ministères de l'Éducation (Alberta, Colombie-Britannique, Manitoba, Territoires du Nord-Ouest, Nunavut, Saskatchewan et Yukon) en collaboration avec des enseignants, des administrateurs, des parents, des représentants du monde des affaires, des éducateurs du niveau postsecondaire et d'autres intervenants. Il fait état de convictions particulières concernant les mathématiques, des résultats d'apprentissage généraux et spécifiques prévus pour les élèves, et d'indicateurs de rendement sur lesquels se sont mises d'accord les sept instances concernées. Les résultats d'apprentissage et les indicateurs ont été adaptés pour la Nouvelle-Écosse. Le présent document se fonde sur des travaux de recherche nationaux et internationaux effectués par le PONC et par le National Council of Teachers of Mathematics (conseil national des enseignants de mathématiques des États-Unis) (NCTM).

Le programme d'études de la Nouvelle-Écosse met l'accent sur un certain nombre de concepts clés à chaque niveau dans l'optique d'encourager une compréhension plus approfondie et d'améliorer en fin de compte les résultats des élèves. Le programme s'attarde également davantage sur le sens du nombre et sur les concepts relatifs aux opérations vus au cours des premiers niveaux afin que les élèves disposent d'une base solide en mathématiques.

Objet

Le présent document définit un ensemble de résultats d'apprentissage et d'indicateurs de rendement qui serviront de base commune obligatoire pour la détermination des attentes du programme d'études de mathématiques. Une telle base devrait permettre l'obtention de résultats conformes aux attentes en mathématiques chez les élèves de la Nouvelle-Écosse. Elle devrait également faciliter la transition des élèves qui changent d'établissement dans la province ou qui proviennent d'une autre région ayant adopté le cadre du PONC. Le document a pour but de communiquer clairement à l'ensemble des partenaires du système d'éducation de la province nos attentes élevées à l'égard de l'apprentissage des mathématiques auprès des élèves.

Conception et volets du programme

Cheminements d'apprentissage

Le *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques de la 10e à la 12e année* sur lequel le programme d'études de Mathématiques 10 à 12 de la Nouvelle-Écosse est basé prévoit des cheminements d'apprentissage et des thèmes plutôt que des domaines d'études comme le faisait le *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques de la maternelle à la 9e année.* En Nouvelle-Écosse, quatre cheminements d'apprentissage sont offerts : Fondements mathématiques, Mathématiques au travail, Mathématiques et Précalcul.

Chaque volet oblige les élèves à acquérir une base de connaissances conceptuelles et des habiletés qui leur seront utiles, peu importe le cheminement qu'ils choisissent. Les sujets abordés à l'intérieur d'un cheminement d'apprentissage visent à parfaire les connaissances antérieures de l'élève et à le faire progresser des notions simples à des concepts plus complexes.

Buts des cheminements d'apprentissage

Les quatre cheminements d'apprentissage visent tous à inculquer les attitudes, les connaissances, les habiletés et les notions préalables nécessaires à des programmes postsecondaires particuliers ou à l'entrée directe sur le marché du travail. Les quatre cheminements d'apprentissage munissent les élèves de notions mathématiques et d'habiletés de réflexion critique. Ce sont les sujets que les élèves choisissent pour parfaire ces notions et habiletés qui varient entre les cheminements d'apprentissage. Lorsque les élèves choisissent un cheminement donné, ils devraient tenir compte de leurs champs d'intérêt, à la fois actuels et futurs. Les élèves, les parents et les éducateurs sont encouragés à examiner les exigences d'admission des programmes d'études postsecondaires, car elles varient selon les établissements et chaque année.

Conception des cheminements d'apprentissage

Chaque cheminement d'apprentissage vise à fournir aux élèves les notions mathématiques, la rigueur et les habiletés de réflexion critique définies pour des programmes d'études postsecondaires particuliers et pour l'accès direct au marché du travail.

Le contenu des cours de Fondements mathématiques en Nouvelle-Écosse est conçu pour répondre à un besoin particulier chez les élèves de la Nouvelle-Écosse. Le contenu de chacun des autres cheminements, Mathématiques au travail, Mathématiques et Précalcul, est basé sur les conclusions du *Rapport final* de la *Consultation d'établissements d'enseignement postsecondaire et du monde des affaires et de l'industrie concernant leurs exigences en mathématiques de niveau secondaire* menée dans le cadre du *Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens (PONC)* (Éducation Alberta, 2006) ainsi que sur des consultations auprès des enseignants de mathématiques.

Fondements mathématiques (en vue de l'obtention du diplôme)

Ce cheminement d'apprentissage vise à permettre aux élèves d'acquérir les habiletés et les notions nécessaires au sein du marché du travail, de même que celles requises dans la vie quotidienne au foyer et dans le milieu.

Les élèves deviendront mieux équipés pour employer les mathématiques dans le monde réel et ils deviendront plus confiants à l'égard de leurs capacités mathématiques.

Mathématiques au travail (en vue de l'obtention du diplôme)

Ce cheminement d'apprentissage vise à munir les élèves des notions mathématiques et des habiletés de réflexion critique prévues pour l'admission à certains programmes collégiaux ou universitaires et pour l'entrée directe au sein de la population active. Les sujets abordés comprennent les mathématiques financières, l'algèbre, la géométrie, la mesure, le nombre ainsi que la statistique et la probabilité.

Mathématiques (voie académique)

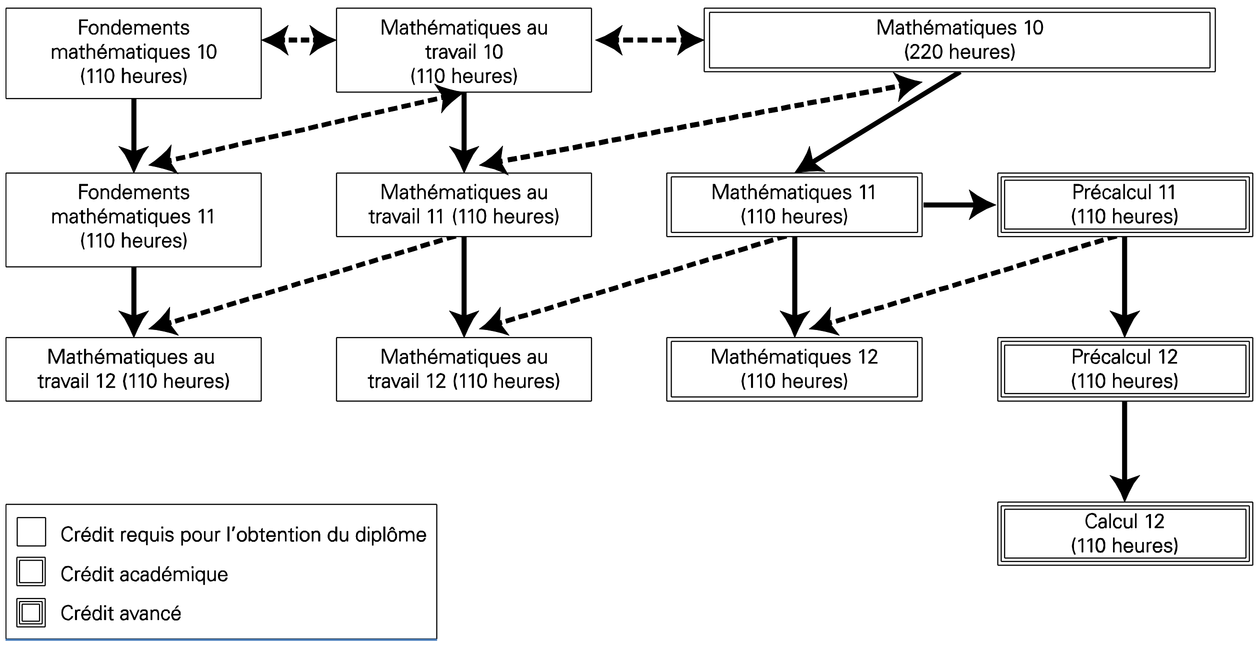
Ce cheminement d'apprentissage vise à munir les élèves des notions mathématiques et des habiletés de réflexion critique prévues pour des études postsecondaires au sein de programmes exigeant des crédits de mathématiques en vue d'un programme universitaire ou de précalcul. Les sujets abordés comprennent les mathématiques financières, la géométrie, la mesure, le nombre, le raisonnement logique, les relations et les fonctions, de même que la statistique et la probabilité. ***Nota* –** Après avoir terminé Mathématiques 11, les élèves peuvent opter pour le cheminement d'apprentissage des études universitaires ou celui du précalcul.

Précalcul (voie avancée)

Ce cheminement d'apprentissage vise à munir les élèves des notions mathématiques et des habiletés de réflexion critique prévues pour l'admission au sein de programmes postsecondaires exigeant l'étude du calcul théorique. Les sujets abordés comprennent l'algèbre et le nombre, la mesure, les relations et les fonctions, la trigonométrie, ainsi que les permutations, les combinaisons et les théorèmes binomiaux.

Cheminements d'apprentissage et cours

Le diagramme ci-dessous résume les cheminements d'apprentissage et les cours offerts.



Point de mire de l'enseignement

Chacun des cheminements d'apprentissage des mathématiques du secondaire deuxième cycle est réparti par sujets. Les élèves devraient s'efforcer d'établir des liens entre les concepts abordés dans le cadre de chaque sujet et entre les divers sujets pour rendre fructueux leur apprentissage des mathématiques.

Les enseignants devraient tenir compte des points qui suivent dans la planification de l'enseignement et l'évaluation.

- Les processus mathématiques prévus en vue d'un résultat donné visent à aider les enseignants à choisir des approches pédagogiques efficaces pour l'enseignement et l'apprentissage du résultat.
- Les sept processus mathématiques doivent tous être intégrés au sein des approches d'enseignement et d'apprentissage, et ils doivent soutenir l'objectif des résultats recherchés.
- On utilisera dans la mesure du possible des contextes significatifs dans les exemples, les problèmes et les projets.
- L'enseignement devrait évoluer des notions simples aux notions complexes et des notions concrètes aux notions abstraites.
- Le plan d'évaluation du cours devrait maintenir un équilibre entre l'évaluation au service de l'apprentissage et l'évaluation de l'apprentissage.

L'apprentissage des élèves devrait avoir pour point de mire l'acquisition d'une compréhension conceptuelle et procédurale des mathématiques. La compréhension conceptuelle et la compréhension procédurale des élèves doivent être directement liées l'une à l'autre.

Évaluation

Il est essentiel d'effectuer régulièrement une évaluation au service de l'apprentissage pour assurer l'efficacité de l'enseignement et de l'apprentissage. Les recherches révèlent que les techniques d'évaluation au service de l'apprentissage (évaluation formative) permettent des gains importants et souvent substantiels dans l'apprentissage, tout en comblant les lacunes dans l'apprentissage et en améliorant la capacité des élèves d'apprendre de nouvelles aptitudes (BLACK et WILIAM, 1998; OCDE, 2006). La participation des élèves à l'évaluation favorise l'apprentissage. Une rétroaction rapide et efficace de l'enseignant et une autoévaluation de l'élève lui-même rendent l'élève en mesure de réfléchir aux concepts et aux notions mathématiques ainsi que de formuler sa compréhension de ces concepts et de ces notions.

L'évaluation en classe englobe

- une définition claire des buts, des objectifs et des résultats d'apprentissage
- l'utilisation d'exemples, de grilles et de modèles permettant de clarifier les résultats d'apprentissage et de mettre en évidence les aspects importants du travail
- un suivi des progrès réalisés dans l'obtention des résultats d'apprentissage et la fourniture d'une rétroaction au besoin
- l'encouragement de l'autoévaluation
- le soutien en classe d'un environnement dans lequel des conversations sur l'apprentissage ont cours, les élèves peuvent vérifier leurs idées et leur rendement, et ils approfondissent la compréhension de leur apprentissage (DAVIES, 2000)

Les techniques d'évaluation au service de l'apprentissage deviennent un fondement de l'apprentissage, mais la seule manière de mesurer cet apprentissage est de recourir à l'évaluation de l'apprentissage (évaluation sommative). Une telle évaluation permet un suivi des progrès de l'élève, oriente le programme d'enseignement et facilite la prise de décisions. Les deux formes d'évaluation nous sont nécessaires pour guider l'enseignement, stimuler l'apprentissage et susciter des progrès dans les résultats des élèves.

L'évaluation de l'apprentissage des élèves doit

- cadrer avec les résultats d'apprentissage visés
- définir clairement les critères de succès
- rendre explicites les attentes à l'égard du rendement des élèves
- utiliser divers stratégies et outils d'évaluation
- fournir de l'information utile qui orientera l'enseignement

Conversations / rencontres / entretiens
- individuels
- collectifs
- à l'initiative de l'enseignant
- à l'initiative de l'élève

Évaluation équilibrée en mathématiques

Produits / échantillons de travaux
- journaux mathématiques
- portfolios
- dessins, tableaux, graphiques
- évaluation individuelle et en classe
- tests papier-crayon
- enquêtes
- autoévaluation

Observations
- prévues (formelles)
- imprévues (informelles)
- lecture à haute voix (textes axés sur les mathématiques)
- activités communes et guidées en mathématiques
- exécution de tâches
- rencontres individuelles
- fiches anecdotiques
- listes de vérification
- activités interactives

Résultats d’apprentissage

Cadre conceptuel de Mathématiques 10, 11 et 12

Le tableau ci-dessous fournit un aperçu de l’influence des processus mathématiques et de la nature des mathématiques sur les résultats d’apprentissage.

Modules	**Mathématiques 10**	
La mesure **L’algèbre et le nombre** **Les relations et les fonctions** **Les mathématiques financières**	**Résultats d’apprentissage généraux** **Résultats d’apprentissage spécifiques** **Indicateurs de rendement**	**Nature des mathématiques** Changement Constance Sens du nombre Liens Régularités Sens spatial Incertitude
Processus mathématiques [C] Communication, [RP] Résolution de problèmes, [L] Liens, [CE] Calcul mental et estimation, [T] Technologie, [V] Visualisation, [R] Raisonnement		

(Adaptation avec autorisation du Protocole de l’Ouest et du Nord canadiens, *Cadre commun des programmes d’études de mathématiques de la maternelle à la 9^e année*, page 5. Tous droits réservés.)

Structure du programme d’études de Mathématiques 10

Modules

Le programme de Mathématiques 10 comprend quatre modules
- La mesure (M) (50 à 55 heures)
- L’algèbre et le nombre (AN) (50 à 55 heures)
- Les relations et les fonctions (RF) (70 à 75 heures)
- Les mathématiques financières (MF) (40 à 45 heures)

Résultats et indicateurs de rendement

Le programme d’études de la Nouvelle-Écosse s’appuie sur des résultats d’apprentissage généraux, des résultats d’apprentissage spécifiques et des indicateurs de rendement.

Résultats d’apprentissage généraux (RAG)

Les résultats d’apprentissage généraux sont des énoncés généraux décrivant ce que les élèves devraient apprendre au sein de chaque domaine ou sous-domaine d’études. Le RAG de chaque domaine/sous-domaine d’études demeure le même tout au long du cheminement d’apprentissage.

La mesure (M)
On s’attend à ce que les élèves acquièrent le sens spatial et le raisonnement proportionnel.

L’algèbre et le nombre (AN)
On s’attend à ce que les élèves acquièrent le raisonnement algébrique et le sens du nombre.

Les relations et les fonctions (RF)
On s’attend à ce que les élèves acquièrent le raisonnement algébrique et graphique à l’aide de l’étude des relations.

Les mathématiques financières (MF)
On s’attend à ce que les élèves acquièrent le sens du nombre et les habiletés de la pensée critique.

Résultats d’apprentissage spécifiques (RAS) et indicateurs de rendement

Les résultats d’apprentissage spécifiques sont des énoncés qui définissent des concepts précis et les habiletés connexes reposant sur la compréhension et les connaissances que les élèves doivent acquérir à un niveau donné.

Les indicateurs de rendement sont des exemples de façons dont les élèves peuvent montrer qu’ils ont atteint les buts d’un résultat d’apprentissage spécifique. L’éventail des exemples fournis vise à refléter la portée du RAS. À l’intérieur des RAS, le terme **y compris** signale que l’élève *doit* assimiler les points qui suivent pour que le résultat d’apprentissage soit pleinement réalisé. Le terme **tel que** signale que les points qui suivent sont fournis en guise de clarification seulement et que l’élève *n’est pas* obligé d’en tenir compte pour que le résultat d’apprentissage soit pleinement atteint. Le mot **et** utilisé dans un résultat indique que les deux concepts doivent être assimilés pour que soit réalisé le résultat d’apprentissage, même s’ils ne seront pas nécessairement abordés en même temps ou dans la même question.

LA MESURE (M)

M01 On s’attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant la mesure linéaire à l’aide d’unités de mesure des systèmes international (SI) et impérial, de stratégies d’estimation et de stratégies de mesure.

Indicateurs de rendement

M01.01 Fournir des référents pour des mesures linéaires, y compris le millimètre, le centimètre, le mètre, le kilomètre, le pouce, le pied, la verge et le mille, et en expliquer le choix.
M01.02 Comparer, à l’aide de référents, des unités de mesure SI et impériales.
M01.03 Estimer une mesure linéaire à l’aide d’un référent et expliquer la démarche suivie.
M01.04 Justifier le choix des unités choisies dans la détermination d’une mesure dans un contexte de résolution de problèmes.

M01.05 Résoudre des problèmes comportant la mesure linéaire à l'aide d'instruments tels que des règles, des pieds à coulisse ou des rubans à mesurer.

M01.06 Décrire et expliquer une stratégie personnelle utilisée pour effectuer une mesure linéaire (exemple : la circonférence d'une bouteille, la longueur d'un arc et le périmètre de la base d'un objet à trois dimensions de forme irrégulière).

M02 On s'attend à ce que les élèves sachent appliquer le raisonnement proportionnel pour résoudre des problèmes comportant des conversions entre des unités de mesure SI et impériales.

Indicateurs de rendement

M02.01 Expliquer comment le raisonnement proportionnel peut être utilisé pour effectuer la conversion d'une unité de mesure à l'intérieur d'un même système et entre les unités de mesure SI et impériales.

M02.02 Résoudre un problème comportant la conversion d'une unité de mesure à l'intérieur d'un même système et entre les unités de mesure SI et impériales.

M02.03 Vérifier et expliquer, à l'aide de l'analyse des unités, une conversion de mesure à l'intérieur d'un même système et entre les unités de mesure SI et impériales.

M02.04 Justifier, à l'aide du calcul mental, la vraisemblance d'une solution à un problème de conversion.

M03 On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant l'aire totale et le volume exprimés en unités de mesure SI et impériales d'objets à trois dimensions, y compris des cônes droits, des cylindres droits, des prismes droits, des pyramides droites et des sphères.

Indicateurs de rendement

M03.01 Esquisser un diagramme pour représenter un problème comportant l'aire totale ou le volume.

M03.02 Déterminer l'aire totale d'un cône droit, d'un cylindre droit, d'un prisme droit, d'une pyramide droite ou d'une sphère à l'aide d'un objet à trois dimensions ou d'un diagramme annoté.

M03.03 Déterminer le volume d'un cône droit, d'un cylindre droit, d'un prisme droit, d'une pyramide droite ou d'une sphère à l'aide d'un objet à trois dimensions ou d'un diagramme annoté.

M03.04 Déterminer une dimension inconnue d'un cône droit, d'un cylindre droit, d'un prisme droit, d'une pyramide droite ou d'une sphère à partir de son aire totale ou de son volume et des autres dimensions.

M03.05 Résoudre un problème comportant l'aire totale ou le volume à partir d'un diagramme d'un objet à trois dimensions composé.

M03.06 Décrire la relation entre les volumes de cônes droits et de cylindres droits de même base et de même hauteur, et de pyramides droites et de prismes droits de même base et de même hauteur.

M04 On s'attend à ce que les élèves sachent développer et appliquer les rapports trigonométriques de base (sinus, cosinus, tangente) pour résoudre des problèmes comportant des triangles rectangles.

Indicateurs de rendement

M04.01 Expliquer les relations entre des triangles rectangles semblables et les définitions des rapports trigonométriques de base.
M04.02 Reconnaitre l’hypoténuse d’un triangle rectangle et les côtés opposé et adjacent d’un angle aigu donné du triangle.
M04.03 Résoudre des triangles rectangles, avec et sans l’aide de la technologie.
M04.04 Résoudre un problème comportant un ou plusieurs triangles rectangles à l’aide des rapports trigonométriques de base ou du théorème de Pythagore.
M04.05 Résoudre un problème comportant des mesures directes et indirectes à l’aide des rapports trigonométriques, du théorème de Pythagore et d’instruments de mesure tels qu’un clinomètre ou un mètre.

L’ALGÈBRE ET LE NOMBRE (AN)

AN01 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris les facteurs de nombres entiers positifs en déterminant les facteurs premiers, le plus grand diviseur (facteur) commun, le plus petit commun multiple, la racine carrée et la racine cubique.

Indicateurs de rendement

AN01.01 Déterminer les facteurs premiers d’un nombre entier positif.
AN01.02 Expliquer pourquoi les nombres 0 et 1 n’ont pas de facteurs premiers.
AN01.03 Déterminer, en ayant recours à diverses stratégies, le plus grand diviseur (facteur) commun ou le plus petit commun multiple d’un ensemble de nombres entiers positifs et expliquer le processus.
AN01.04 Déterminer concrètement si un nombre entier positif donné est un carré parfait, un cube parfait ou ni l’un ni l’autre.
AN01.05 Déterminer, en ayant recours à diverses stratégies, la racine carrée d’un carré parfait et expliquer le processus.
AN01.06 Déterminer, en ayant recours à diverses stratégies, la racine cubique d’un cube parfait et expliquer le processus.
AN01.07 Résoudre des problèmes comportant des facteurs premiers, le plus grand diviseur commun, le plus petit commun multiple, des racines carrées ou des racines cubiques.

AN02 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris les nombres irrationnels en représentant, en identifiant et en simplifiant des nombres irrationnels, et en mettant en ordre de tels nombres.

Indicateurs de rendement

AN02.01 Trier un ensemble de nombres en nombres rationnels et irrationnels.
AN02.02 Déterminer une valeur approximative d’un nombre irrationnel donné.
AN02.03 Déterminer, à l’aide de diverses stratégies, l’emplacement approximatif de nombres irrationnels sur une droite numérique et expliquer le raisonnement suivi.
AN02.04 Mettre en ordre, sur une droite numérique, un ensemble de nombres irrationnels.
AN02.05 Exprimer, sous forme simplifiée, un radical donné sous forme composée (mixte) (limité aux radicandes numériques).
AN02.06 Exprimer, sous forme entière, un radical donné sous forme composée (mixte) (limité aux radicandes numériques).

AN02.07 Expliquer, à l'aide d'exemples, la signification de l'indice d'un radical.

AN02.08 Représenter, à l'aide d'un organisateur graphique, la relation parmi les sous-ensembles des nombres réels (entiers naturels, nombres positifs, entiers, nombres rationnels, nombres irrationnels).

AN03 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les puissances à exposants entiers et rationnels.

Indicateurs de rendement

AN03.01 Expliquer, à l'aide de régularités, pourquoi $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, $a \neq 0$.

AN03.02 Expliquer, à l'aide de régularités, pourquoi $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$, $n > 0$.

AN03.03 Appliquer les lois des exposants suivants à des expressions ayant des bases rationnelles et variables, des exposants entiers et rationnels, et expliquer le raisonnement :

$(a^m)(a^n) = a^{m+n}$

$a^m \div a^n = a^{m-n}$, $a \neq 0$.

$(a^m)^n = a^{mn}$

$(ab)^m = a^m b^m$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, $b \neq 0$

AN03.04 Exprimer des puissances ayant des exposants rationnels sous la forme d'un radical et vice versa, quand *m* et *n* sont des entiers naturels et *x* est un nombre rationnel.

$x^{\frac{m}{n}} = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^m = \left(\sqrt[n]{x}\right)^m$ et $x^{\frac{m}{n}} = \left(x^m\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$

AN03.05 Résoudre un problème faisant appel aux lois des exposants ou des radicaux.

AN03.06 Repérer et corriger les erreurs survenues dans la simplification d'une expression comportant des puissances.

AN04 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris la multiplication d'expressions polynomiales (limitées à des monômes, des binômes et des trinômes) de façon concrète, imagée et symbolique.

Indicateurs de rendement

AN04.01 Représenter, de façon concrète ou imagée, la multiplication de deux binômes et noter le processus symboliquement.

AN04.02 Établir le rapport entre la multiplication de deux binômes et un modèle d'aire.

AN04.03 Expliquer, à l'aide d'exemples, la relation entre la multiplication de binômes et la multiplication de nombres à deux chiffres.

AN04.04 Vérifier un produit de polynômes en remplaçant les variables par des nombres.

AN04.05 Multiplier deux polynômes symboliquement et regrouper les termes semblables du produit.

AN04.06 Généraliser et expliquer une stratégie de multiplication des polynômes.

AN04.07 Repérer et expliquer les erreurs survenues dans la multiplication de polynômes.

AN05 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les facteurs communs et la décomposition en facteurs de trinômes de façon concrète, imagée et symbolique.

Indicateurs de rendement

AN05.01 Déterminer les facteurs communs des termes d'un polynôme et exprimer le polynôme sous la forme d'un produit de facteurs.
AN05.02 Représenter, de façon concrète ou imagée, la décomposition en facteurs d'un trinôme et noter le processus symboliquement.
AN05.03 Décomposer en facteurs un polynôme représentant une différence de deux carrés et expliquer pourquoi il s'agit d'un cas particulier de décomposition en facteurs de trinômes où $b = 0$.
AN05.04 Repérer et expliquer les erreurs survenues dans la décomposition en facteurs d'un polynôme.
AN05.05 Décomposer un polynôme en facteurs et vérifier le résultat en multipliant les facteurs.
AN05.06 Expliquer, à l'aide d'exemples, la relation entre la multiplication et la décomposition en facteurs de polynômes.
AN05.07 Généraliser et expliquer des stratégies de décomposition d'un trinôme en facteurs.
AN05.08 Exprimer un polynôme sous la forme du produit de ses facteurs.

LES RELATIONS ET LES FONCTIONS (RF)

RF01 On s'attend à ce que les élèves sachent interpréter et expliquer les relations parmi des données, des graphiques et des situations.

Indicateurs de rendement

RF01.01 Tracer, avec ou sans l'aide de la technologie, le graphique d'un ensemble de données et déterminer les restrictions sur le domaine et sur l'image.
RF01.02 Expliquer pourquoi des points de données devraient ou ne devraient pas être reliés dans le graphique d'une situation.
RF01.03 Décrire une situation possible pour un graphique donné.
RF01.04 Esquisser un graphique possible pour une situation donnée.
RF01.05 Déterminer le domaine et l'image à partir du graphique, d'un ensemble de paires ordonnées ou d'une table de valeurs, et les exprimer de diverses façons.

RF02 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les relations et les fonctions.

Indicateurs de rendement

RF02.01 Expliquer, à l'aide d'exemples, pourquoi certaines relations ne sont pas des fonctions tandis que toutes les fonctions sont des relations.
RF02.02 Déterminer si un ensemble de paires ordonnées représente une fonction.
RF02.03 Trier un ensemble de graphiques en fonctions et non-fonctions.
RF02.04 Formuler et expliquer des règles générales pour déterminer si des graphiques et des ensembles de paires ordonnées représentent des fonctions.

RF03 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris la pente en ce qui a trait au déplacement vertical ou horizontal, à des segments de droite et des droites, au taux de variation, à des droites parallèles et à des droites perpendiculaires.

Indicateurs de rendement

RF03.01 Déterminer la pente d’un segment de droite en mesurant ou en calculant le déplacement vertical et le déplacement horizontal.
RF03.02 Classer les droites d’un ensemble donné selon que leur pente est positive ou négative.
RF03.03 Expliquer le sens de la pente d’une droite horizontale ou verticale.
RF03.04 Expliquer pourquoi la pente d’une droite peut être déterminée à partir de deux points quelconques de cette droite.
RF03.05 Expliquer, à l’aide d’exemples, la pente d’une droite en tant que taux de variation.
RF03.06 Tracer une droite à partir de sa pente et d’un point appartenant à la droite.
RF03.07 Déterminer un autre point appartenant à une droite à partir de la pente et d’un point de la droite.
RF03.08 Formuler et appliquer une règle générale pour déterminer si deux droites sont parallèles ou perpendiculaires.
RF03.09 Résoudre un problème contextualisé comportant une pente.

RF04 On s’attend à ce que les élèves sachent décrire et représenter des relations linéaires à l’aide de descriptions verbales, de paires ordonnées, de tables de valeurs, de graphiques et d’équations.

Indicateurs de rendement

RF04.01 Reconnaitre les variables indépendante et dépendante dans un contexte donné.
RF04.02 Déterminer si une situation représente une relation linéaire et expliquer pourquoi elle en est une ou non.
RF04.03 Déterminer si un graphique représente une relation linéaire et expliquer pourquoi il en est une ou non.
RF04.04 Déterminer si une table de valeurs ou un ensemble de paires ordonnées représentent une relation linéaire et expliquer pourquoi ils en sont une ou non.
RF04.05 Tracer un graphique à partir d’un ensemble de paires ordonnées tiré d’une situation donnée et déterminer si la relation entre les variables est linéaire.
RF04.06 Déterminer si une équation représente une relation linéaire et expliquer pourquoi elle en est une ou non.
RF04.07 Apparier les représentations correspondantes de relations linéaires.

RF05 On s’attend à ce que les élèves sachent déterminer les caractéristiques des graphiques de relations linéaires, y compris les coordonnées à l’origine, la pente, le domaine et l’image.

Indicateurs de rendement

RF05.01 Déterminer les coordonnées à l’origine du graphique d’une relation linéaire et les représenter sous la forme de valeurs numériques ou de paires ordonnées.
RF05.02 Déterminer la pente du graphique d’une relation linéaire.
RF05.03 Déterminer le domaine et l’image du graphique d’une relation linéaire.

RF05.04 Esquisser le graphique d'une relation linéaire ayant une, deux ou une infinité de coordonnées à l'origine.
RF05.05 Déterminer le graphique correspondant à une pente et à une ordonnée à l'origine données.
RF05.06 Déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine correspondant à un graphique donné.
RF05.07 Résoudre un problème contextualisé comportant les coordonnées à l'origine, la pente, le domaine ou l'image d'une relation linéaire.

RF06 On s'attend à ce que les élèves sachent associer les relations linéaires exprimées sous la forme

- pente-ordonnée à l'origine ($y = mx + b$)
- générale ($Ax + By + C = 0$)
- pente-point [$y - y_1 = m(x - x_1)$]

Indicateurs de rendement

RF06.01 Exprimer une relation linéaire sous différentes formes et en comparer les graphiques.
RF06.02 Réécrire une relation linéaire soit sous la forme pente-ordonnée à l'origine, soit sous la forme générale.
RF06.03 Généraliser et expliquer des stratégies pour tracer le graphique d'une relation linéaire exprimée sous la forme pente-ordonnée à l'origine, la forme générale ou la forme pente-point.
RF06.04 Tracer, avec et sans l'aide de la technologie, le graphique d'une relation linéaire exprimée sous la forme pente-ordonnée à l'origine, sous la forme générale ou sous la forme pente-point et expliquer la stratégie utilisée pour tracer le graphique.
RF06.05 Déterminer, dans un ensemble de relations linéaires, les relations linéaires équivalentes.
RF06.06 Apparier un ensemble de relations linéaires à leurs graphiques.

RF07 On s'attend à ce que les élèves sachent déterminer l'équation d'une relation linéaire à partir d'un graphique, d'un point et d'une pente, de deux points et d'un point et de l'équation d'une droite parallèle ou perpendiculaire pour résoudre des problèmes.

Indicateurs de rendement

RF07.01 Déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine d'une relation linéaire donnée à partir de son graphique et en écrire l'équation sous la forme $y = mx + b$.
RF07.02 Écrire l'équation d'une relation linéaire à partir de sa pente et des coordonnées d'un point appartenant à cette droite et expliquer le raisonnement suivi.
RF07.03 Écrire l'équation d'une relation linéaire à partir des coordonnées de deux points appartenant à cette droite et expliquer le raisonnement suivi.
RF07.04 Écrire l'équation d'une relation linéaire à partir des coordonnées d'un point appartenant à cette droite et de l'équation d'une droite qui y est parallèle ou perpendiculaire et expliquer le raisonnement suivi.
RF07.05 Tracer le graphique de données linéaires découlant d'un contexte donné et écrire l'équation de la droite obtenue.
RF07.06 Déterminer l'équation de la droite de meilleur ajustement correspondant à un diagramme de dispersion (nuage de points) à l'aide d'un outil technologique et déterminer la corrélation.
RF07.07 Résoudre un problème à l'aide de l'équation d'une relation linéaire.

RF08 On s’attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant la détermination de la distance entre deux points et les coordonnées du point milieu d’un segment de droite.

Indicateurs de rendement

RF08.01 Déterminer, à l’aide de diverses stratégies, la distance entre deux points situés dans un plan cartésien.
RF08.02 Déterminer, à l’aide de diverses stratégies, les coordonnées du point milieu d’un segment de droite à partir des extrémités du segment.
RF08.03 Déterminer, à l’aide de diverses stratégies, les coordonnées d’une extrémité d’un segment de droite à partir de l’autre extrémité et du point milieu.
RF08.04 Résoudre des problèmes contextualisés qui font intervenir la distance entre deux points ou le point milieu d’un segment de droite.

RF09 On s’attend à ce que les élèves sachent représenter une fonction linéaire par notation fonctionnelle.

Indicateurs de rendement

RF09.01 Exprimer par notation fonctionnelle l’équation d’une fonction linéaire à deux variables.
RF09.02 Exprimer une équation donnée sous la forme d’une fonction linéaire à deux variables par notation fonctionnelle.
RF09.03 Déterminer la valeur de l’image correspondant à une valeur donnée du domaine d’une fonction linéaire.
RF09.04 Déterminer la valeur du domaine correspondant à une valeur donnée de l’image d’une fonction linéaire.
RF09.05 Esquisser le graphique d’une fonction linéaire exprimée par notation fonctionnelle.

RF10 On s’attend à ce que les élèves sachent résoudre, graphiquement et algébriquement, des problèmes comportant des systèmes d’équations linéaires ayant deux variables.

Indicateurs de rendement

RF10.01 Représenter une situation à l’aide d’un système d’équations linéaires.
RF10.02 Établir le lien entre un système d’équations linéaires et le contexte d’un problème.
RF10.03 Déterminer et vérifier graphiquement la solution d’un système d’équations linéaires, avec et sans l’aide de la technologie.
RF10.04 Expliquer la signification du point d’intersection d’un système d’équations linéaires.
RF10.05 Déterminer et vérifier algébriquement la solution d’un système d’équations linéaires.
RF10.06 Expliquer, à l’aide d’exemples, pourquoi un système d’équations linéaires peut n’avoir aucune solution, en avoir une seule ou avoir un nombre infini de solutions.
RF10.07 Expliquer une stratégie de résolution d’un système d’équations linéaires.
RF10.08 Résoudre un problème comportant un système d’équations linéaires.

MATHÉMATIQUES FINANCIÈRES (MF)

MF01 On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant des prix unitaires et le change de devises à l'aide du raisonnement proportionnel.

Indicateurs de rendement

MF01.01 Comparer le prix unitaire d'au moins deux articles.
MF01.02 Résoudre des problèmes de détermination du meilleur achat et expliquer le choix selon le cout ainsi que selon d'autres facteurs, tels que la qualité et la quantité.
MF01.03 Comparer, à l'aide d'exemples, différentes techniques de promotion des ventes.
MF01.04 Déterminer le pourcentage d'augmentation ou de réduction du prix d'un article à partir du prix initial et du nouveau prix.
MF01.05 Résoudre, à l'aide du raisonnement proportionnel, un problème contextualisé comportant le change de devises.
MF01.06 Expliquer la différence entre le taux de change de devises à l'achat et à la vente.
MF01.07 Expliquer comment et pourquoi il pourrait être important d'estimer en devises canadiennes le cout d'achat d'articles dans un pays étranger.
MF01.08 Faire la conversion d'un montant d'argent donné en dollars canadiens en devise étrangère et inversement, à l'aide de formules, de diagrammes ou de tableaux.

MF02 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris la rémunération, y compris le salaire horaire, le salaire fixe, le travail à forfait, les commissions et le travail à la pièce, pour calculer le revenu brut et le revenu net.

MF02.01 Décrire, à l'aide d'exemples, différents types de rémunération.
MF02.02 Identifier et établir une liste d'emplois associés à différentes méthodes de rémunération (exemple : le salaire horaire, le salaire et les pourboires, le salaire fixe, la commission, le travail à forfait, le boni, les primes de quart).
MF02.03 Déterminer, sous la forme d'un nombre décimal, le nombre total d'heures travaillées à partir d'une feuille de temps en heures et en minutes, y compris le temps majoré de moitié et le temps double.
MF02.04 Déterminer la paie brute à partir du nombre donné ou calculé d'heures travaillées selon
- le salaire horaire de base, avec et sans pourboires
- le salaire horaire de base plus le temps supplémentaire (temps majoré de moitié, temps double)

MF02.05 Déterminer la paie brute calculée d'après
- un salaire de base plus commission
- un taux de commission simple

MF02.06 Expliquer pourquoi la paie brute n'est pas la même que la paie nette.
MF02.07 Déterminer les cotisations du Régime de pensions du Canada (RPC) et d'assurance-emploi (AE) ainsi que les retenues d'impôt sur le revenu pour un salaire brut donné.
MF02.08 Déterminer la paie nette compte tenu de certaines retenues telles que le régime de soins médicaux, l'achat d'un uniforme, les cotisations syndicales, les dons de bienfaisance, l'impôt sur le salaire.
MF02.09 Explorer, à l'aide de la technologie, des questions du genre « Qu'arrive-t-il si … » relativement aux changements du revenu (exemple : Qu'arrive-t-il si le taux de rémunération change?)

MF03 On s'attend à ce que les élèves sachent analyser des budgets personnels.

Indicateurs de rendement

MF03.01 Déterminer les revenus et les dépenses qui devraient faire partie d'un budget personnel.
MF03.02 Expliquer des éléments dont il faut tenir compte lors de l'élaboration d'un budget personnel (exemple : les priorités, les dépenses régulières et les imprévus).
MF03.03 Établir un budget personnel à partir de revenus et de dépenses donnés.
MF03.04 Recueillir les données relatives aux revenus et aux dépenses et établir un budget.
MF03.05 Modifier un budget en vue d'atteindre un ensemble d'objectifs personnels.
MF03.06 Explorer et analyser, avec ou sans l'aide de la technologie, des hypothèses du genre « Qu'arrive-t-il si… » relatives à un budget personnel.

MF04 On s'attend à ce que les élèves sachent effectuer et présenter une recherche sur un sujet d'intérêt financier faisant appel aux mathématiques financières.

Indicateurs de rendement

MF04.01 Recueillir des données primaires ou secondaires (sous forme statistique ou d'information) pertinentes.
MF04.02 Organiser et présenter un projet.
MF04.03 Créer et résoudre un problème contextualisé ayant des liens avec le projet.
MF04.04 Prendre des décisions éclairées et faire des plans par rapport au projet.
MF04.05 Comparer les avantages et les désavantages par rapport au projet.

Processus mathématiques

Dans un programme de mathématiques, les élèves doivent être exposés à certains éléments cruciaux pour pouvoir atteindre les objectifs pédagogiques et être encouragés à poursuivre leur apprentissage des mathématiques le reste de leur vie.

On s'attend à ce que les élèves

- communiquent pour apprendre et exprimer les notions de mathématiques qu'ils apprennent (communication [C])
- établissent des liens entre des idées et des concepts mathématiques, des expériences de la vie de tous les jours et d'autres disciplines (liens [L])
- fassent preuve d'une maitrise du calcul mental et de l'estimation (calcul mental et estimation [CE])
- acquièrent de nouvelles connaissances en mathématiques et les appliquent pour résoudre des problèmes (résolution de problèmes [RP])
- parfassent leur raisonnement mathématique (raisonnement [R])
- choisissent et utilisent divers outils technologiques pour apprendre et pour résoudre des problèmes (technologie [T])
- acquièrent des habiletés en visualisation les aidant à traiter l'information, à établir des liens et à résoudre des problèmes (visualisation [V])

Le programme d'études de la Nouvelle-Écosse incorpore ces sept processus mathématiques interdépendants pour en imprégner l'enseignement et l'apprentissage. Les processus en question sont représentés au moyen d’indicatifs d’une ou de deux lettres, précisés dans l’encadré ci-dessous, qui suivent chacun des résultats spécifiques à l’intérieur des modules.

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

La communication [C]

Les élèves doivent disposer d’occasions de lire et d’écrire de courts textes au sujet de notions mathématiques, ainsi que d’en représenter, d’en voir, d’écrire sur celles-ci, d’en entendre parler et d’en discuter. De telles possibilités favorisent chez eux la création de liens entre la langue et leurs idées, et entre le langage formel et les symboles mathématiques. La communication joue un rôle important dans la clarification, l’approfondissement et la rectification des idées, des connaissances, des attitudes et des croyances relatives aux mathématiques. Il faut encourager les élèves à utiliser diverses formes de communication tout au long de leur apprentissage des mathématiques.

Les élèves doivent également utiliser la terminologie des mathématiques pour communiquer dans le cadre de leur apprentissage. La communication aidera les élèves à établir des liens entre les différents modes de représentation – les modes contextuel, concret, imagé, linguistique/verbal, écrit et symbolique – des concepts mathématiques. Les élèves doivent communiquer quotidiennement au sujet de leur apprentissage en mathématiques. La communication leur permet de réfléchir, de valider et de clarifier leur pensée et elle aide les enseignants à mieux voir comment les élèves interprètent les notions et les idées mathématiques.

Les technologies nouvelles permettent aux élèves de communiquer au-delà de la salle de classe traditionnelle pour recueillir des données et échanger des idées mathématiques.

La résolution de problèmes [RP]

La résolution des problèmes constitue l’un des principaux processus et fondements du champ des mathématiques. L’apprentissage par la résolution de problèmes devrait représenter le point de mire des mathématiques à tous les niveaux. Les élèves acquièrent une compréhension véritable des concepts et des méthodes mathématiques lorsqu’ils résolvent des problèmes dans des contextes significatifs.

Lorsque des élèves font face à des situations nouvelles et répondent à des questions telles que *« Comment feriez-vous...? »* ou *« Comment pourriez-vous...? »*, le processus de résolution de problèmes est enclenché. Les élèves peuvent parfaire leurs stratégies personnelles de résolution des problèmes en demeurant ouverts aux suggestions, en discutant et en essayant différentes stratégies.

Pour qu’une activité soit basée sur la résolution de problèmes, les élèves doivent être incités à trouver une façon d’utiliser leur savoir pour arriver à la solution recherchée. Si on fournit aux élèves des façons de résoudre le problème, il ne s’agit plus d’un problème, mais d’un exercice. Les élèves ne devraient pas immédiatement connaitre la réponse. Un vrai problème oblige les élèves à utiliser leurs connaissances antérieures de façons différentes et dans de nouveaux contextes. La résolution des problèmes nécessite une profonde compréhension des concepts et une mobilisation de l’élève. Celui-ci sera mobilisé si les problèmes évoquent sa vie, sa culture, ses champs d’intérêt, sa famille ou des évènements courants.

La compréhension des concepts et la participation des élèves sont fondamentales pour qu'on puisse modeler la volonté des élèves à persévérer dans les tâches de résolution des problèmes. Les problèmes ne se limitent pas à de simples calculs incorporés dans un contexte et il ne s'agit pas non plus de situations toutes fabriquées. Il s'agit de tâches riches et ouvertes où il peut exister plus d'une façon d'en arriver à une solution ou auxquelles il pourrait exister plusieurs réponses. Les bons problèmes devraient permettre à tous les élèves de la classe de faire preuve de leurs connaissances, habiletés ou compréhension. La résolution des problèmes peut varier d'une activité individuelle à une initiative de classe (ou allant au-delà de la classe).

Deux types distincts d'activités de résolution de problèmes ont cours dans une classe de mathématiques : la résolution de problèmes contextualisés en dehors des mathématiques et la résolution de problèmes de mathématiques. La détermination du profit maximal compte tenu des contraintes de fabrication est un exemple de problème contextualisé, alors que la recherche et l'établissement d'une formule générale pour la résolution d'une équation quadratique est un exemple de problème mathématique.

La résolution de problèmes peut être considérée sous l'angle de la participation des élèves à des stratégies de raisonnement inductif et déductif. Lorsque les élèves analysent le problème, ils émettent des conjectures et recherchent des régularités pouvant être généralisées. Cette partie du processus de résolution des problèmes fait souvent appel à un raisonnement inductif. Lorsque les élèves utilisent certaines approches pour résoudre le problème, ils passent souvent à un raisonnement mathématique de nature déductive. Il est crucial que les élèves soient encouragés à recourir aux deux types de raisonnement et disposent de la possibilité de considérer les approches et les stratégies utilisées par d'autres pour la résolution de problèmes similaires.

La résolution de problèmes est un outil pédagogique puissant qui encourage l'élaboration de multiples solutions créatives et novatrices. L'implantation d'un environnement dans lequel les élèves peuvent librement rechercher des solutions et qui les incite à trouver diverses approches pour résoudre les problèmes renforce leur autonomie dans l'exploration de solutions de rechange et les encourage à prendre des risques intellectuels en les rendant plus confiants en leurs connaissances mathématiques.

L'organigramme ci-dessous pourrait être fourni aux élèves.

<table>
<tr><th colspan="2">Compréhension du problème</th></tr>
<tr><td colspan="2">Lire trois fois le problème.
Quels renseignements avez-vous en main?
Qu’essayez-vous de découvrir?
Avez-vous besoin d’autres renseignements?</td></tr>
<tr><th colspan="2">Choix d’une stratégie pour l’obtention d’une solution</th></tr>
<tr><td>Dessiner un diagramme.
Créer une liste systématique ou un tableau.
Éliminer des possibilités.
Rechercher une régularité.
Résoudre un problème connexe plus facile.
Travailler à rebours.</td><td>Utiliser un modèle.
Effectuer un essai systématique.
Organiser l’information d’autres façons.
Modifier le point de mire du problème.
Formuler une hypothèse.</td></tr>
<tr><th>Fournit une réponse</th><th>Ne fournit pas de réponse</th></tr>
<tr><td>La réponse semble-t-elle raisonnable?

PROBLÈME RÉSOLU</td><td>Choisir une autre stratégie pour obtenir une solution.</td></tr>
</table>

Liens [L]

La mise en contexte et l’établissement de liens avec les expériences des apprenants jouent un rôle important dans le développement de leur compréhension des mathématiques. Lorsque des liens sont créés entre des notions mathématiques ou entre ces notions et des phénomènes concrets, les élèves peuvent commencer à considérer les mathématiques comme un domaine utile, pertinent et intégré. L’apprentissage des mathématiques en contexte et l’établissement de liens pertinents pour les apprenants peuvent valider des expériences antérieures et accroitre la volonté de l’élève de participer et de s’engager activement. Le cerveau recherche et établit sans cesse des liens.

« Comme l’apprenant est constamment à la recherche de liens à de nombreux niveaux, les éducateurs *doivent orchestrer les activités desquelles les apprenants peuvent extraire des notions les aidant à comprendre. Les recherches sur le cerveau ont établi et confirmé que des expériences complexes et concrètes multiples sont essentielles à un apprentissage et à un enseignement efficace*. » (Caine et Caine, 1991, p. 5)

Les mathématiques devraient être considérées comme un ensemble intégré plutôt que comme l’étude de domaines ou de modules distincts. Des liens doivent de plus être établis entre et parmi les différents modes de représentation – les modes contextuel, concret, imagé, linguistique/verbal et symbolique. Le processus d’établissement de liens facilite à son tour l’apprentissage. Les concepts et les habiletés devraient par ailleurs être rattachés à des situations quotidiennes et à d’autres aspects du programme d’études. Par exemple, lorsque les élèves parfont leurs capacités de lecture et d’écriture, ils apprennent à établir des liens entre le texte et le monde, le texte et d’autres textes, et le texte et eux-mêmes. Les élèves peuvent également établir des liens qui rendront les mathématiques concrètes en instituant des rapports entre les mathématiques et le monde, les mathématiques et d’autres aspects des mathématiques, et les mathématiques et eux-mêmes.

Le calcul mental et l’estimation [CE]

Le calcul mental combine plusieurs stratégies cognitives renforçant la souplesse de la réflexion et le sens du nombre. Il consiste à faire des calculs dans son esprit sans avoir recours à un support externe.

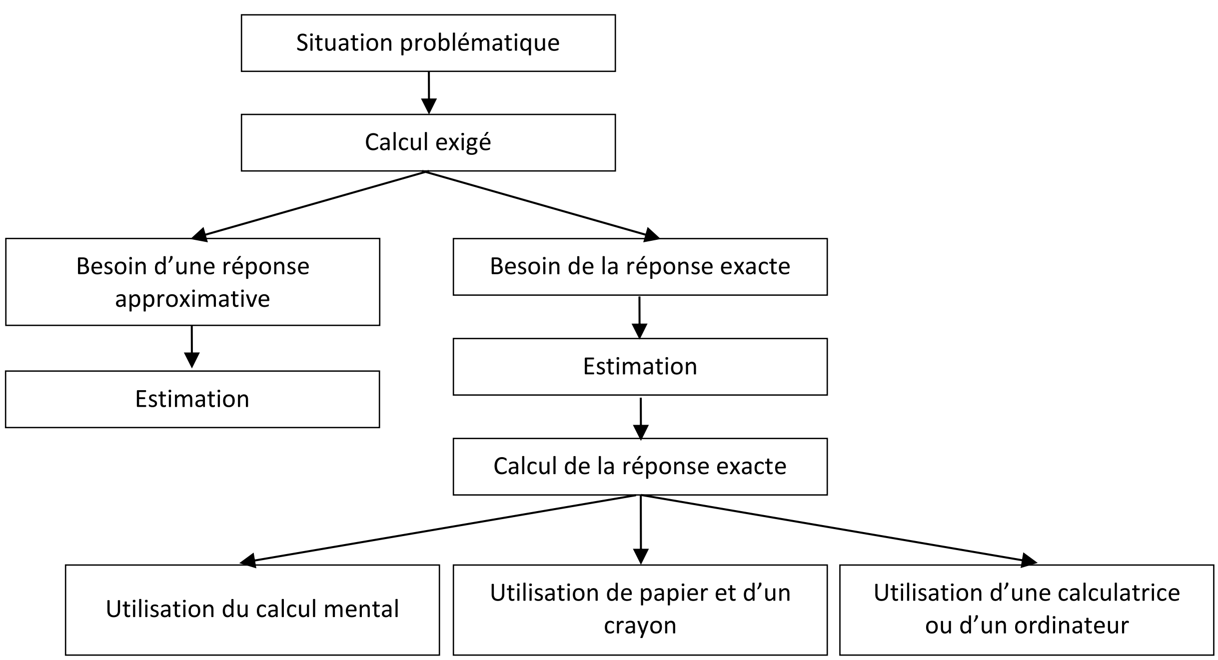
Le calcul mental permet aux élèves de trouver des réponses sans avoir à se servir de papier et d’un crayon. Il les aide à maitriser le calcul en améliorant leur efficacité, leur exactitude et leur souplesse.

« Un aspect encore plus important que l’emploi de méthodes de calcul ou l’utilisation d’une calculatrice est le besoin qu’ont les élèves — aujourd’hui plus que jamais — d’être plus à l’aise dans les estimations et le calcul mental. » (NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS, mai 2005)

Les élèves qui maitrisent le calcul mental « sont libérés de leur dépendance à l’égard de la calculatrice, ils prennent de l’assurance en mathématiques, ils acquièrent plus de souplesse dans la réflexion et ils sont plus en mesure d’utiliser plusieurs approches pour résoudre les problèmes » (RUBENSTEIN, 2001). Le calcul mental « est la pierre angulaire de tous les processus d’estimation, car il offre divers algorithmes et techniques non standards pour l’obtention de réponses » (HOPE, 1988, p. v).

L’estimation est une stratégie qui nous permet de déterminer des valeurs ou des quantités approximatives, généralement en nous appuyant sur des repères ou des points de référence, ou encore de déterminer dans quelle mesure les valeurs calculées sont raisonnables. Il faut que les élèves sachent quelle stratégie utiliser pour faire des estimations, quand l’utiliser et comment. On se sert de l’estimation pour porter des jugements mathématiques et pour acquérir des stratégies utiles et efficaces permettant de gérer les situations de la vie quotidienne.

Les élèves doivent acquérir des aptitudes au calcul mental et à l’estimation en contexte plutôt que de façon isolée afin de pouvoir les mettre en application pour résoudre des problèmes. Chaque fois qu’un problème exige un calcul, l’élève devrait suivre le processus de prise de décision illustré ci-dessous.



Pour être capable de faire des estimations, il faut avoir de bonnes bases en calcul mental. Les deux aptitudes sont nécessaires dans nombre d’activités de la vie quotidienne. Il faut fréquemment fournir aux élèves des possibilités d’exercice de ces aptitudes.

La technologie [T]

La technologie contribue à l’apprentissage d’une gamme étendue de résultats d’apprentissage des mathématiques et elle permet aux élèves d’explorer et de créer des régularités, d’étudier des relations, de vérifier des conjectures et de résoudre des problèmes.

Les calculatrices et les ordinateurs permettent aux élèves

- d’explorer et de représenter des relations et des régularités mathématiques de diverses façons
- d’organiser et de présenter des données
- d’effectuer des extrapolations et des interpolations
- d’effectuer plus facilement les calculs lorsqu’ils résolvent des problèmes
- de se concentrer davantage sur la compréhension des concepts en réduisant le temps consacré aux activités répétitives
- d’approfondir leur apprentissage des concepts de base
- de se doter de leurs propres méthodes d’exécution des opérations mathématiques
- de simuler des situations
- de parfaire leur sens du nombre et leur sens spatial
- d’établir et de vérifier des conjectures inductives

Les outils technologiques contribuent à un environnement d’apprentissage pouvant mener la curiosité grandissante des élèves vers de riches découvertes en mathématiques, à tous les niveaux. L’utilisation des outils technologiques ne devrait pas remplacer la compréhension des mathématiques, mais plutôt représenter un moyen parmi divers outils et approches employés pour assurer cette compréhension.

La visualisation [V]

La visualisation « consiste à évoquer des images et fait appel à la capacité de percevoir, de transformer et de créer différents aspects du monde visuel et spatial » (ARMSTRONG, 1993, p. 10). Le recours à la visualisation dans l’étude des mathématiques procure aux élèves des possibilités de comprendre des concepts mathématiques et d’établir des liens entre eux. Les images visuelles et le raisonnement visuel jouent un rôle important dans l’assimilation du sens du nombre, de l’espace et de la mesure. Une visualisation du nombre a cours lorsque les élèves créent des représentations mentales des nombres. La capacité de créer, d’interpréter et de décrire une représentation visuelle fait partie du sens spatial et du raisonnement spatial. La visualisation et le raisonnement spatiaux permettent aux élèves de décrire les liens entre et parmi des objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions.

La visualisation de la mesure va au-delà de l’acquisition de capacités de mesure particulières. Le sens de la mesure englobe la capacité de déterminer quand il faut mesurer et quand il faut effectuer une estimation, de même que la connaissance de plusieurs stratégies d’estimation. (SHAW et CLIATT, 1989, p. 150)

Les élèves amélioreront leur capacité de visualisation en utilisant des objets concrets, des outils technologiques et diverses représentations visuelles. La visualisation permet à l’élève de comprendre des concepts abstraits. La visualisation est le fondement de l'acquisition de la compréhension de notions abstraites, de la confiance et de la maitrise de telles notions.

Le raisonnement [R]

Le raisonnement mathématique aide les élèves à penser de façon logique et à saisir le sens des mathématiques. Les élèves doivent acquérir de la confiance dans leurs capacités de raisonner et de justifier leur raisonnement. Les questions qui incitent les élèves à penser, à analyser une situation et à réaliser une synthèse les aident à améliorer leur compréhension des mathématiques. Tous les élèves doivent être invités à répondre à des questions comme « Pourquoi pensez-vous que c'est vrai/juste? » ou « Qu'arriverait-il si... »

Les activités de mathématiques fournissent aux élèves des occasions propices de recourir au raisonnement inductif et déductif. Les élèves ont recours au raisonnement inductif pour explorer et noter des résultats, analyser leurs observations, établir des généralisations à partir de régularités et vérifier ces généralisations. Les élèves ont recours au raisonnement déductif pour dégager de nouvelles conclusions en s'appuyant sur ce qui est déjà connu ou censé être vrai.

Le raisonnement mathématique fait appel à la réflexion informelle, aux conjectures et à la validation. De tels processus aident les élèves à saisir la dimension logique des mathématiques. Les élèves sont encouragés à justifier de diverses façons leurs solutions, leurs processus de réflexion et leurs hypothèses. De fait, un bon raisonnement est tout aussi important que la découverte des réponses correctes. Les capacités de réflexion acquises par la concentration sur le raisonnement peuvent servir dans la vie de tous les jours au sein de divers contextes et disciplines.

Nature des mathématiques

Les mathématiques font partie des outils qui contribuent à la compréhension, à l'interprétation et à la description de notre monde. La définition de la nature des mathématiques comporte plusieurs composantes incorporées partout à l'intérieur du présent document. Ces composantes incluent le changement, la constance, le sens du nombre, les régularités, les relations, le sens spatial et l'incertitude.

Le changement

Il est important que les élèves se rendent compte que les mathématiques sont en évolution constante et ne sont pas statiques. Il faut en conséquence reconnaitre le changement comme un élément clé de la compréhension et de l'apprentissage des mathématiques. En mathématiques, les élèves sont exposés à des conditions qui changent et ils devront rechercher des explications à ces changements. Pour faire des prédictions, les élèves doivent décrire et chiffrer leurs observations, dégager des régularités, et décrire les quantités qui restent invariables et celles qui varient. Par exemple, la suite 4, 6, 8, 10,12, … peut être décrite de différentes façons, comme

- le comptage par sauts de 2, à partir de 4
- une suite arithmétique, dans laquelle 4 est le premier terme, comportant une différence commune de 2
- une fonction linéaire ayant un domaine discret

(STEEN, 1990, p. 184)

Les élèves doivent apprendre que les nouveaux concepts des mathématiques et les changements apportés aux concepts précédemment assimilés découlent de la nécessité de la description et de la compréhension d'une réalité nouvelle. Les nombres entiers, les nombres décimaux, les fractions, les nombres irrationnels et les nombres complexes émergent lorsque les élèves s'engagent dans l'exploration de situations nouvelles ne pouvant être décrites ni être analysées efficacement au moyen de nombres entiers positifs.

La meilleure façon pour les élèves de comprendre les changements aux concepts mathématiques est de les découvrir dans le cadre du jeu mathématique.

La constance

Les termes **stabilité, conservation, équilibre, état stable et symétrie** décrivent différents aspects de la constance (AAAS–Benchmarks, 1993, p. 270). De nombreuses propriétés importantes en mathématiques et en sciences représentent des priorités qui ne changent pas lorsque les conditions extérieures changent. Les situations qui suivent constituent des exemples de constance

- L'aire d'une région rectangulaire est identique, peu importe les méthodes utilisées pour déterminer la solution.
- La somme des angles intérieurs de n'importe quel triangle est de 180^o.
- La probabilité théorique qu'une pièce de monnaie lancée tombe sur le côté face est de 0,5.
- Droites ayant une pente constante.

Le sens du nombre

Le sens du nombre, dont certains pourraient dire qu'il s'agit d'une simple intuition au sujet des nombres, constitue le fondement de la numératie (ministère de l'Éducation de la Colombie-Britannique, 2000, p. 146). Il est fondamental que l'élève approfondisse le sens du nombre pour parfaire sa compréhension des mathématiques.

Un sens véritable du nombre va bien au-delà de l'habileté de savoir compter, de mémoriser des faits et d'appliquer mémoire des algorithmes à des situations. Les élèves possédant un solide sens du nombre peuvent juger du caractère raisonnable d'une solution, décrire les rapports entre différents types de nombres, comparer des quantités et travailler à l'aide de différents modes de représentation du même nombre pour approfondir leur compréhension conceptuelle des mathématiques.

L'élève approfondit le sens du nombre en établissant des liens entre les nombres et son propre vécu ainsi qu'en ayant recours à des repères et à des référents. La démarche munit l'élève d'une maitrise du calcul, d'une souplesse avec les nombres et d'une intuition par rapport aux nombres. L'évolution du sens du nombre est généralement un dérivé de l'apprentissage plutôt que le résultat d'un enseignement direct. L'élève peut toutefois acquérir le sens du nombre en réalisant des tâches mathématiques significatives où il lui est possible d'établir des liens.

Les relations

On a recours aux mathématiques pour décrire et expliquer des relations. La recherche par les élèves de relations parmi des nombres, des ensembles, des figures, des objets, des variables et des concepts fait partie de l'étude des mathématiques. La recherche des relations possibles nécessite la collecte et l’analyse de données, l’analyse des régularités et la description des relations possibles de façon visuelle, symbolique, orale ou écrite.

Les régularités

Les mathématiques traitent de la reconnaissance, de la description et de la manipulation de régularités numériques et non numériques. Les régularités se manifestent dans tous les domaines. C’est en travaillant avec des régularités que les élèves peuvent établir de solides liens entre divers concepts au sein d’un même sujet ou de sujets différents.

Le travail avec les régularités permet également aux élèves d’établir des liens au-delà des mathématiques. La capacité d’analyse des régularités aide les élèves à comprendre leur environnement. Les régularités peuvent être représentées de façon concrète, visuelle, auditive ou symbolique. Les élèves devraient acquérir une facilité de passer d’un mode de représentation à un autre.

Les élèves doivent apprendre à reconnaitre, prolonger, créer et utiliser des régularités mathématiques. Une telle compréhension permet aux élèves de faire des prédictions et de justifier leur raisonnement dans la résolution des problèmes. C’est en apprenant à travailler avec les régularités que les élèves développent leur pensée algébrique, une aptitude fondamentale dans le travail avec des concepts mathématiques plus abstraits.

Le sens spatial

Le sens spatial découle de la représentation et de la manipulation d’objets à trois dimensions et de figures à deux dimensions. Il permet aux élèves d’analyser et d’interpréter les représentations à deux et à trois dimensions.

Les élèves acquièrent le sens spatial par le truchement de diverses activités au moyen de modèles visuels et concrets. Il leur procure une façon de réfléchir sur l’environnement physique et ses représentations à deux ou à trois dimensions, et d’en dégager des interprétations.

Certains problèmes exigent l’établissement de liens entre des nombres et unités pertinentes (unités de mesure) et les dimensions d’objets. Le sens spatial permet aux élèves de prédire les effets qu’aura la modification de ces dimensions.

Le sens spatial est aussi crucial pour l’assimilation par les élèves du lien existant entre les équations et les graphiques des fonctions, ainsi que, ultimement, pour leur compréhension de la façon dont les équations et les graphiques peuvent servir à la représentation de situations matérielles.

L’incertitude

En mathématiques, les interprétations de données et les prédictions basées sur des données peuvent manquer de certitude. Certains évènements et expériences génèrent des ensembles de données statistiques qui peuvent servir à la formulation de prédictions. Il est important de reconnaitre que les prédictions (interpolations et extrapolations) basées sur des régularités comportent nécessairement un certain degré d’incertitude. La qualité d’une interprétation est directement liée à la qualité des données. Les élèves qui ont conscience de l’incertitude peuvent interpréter des données et en évaluer la fiabilité. La chance renvoie à la prévisibilité d’un résultat donné. Au fur et à mesure que les élèves parfont leur compréhension de la probabilité, le langage mathématique gagne en spécificité et permet de décrire le degré d'incertitude de façon plus précise. Il faut utiliser ce langage de façon efficace et correcte pour transmettre des messages utiles.

Structure du guide du programme d'études

Le présent guide présente le programme d'études de mathématiques sous une forme permettant à l'enseignant de facilement voir la portée des résultats que les élèves sont censés atteindre pendant l'année. Nous encourageons cependant les enseignants à examiner ce qui vient avant et après le programme pour mieux comprendre la place qu'occupe l'apprentissage des élèves à un niveau particulier dans le contexte élargi de l'acquisition des concepts et des habiletés.

L'ordre de présentation dans le document ne suppose et ne prescrit aucun ordre de présentation particulier en classe. Il présente simplement les résultats d'apprentissage spécifiques rattachés aux résultats d'apprentissage généraux (RAG) du programme.

Lors de la présentation d'un résultat d'apprentissage spécifique, le résultat cité est suivi des processus mathématiques et des indicateurs de rendement s'y rapportant. Un tableau fait ensuite état de la portée et de l'ordre des résultats d'apprentissage en établissant des liens avec les RAS du niveau précédent et du niveau suivant. Chaque RAS est étayé de renseignements fournissant un contexte, faisant part de stratégies d'évaluation, suggérant des stratégies d'enseignement ainsi que des modèles et des objets à manipuler, fournissant le langage mathématique pertinent et faisant mention de ressources et notes. Dans chaque section, les questions pour guider la réflexion devraient faciliter la préparation du module et de la leçon.

RAS

Processus mathématiques
[C] Communication **[RP]** Résolution de problèmes **[L]** Liens
[CE] Calcul mental et estimation **[T]** Technologie
[V] Visualisation **[R]** Raisonnement

Indicateurs de rendement

Décrit des indicateurs observables précisant si les élèves ont atteint le résultat spécifique.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

RAS du cours précédent ou niveau inférieur	RAS du niveau actuel	RAS du cours suivant ou niveau supérieur

Contexte

Décrit les « grandes idées » à apprendre et leurs liens avec le travail au niveau précédent et dans les cours subséquents.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

Questions pour guider la réflexion
- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d'évaluation avec mes stratégies d'enseignement?

ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

On peut utiliser des tâches comme les suivantes pour déterminer les acquis antérieurs des élèves.

TÂCHES D'ÉVALUATION AVEC L'ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPES/INDIVIDUELLES

Quelques suggestions d'activités et de questions spécifiques pouvant servir pour l'enseignement et l'évaluation.

SUIVI DE L'ÉVALUATION

Questions pour guider la réflexion
- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l'enseignement à l'échelle de la classe et auprès de chaque élève?

Planification de l'enseignement

Questions pour guider la réflexion
- Est-ce que la leçon s'inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et possibilités d'apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l'obtention des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?
- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d'apprentissage des élèves?

TÂCHES D'APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Suggestions d'approches générales et de stratégies recommandées pour l'enseignement du résultat en question.

Question pour guider la réflexion
- Comment peut-on utiliser la portée et l'ordre des résultats pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d'entamer l'enseignement de notions nouvelles?

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'OBJETS À MANIPULER

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Ressources/notes

Contextes d’apprentissage et d’enseignement

Croyances au sujet des élèves et de l’apprentissage des mathématiques

« Les élèves doivent apprendre les mathématiques en s’attardant sur la compréhension, se munissant activement de connaissances nouvelles reposant sur leur expérience et leurs acquis antérieurs. » (NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS, 2000, p. 20)

- Le programme d’études de mathématiques de la Nouvelle-Écosse se fonde sur plusieurs hypothèses ou croyances clés concernant l’apprentissage des mathématiques ayant découlé de travaux de recherche et de la pratique de l’enseignement, notamment :
- L’apprentissage des mathématiques est un processus actif et constructif.
- L’apprentissage est le plus efficace quand on définit clairement les attentes et qu’on prévoit un processus continu d’évaluation et de rétroaction.
- Les apprenants sont des individus qui ont un bagage imposant de connaissances et d’expériences antérieures et qui effectuent leur apprentissage selon des styles et à des rythmes divers.

Les élèves sont des apprenants curieux et actifs qui ont chacun leurs propres champs d’intérêt, aptitudes et besoins. À leur arrivée en classe, ils ont un bagage varié de connaissances, de vécu et d’antécédents. Pour assurer une maitrise de la numératie, il est essentiel d’établir des liens avec ces expériences et ces antécédents.

Les élèves parfont leur compréhension des mathématiques en dégageant un sens des diverses activités d’apprentissage qu’ils accomplissent. La meilleure façon pour les apprenants d’attribuer un sens à leur apprentissage est de participer à des activités mathématiques passant des notions simples aux notions complexes et des notions concrètes aux notions abstraites. L’utilisation d’objets à manipuler, d’articles visuels et de diverses approches pédagogiques permet de répondre à la diversité des styles d’apprentissage et des stades de développement des élèves. Les élèves bénéficient, à tous les niveaux de compréhension du travail avec divers objets, outils et contextes lorsqu’ils dégagent un sens de nouveaux concepts mathématiques. Les discussions sérieuses avec les élèves établissent également des liens essentiels entre les modes de représentation concrets, imagés et symboliques des mathématiques. L’environnement d’apprentissage devrait valoriser, respecter et aborder les expériences et façons de penser de tous les élèves de manière que les élèves se sentent à l’aise pour prendre des risques intellectuels, poser des questions et formuler des conjectures. Les élèves doivent explorer les mathématiques en résolvant des problèmes pour continuer à parfaire leurs stratégies personnelles et pour maitriser les mathématiques. Il est important qu’ils comprennent qu’il est acceptable de résoudre les problèmes de manières différentes et que les solutions peuvent varier selon la façon dont le problème est interprété.

Buts de l’enseignement des mathématiques

Les principaux buts de l’enseignement de mathématiques sont de préparer les élèves
- à utiliser les mathématiques avec assurance pour résoudre des problèmes
- à communiquer et à raisonner au moyen des mathématiques
- à apprécier les mathématiques et à en reconnaitre la valeur

- à établir des liens entre les mathématiques et leurs applications
- à devenir des adultes compétents en mathématiques, qui utilisent les mathématiques dans leur contribution à la société
- à s’engager dans un apprentissage permanent

Les élèves qui parviendront à ces buts
- comprendront et sauront apprécier la contribution des mathématiques en tant que science, philosophie et forme d’art
- manifesteront une attitude positive vis-à-vis des mathématiques
- se livreront à des tâches et à des projets mathématiques, en faisant preuve de persévérance
- fourniront leur contribution aux discussions mathématiques
- sauront prendre des risques dans l’exécution de tâches mathématiques
- feront preuve de curiosité vis-à-vis des mathématiques et des situations faisant intervenir les mathématiques

Les enseignants sont encouragés, pour aider les élèves à atteindre de tels buts, à instaurer en classe une atmosphère favorisant la compréhension conceptuelle. Il faut encourager les élèves
- à prendre des risques
- à penser et à réfléchir de façon autonome
- à communiquer et à faire part de leur compréhension des notions mathématiques
- à résoudre des problèmes dans le cadre de projets individuels et collectifs
- à continuer à parfaire leur compréhension des mathématiques
- à apprécier la valeur des mathématiques tout au long de l’histoire

Possibilités de succès à saisir

Une attitude positive a un profond impact sur l’apprentissage. Les environnements qui instillent un sentiment d’appartenance, qui encouragent les élèves à prendre des risques et qui leur offrent des possibilités de succès les aident à adopter et à maintenir une attitude positive et à prendre de l’assurance. Les élèves qui ont une attitude positive vis-à-vis des mathématiques seront généralement plus motivés, mieux préparés à apprendre, plus disposés à participer aux activités en classe, plus aptes à persévérer dans les situations difficiles et capables de se livrer à une réflexion.

Il est indispensable au succès des élèves qu’on leur apprenne à se fixer des buts réalisables ou à évaluer leurs progrès dans la réalisation de ces buts. Les efforts déployés pour réussir et devenir des apprenants autonomes et responsables sont des processus continus et axés sur la réflexion qui obligent les élèves à se fixer des buts personnels et à réexaminer ces buts.

Motivation de tous les apprenants

« Quelle que soit la façon dont la motivation est définie ou la dimension considérée, les recherches confirment le truisme qui suit dans le domaine de l’éducation : *Plus on est motivé, plus on apprend.* » (HUME, 2011, p. 6)

La motivation des élèves se situe au cœur même de l’apprentissage. Il est crucial que les enseignants en tiennent compte lorsqu’ils préparent et assurent leur enseignement. Pour que l’enseignement soit efficace, il faut qu’il motive tous les apprenants, qu’il les accepte dans toute leur diversité et qu’il les soutienne tous au moyen de tout un éventail d’activités d’apprentissage. Le présent programme d'études est conçu de façon à offrir des possibilités d'apprentissage axées sur des pratiques d'enseignement et d'évaluation tenant compte des différences culturelles, équitables, accessibles et intégrant les multiples facettes de la diversité présente dans les salles de classe aujourd'hui.

Les élèves sont motivés à apprendre quand on leur offre des possibilités de s'investir davantage dans leur apprentissage. Lorsque l'enseignant connait bien chacun de ses élèves en tant qu'apprenant et qu'individu, ceux-ci sont plus enclins à être motivés à apprendre, à participer aux activités en classe, à persévérer dans les situations difficiles et à se livrer à une réflexion. Les élèves deviennent souvent plus motivés quand l'enseignant montre qu'il croit sincèrement dans le potentiel d'apprendre de chaque élève.

DES MILIEUX D'APPRENTISSAGE DANS LESQUELS LES ÉLÈVES SE SENTENT SOUTENUS

Un milieu d'apprentissage positif et favorable a une profonde incidence sur l'apprentissage. Lorsque les élèves éprouvent un sentiment d'appartenance, qu'on les encourage à participer activement, qu'on leur propose des défis ne débouchant pas sur la frustration et qu'ils se sentent en sécurité et soutenus pour prendre des risques dans leur apprentissage, ils ont de meilleures chances de succès. On sait que les élèves ne progresseront pas tous au même rythme et qu'ils ne se situent pas tous au même niveau pour ce qui est de leurs connaissances et habiletés antérieures vis-à-vis de concepts ou de résultats d'apprentissage particuliers. L'enseignant offre à l'ensemble des élèves un accès équitable à l'apprentissage, en incorporant diverses méthodes d'enseignement et activités d'évaluation qui tiennent compte de l'ensemble des élèves et sont conformes aux principes fondamentaux suivants :

- L'enseignement doit être souple et doit offrir plusieurs modes de représentation.
- Les élèves doivent pouvoir exprimer leur savoir et leur compréhension de multiples manières.
- L'enseignant doit offrir aux élèves des occasions de s'investir dans leur apprentissage de multiples manières.

Lorsque l'enseignant connait bien ses élèves, il prend conscience de leurs différences individuelles sur le plan de l'apprentissage et incorpore cette constatation dans la planification de son enseignement et dans ses décisions en matière d'évaluation. Il organise des activités d'apprentissage qui tiennent compte des maintes façons dont les élèves apprennent, dégagent un sens de leur apprentissage et font preuve de leur savoir et de leur compréhension. L'enseignant utilise diverses méthodes pédagogiques, s'efforçant par exemple

- d'offrir à tous les élèves un accès équitable aux stratégies, aux ressources et aux outils technologiques d'apprentissage appropriés
- d'offrir aux élèves diverses manières d'accéder à leur savoir antérieur pour le mettre en rapport avec les nouveaux concepts
- d'agencer l'enseignement et les travaux confiés de façon à ce que les élèves, qu'ils travaillent en groupes ou individuellement, disposent de l'appui nécessaire tout au long du processus d'apprentissage
- d'exprimer sa pensée en donnant l'exemple aux élèves de stratégies de compréhension et d'apprentissage de nouveaux concepts
- de ménager un équilibre entre les activités d'apprentissage individuelles, en petits groupes et avec l'ensemble de la classe
- de faire participer les élèves à la définition des critères d'appréciation du rendement et d'évaluation
- de fournir aux élèves des choix de façons de montrer leur compréhension, en fonction de leur style et de leurs préférences sur le plan de l'apprentissage, pour qu'ils s'appuient sur leurs forces individuelles, proposant notamment divers niveaux de difficulté

- de fournir fréquemment une rétroaction pertinente aux élèves tout au long de leurs activités d'apprentissage

STYLES ET PRÉFÉRENCES SUR LE PLAN DE L'APPRENTISSAGE

Les façons dont les élèves dégagent un sens de l'information, reçoivent celle-ci et la traitent, dont ils font preuve de leur apprentissage et dont ils interagissent avec leurs pairs et leur environnement révèlent et façonnent à la fois leurs préférences sur le plan d'apprentissage, qui pourraient largement varier d'un étudiant à l'autre. Les préférences en matière d'apprentissage sont également influencées par le contexte d'apprentissage et son objet ainsi que par le type et la forme d'information présentée ou demandée. La majorité des élèves ont tendance à favoriser un style d'apprentissage donné et pourraient mieux réussir si l'enseignement était conçu pour s'adapter à plusieurs styles d'apprentissage et créer ainsi plus de possibilités d'accès à l'apprentissage pour tous les élèves. Les trois styles d'apprentissage les plus souvent évoqués sont

- le style auditif (écouter des leçons présentées par l'enseignant ou discuter avec ses compagnons de classe)
- le style kinesthésique (manipuler des objets ou prendre des notes sous une forme écrite ou graphique/visuelle)
- le style visuel (interpréter l'information accompagnée de texte et d'éléments graphiques ou regarder des vidéos)

On peut s'attendre à ce que les élèves emploient tous les modes d'apprentissage dans leur travail, mais on sait également que chacun des élèves aura tendance à trouver un ou plusieurs de ces modes plus naturels que les autres.

ÉGALITÉ ENTRE FILLES ET GARÇONS

Il est important que le programme d'études respecte le vécu et les valeurs de tous les élèves et que les ressources pédagogiques et les méthodes d'enseignement ne comportent aucun préjugé à l'encontre des filles ou des garçons. L'enseignant favorise l'égalité entre les filles et les garçons en classe en prenant soin

- de définir des attentes de niveau élevé pour tous les élèves
- d'offrir à tous les élèves des possibilités égales d'émettre des commentaires et de répondre
- de donner lui-même l'exemple en utilisant un langage exempt de sexisme et respectueux quand il écoute les élèves et interagit avec eux

VALORISATION DE LA DIVERSITÉ : PRISE EN COMPTE DES DIFFÉRENCES CULTURELLES DANS L'ENSEIGNEMENT

L'enseignant comprend que les élèves ont tous un vécu et un bagage culturel différents et que chaque élève appuie son apprentissage sur des connaissances antérieures différentes. L'enseignant s'appuie donc sur ce qu'il sait de ses élèves en tant qu'individus et il en tient compte en adoptant diverses stratégies d'enseignement et d'évaluation qui prennent en considération les différences culturelles. « L'enseignement qui s'inscrit dans des contextes pertinents sur le plan social et les tâches qui sont pertinentes et significatives pour les élèves dans leur vie les inciteront à résoudre des problèmes et à réaliser des exercices de raisonnement de niveau poussé, tout en renforçant leur motivation (FRANKENSTEIN, 1995; GUTSTEIN, 2003; LADSON-BILLINGS, 1997; TATE, 1995). » (HERZIG, 2005)

Élèves ayant des difficultés sur le plan de la communication, du langage et de l’apprentissage

Les salles de classe d’aujourd’hui comprennent des élèves ayant divers antécédents, aptitudes, niveaux de développement et difficultés sur le plan de l’apprentissage. L’observation et l’interaction avec les élèves pendant qu’ils réalisent les exercices qu’on leur a confiés permettent aux enseignants de repérer les aspects par rapport auxquels les élèves pourraient avoir besoin d’un soutien supplémentaire pour atteindre leurs objectifs d’apprentissage. Les enseignants peuvent alors intervenir au moyen de tout un éventail de stratégies d’enseignement efficaces. Les élèves dont le français représente une langue seconde pourraient avoir besoin de résultats d’apprentissage de niveaux différents ou de résultats personnalisés temporaires, en particulier dans les matières liées au langage, en attendant qu’ils maitrisent davantage leur connaissance du français. Dans le cas des élèves qui éprouvent des difficultés, il est important que les enseignants établissent une distinction entre les élèves pour lesquels le contenu du programme d’études est difficile et ceux pour lesquels des problèmes de langue sont à la base de difficultés scolaires apparentes.

Élèves doués et talentueux

Certains élèves sont doués sur le plan scolaire et ont des talents par rapport à des aptitudes spécifiques ou dans des matières particulières. La plupart des élèves doués et talentueux s’épanouissent quand on leur propose un apprentissage centré sur des problèmes et axé sur la recherche, étayé d’activités ouvertes. L’enseignant peut motiver les élèves doués et talentueux en rajustant l’ampleur, la profondeur ou le rythme de l’enseignement. Il peut enrichir les activités d’apprentissage en leur offrant plus de choix d’exercices et en leur proposant tout un éventail de ressources exigeant un travail cognitif plus poussé et une réflexion d’ordre supérieur présentant différents niveaux de complexité et d’abstraction. Pour de plus amples renseignements, consulter le document *L’éducation des élèves doués et le développement des talents* (ministère de l’Éducation de la Nouvelle-Écosse, 2010).

Liens entre les différentes matières du programme d’études

L’enseignant doit profiter des diverses possibilités qui se présentent pour établir des liens entre les mathématiques et les autres matières. Une telle intégration permet non seulement de montrer aux élèves l’utilité des mathématiques dans la vie quotidienne, mais elle approfondit en plus leur compréhension des concepts mathématiques et leur offre des occasions de mettre en pratique leurs aptitudes mathématiques. De nombreuses possibilités d’intégration des mathématiques s’offrent au sein des programmes d’éducation pour une carrière, de littératie, de musique, d’éducation physique, de sciences, de sciences humaines, d’éducation technologique et d’arts visuels.

La mesure
50 à 55 heures

RAG : On s’attend à ce que les élèves acquièrent le sens spatial et le raisonnement proportionnel

Résultats d'apprentissage spécifiques

Processus mathématiques

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

M01 On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant la mesure linéaire à l'aide d'unités de mesure des systèmes international (SI) et impérial, de stratégies d'estimation et de stratégies de mesure. [CE, RP, V]

M02 On s'attend à ce que les élèves sachent appliquer le raisonnement proportionnel pour résoudre des problèmes comportant des conversions entre des unités de mesure SI et impériales. [C, CE, RP]

M03 On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant l'aire totale et le volume exprimés en unités de mesure SI et impériales d'objets à trois dimensions, y compris des cônes droits, des cylindres droits, des prismes droits, des pyramides droites et des sphères. [L, RP, R, V]

M04 On s'attend à ce que les élèves sachent développer et appliquer les rapports trigonométriques de base (sinus, cosinus, tangente) pour résoudre des problèmes comportant des triangles rectangles. [C, L, RP, R, T, V]

RAS M01 On s’attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant la mesure linéaire à l’aide d’unités de mesure des systèmes international (SI) et impérial, de stratégies d’estimation et de stratégies de mesure. [CE, RP, V]			
[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CE]** Calcul mental et estimation

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d’indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d’apprentissage spécifique correspondant.

M01.01 Fournir des référents pour des mesures linéaires, y compris le millimètre, le centimètre, le mètre, le kilomètre, le pouce, le pied, la verge, et le mille, et en expliquer le choix.
M01.02 Comparer, à l’aide de référents, des unités de mesure SI et impériales.
M01.03 Estimer une mesure linéaire à l’aide d’un référent et expliquer la démarche suivie.
M01.04 Justifier le choix des unités choisies dans la détermination d’une mesure dans un contexte de résolution de problèmes.
M01.05 Résoudre des problèmes comportant la mesure linéaire à l’aide d’instruments tels que des règles, des pieds à coulisse ou des rubans à mesurer.
M01.06 Décrire et expliquer une stratégie personnelle utilisée pour effectuer une mesure linéaire (exemple : la circonférence d’une bouteille, la longueur d’un arc et le périmètre de la base d’un objet à trois dimensions de forme irrégulière).

Portée et ordre des résultats d’apprentissage

Mathématiques 9	Mathématiques 10	Mathématiques 11
—	**M01** On s’attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant la mesure linéaire à l’aide d’unités de mesure des systèmes international (SI) et impérial, de stratégies d’estimation et de stratégies de mesure.	—

Contexte

Les élèves connaissent déjà le système métrique (Système international d’unités ou SI) comme système standard de mesure. On a présenté aux élèves les unités de base du SI en Mathématiques 3 et ils ont élargi leurs connaissances depuis lors à d’autres unités ainsi qu’à certaines conversions au sein du système international. Les élèves devraient pouvoir nommer les unités du SI couramment utilisées, comme les centimètres, les mètres, les millilitres, les litres, les grammes et les kilogrammes.

Un référent est un objet qui peut faciliter l’estimation d’une mesure. Les élèves possèdent depuis la première fois qu’on leur a présenté les unités métriques une certaine expérience des rapports entre des unités de mesure non standards et des unités standards. Ils ont utilisé des référents pour estimer la longueur d'un objet en centimètres, en mètres et en millimètres.

Même si les élèves ont utilisé le système métrique au cours des années précédentes, il s'agira de la première occasion où ils étudient le système impérial. Les élèves pourraient connaitre des unités de mesure du système impérial, comme celles utilisées pour mesurer la distance (milles), la grandeur (pieds et pouces), la masse (livres) et la capacité (gallons). Dans le cas du présent résultat, les élèves ont seulement besoin de travailler avec les mesures de longueur.

Le *Système international d'unités*, selon son nom officiel, connu sous l'abréviation SI, est basé sur le système métrique. C'est le principal système de mesure employé à l'échelle mondiale ainsi que dans le domaine scientifique. Ce système est pratique et logique. L'unité de base de longueur à l'intérieur du SI est le mètre. Les autres unités de mesure linéaires du SI, inférieures et supérieures au mètre, utilisent des préfixes précisant leur correspondance aux puissances de 10 (un kilomètre = 10^3 mètres; un millimètre = 10^{-3} mètres).

Le système impérial est un ensemble d'unités établi en différentes époques pour répondre à différents besoins. C'est ce qui explique pourquoi le système impérial n'est pas un système décimal comme le SI. Comme les mesures impériales sont basées sur des dimensions traditionnelles plutôt que sur un système décimal, les mesures impériales sont parfois exprimées sous une forme fractionnaire. Les pouces sur un ruban à mesurer sont par exemple divisés en demi-pouces ($\frac{1}{2}$), en seizièmes de pouce ($\frac{1}{16}$), etc.

Les élèves devraient reconnaitre la terminologie et les abréviations associées aux mesures impériales de longueur : pied (pi), pouce (po), verge (vg) et mille (mi).

Les élèves convertiront diverses unités du SI. Ils ont déjà utilisé et continueront à utiliser les conversions en sciences.

Le système impérial est par ailleurs communément utilisé dans d'autres contextes. Par exemple, dans l'industrie de la construction, on mesure la longueur en pouces (2 po × 4 po). Dans les sports, comme le football et le golf, on mesure la distance en verges et les marathons sont parfois mesurés en milles.

Dans certains cas, par ailleurs, les deux systèmes sont employés. Les clés, par exemple, existent en dimensions impériales et métriques. Les motoneiges construites aux États-Unis nécessitent des clés impériales, tandis qu'on utilise des clés métriques pour les motoneiges construites ailleurs.

Les renseignements qui suivent sont fournis en guise d'appui à la présentation du système impérial et à l'examen du SI dans un contexte historique. (Les élèves ne devraient pas faire l'objet d'une évaluation de leurs connaissances des renseignements historiques en question.)

CONTEXTE HISTORIQUE

Le système métrique a officiellement été créé par la France au cours des années 1700. Le système est basé sur la mesure linéaire d'un mètre. Il devait à l'origine correspondre à un dix-millionième de la distance de l'équateur de la terre au pôle nord (au niveau de la mer), mais sa définition a périodiquement été raffinée en fonction des connaissances plus poussées acquises dans le domaine de la métrologie. Depuis 1983, on le définit en tant que « longueur du parcours de la lumière dans le vide durant un intervalle de temps de 1/299 792 458 seconde ».

Au Canada, le gouvernement canadien a adopté en 1970, à la lumière des progrès rapides de la technologie et de l'expansion du commerce à l'échelle de la planète, une politique d'implantation d'un système de mesure unique et cohérent basé sur le Système international d'unités (SI), la plus récente version du système métrique.

Même si les dimensions à l'intérieur du système métrique découlent de principes scientifiques, les unités de mesure anglaises (de même que les unités de mesure américaines et impériales subséquentes) sont basées sur la nature et les activités de tous les jours. Une *lieue*, par exemple, est basée sur la distance qu'on peut marcher en une heure. Les marins plongeaient jadis un câble lesté dans l'eau, laissant descendre celui-ci par sections (qu'ils mesuraient en étirant le câble entre leurs bras étendus) jusqu'à ce que le poids au bout du câble touche le fond marin. Cette pratique a abouti à l'utilisation de la *brasse* pour définir la distance de l'extrémité des doigts d'une main à l'extrémité des doigts de l'autre, lorsque les mains sont étendues tout à fait droites vers les côtés. Un *grain* (unité utilisée pour mesurer de petites quantités de métaux précieux) est la masse d'un grain de blé ou d'un grain d'orge.

De telles unités de mesure naturelles convenaient bien à une société agricole simple. Cependant, au fur et à mesure que les échanges et le commerce ont pris de l'ampleur, il est devenu nécessaire de se doter de mesures plus cohérentes (après tout, les grains de blé n'ont pas tous la même masse et les marins n'ont pas tous des bras de la même longueur). On a en conséquence produit des étalons de masse et de longueurs en métal représentant des unités de mesure exactes. Les représentations en métal ont ensuite servi à la fabrication de balances et l'établissement d'unités de mesure officielles nous assurant que les échanges commerciaux étaient basés sur des quantités standards. Dans le cas des unités de mesure de dimensions importantes comme un mille, étant donné qu'il n'était pas pratique de construire l'équivalent d'un mille, on a redéfini ce type d'unités de mesure en multiples d'unités plus modestes. C'est pourquoi on a changé le mille en 1595 sous le règne de la reine Elizabeth I en passant de la norme romaine de 5 000 pieds à 5 280 pieds (qui correspond à huit *sillons*. Un sillon équivaut à 10 *chaînées*. Chaque chaînée équivaut à 22 verges et chaque verge équivaut à trois pieds).

Malgré le raffinement et la normalisation des unités de mesure anglaises, leurs racines plongeant dans l'agriculture et le commerce antiques ont abouti à un ensemble diversifié et relativement complexe d'unités de mesure. Les divers métiers avaient chacun adopté leurs propres unités de mesure, de sorte que dans de nombreux cas, la mesure dépendait de l'utilisation prévue – un baril de pétrole n'a pas la même dimension qu'un baril de canneberges (il existe en fait huit différentes tailles de barils). De même, il existe des onces liquides et des onces de masse, ainsi que différents types d'onces de masse selon ce qu'on pèse. L'évolution du système anglais au système impérial et au système américain n'a pas éliminé cette complexité. Il en résulte que ces systèmes comportent environ 300 unités de mesure différentes. Par comparaison, le système métrique compte seulement sept unités de mesure de base qu'on peut amplifier ou réduire par multiples de 10 pour l'obtention d'unités supérieures ou plus modestes, ou qu'on peut combiner pour la constitution d'unités plus complexes. Le système impérial n'est pas aussi simple.

Pendant nombre d'années, les États-Unis d'Amérique (É.-U.) et le Royaume-Uni (GB) ont chacun continué à développer leurs propres normes de mesure avec peu de coordination, sinon aucune, entre les deux systèmes. Les différences entre les unités ont en conséquence évolué et les deux systèmes sont devenus de plus en plus différents malgré qu'ils aient tous deux les unités anglaises comme origine commune. Une chopine américaine a par exemple 16 onces tandis qu'une chopine impériale a 20 onces.

De plus, un certain nombre d'unités existant au sein d'un système n'existent pas dans l'autre. Avant l'adoption des unités du SI en 1970, le Canada utilisait un mélange d'unités impériales du Royaume-Uni (gallon) et d'unités impériales des États-Unis (chopine).

Depuis le milieu du 20e siècle, les organismes de normalisation des États-Unis et du Royaume-Uni ont collaboré pour rapprocher les deux systèmes l'un de l'autre. Le geste s'explique par l'incidence de la mondialisation et la nécessité consécutive de disposer d'unités de mesure communes. Il est également dû à l'acceptation grandissante du système métrique comme norme internationale de mesure. Un exemple des deux influences transparait dans la décision prise en 1958 (mise en application en 1959) par les deux intéressés de redéfinir conjointement la verge américaine de la verge britannique pour la rendre équivalente à 0,9144 mètre.

Depuis le milieu du 20e siècle, la majorité des pays utilisant le système impérial ont graduellement remplacé le système impérial par le système métrique. Il s'agit d'une transition complexe qui oblige non seulement une rééducation de la population, mais également des changements considérables aux machines et au matériel de production.

À l'heure actuelle, seuls trois pays conservent un système qui n'est pas métrique : la Birmanie, le Libéria et les États-Unis.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage consiste à évaluer ce que les élèves apprennent et comment ils l'apprennent. Elle doit se produire au quotidien dans le cadre de l'enseignement/apprentissage. **L'évaluation de l'apprentissage** consiste à recueillir des renseignements fiables qui permettent de porter un jugement sur le progrès des élèves. Elle doit se faire fréquemment. On utilise diverses approches et divers contextes pour évaluer l'ensemble des élèves, en tant que classe, en groupe et individuellement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d'évaluation avec mes stratégies d'enseignement?

ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

Les élèves pourraient exécuter des exercices comme ceux qui suivent pour que vous puissiez mieux déterminer leurs acquis antérieurs.

- Demander aux élèves de créer un animal fictif et de le décrire en précisant sa hauteur, sa masse, sa vitesse maximale et sa température corporelle. (Il est probable que certains des éléments décrits le seront en unités métriques et que d'autres le seront en unités de mesure impériales.)

- Activer les acquis antérieurs au sujet des référents de mesure, que les élèves ont précédemment acquis (un mètre correspond à la distance approximative du plancher à une pognée de porte; un litre de lait; une température ambiante de 21 °C; 2 lb de sucre; 1 kilo de sel).

TÂCHES D'ÉVALUATION AVEC L'ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPE/INDIVIDUELLES

Envisager les exemples de tâches et d'activités suivants (pouvant être adaptés) pour l'évaluation au service de l'apprentissage ou pour l'évaluation de l'apprentissage.

- Expliquer la différence entre les unités du SI et les unités impériales.

- Si vous mesuriez la taille de quelqu'un, utiliseriez-vous les unités du SI ou des unités impériales? Pourquoi?

- Expliquer pourquoi on utilise des verges au lieu de mètres au football et au golf.

- Explorer l'origine historique de diverses unités du SI et unités impériales comme le mètre et la verge.

- Définir les préfixes utilisés dans le système international. Inclure les préfixes méga, giga, téra et d'autres. Dans quel autre contexte ces préfixes sont-ils utilisés?

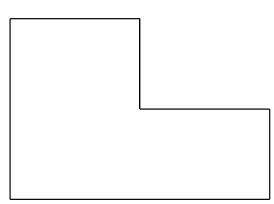
- Une milliardaire relativement nouvelle, Isabel dos Santos, a des biens d'une valeur nette de 2 milliards de dollars. Si elle convertissait tous ses biens en billets de 100 $, quelle hauteur aurait la pile de billets s'ils étaient empilés en une seule pile?

- On a demandé à Jason combien de sections de fil de chargement de téléphone mobile il faudrait pour placer un fil sur tout le périmètre de la salle de classe. Il a mesuré la section de fil et a déterminé qu'elle a une longueur de 75 cm. Sachant qu'un mètre équivaut à 100 cm, il a effectué une conversion l'ayant amené à déterminer que 75 cm = 7 500 m.
  a) La réponse de Jason est-elle juste? Pourquoi l'est-elle ou ne l'est-elle pas?
  b) Si la classe mesure 6 m sur 5,5 m, combien de sections de fil faudrait-il pour faire le tour de la classe?

- Mesurer la longueur de divers objets au moyen de différents outils de mesure (règle d'un mètre, ruban à mesurer, pieds à coulisse). Convertir les mesures lues en d'autres unités qui pourraient convenir. Par exemple, vous pourriez mesurer l'épaisseur d'une feuille de carton au moyen de pieds à coulisse pour illustrer l'utilité des millimètres au lieu des centimètres ou des mètres.

- Dresser une liste d'objets domestiques ayant environ
  a) 2 pi de longueur b) 4 po d'épaisseur c) 12 cm de largeur

- Estimer le périmètre de la figure ci-dessous au moyen d'unités du SI pertinentes.



- Si tous les angles de la figure ci-dessus sont des angles droits, est-il nécessaire de mesurer tous les côtés de la figure pour déterminer son périmètre? Son aire? Expliquer votre raisonnement.

- Un filet de hockey a 6 pi de largeur. Expliquer comment vous pourriez utiliser un référent pour délimiter une largeur d'environ 6 pi?

- Quel référent pourriez-vous utiliser pour estimer combien de neige est tombée après une tempête de neige? Expliquer votre choix.

- Estimer la longueur des objets suivants au moyen d'un référent et expliquer comment vous avez déterminé la réponse.
  a) hauteur d'une porte
  b) largeur d'un tableau blanc
  c) longueur d'un clavier
  d) hauteur d'un interrupteur d'éclairage
  e) hauteur d'une prise électrique

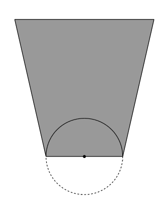
- Participer à une chasse au trésor scolaire pour trouver les objets ci-dessous :
  a) un objet ayant une épaisseur de deux pièces de dix cents
  b) un objet ayant trois pouces de longueur
  c) un objet ayant une longueur de quatre sandwiches

- Effectuer une estimation (au moyen d'un référent), puis mesurer ce qui suit (au moyen d'un outil à mesurer). Expliquer votre choix d'outil à mesurer dans chaque cas.
  a) À l'intérieur de votre école, quelle distance devez-vous marcher pour vous rendre de la bibliothèque au gymnase?
  b) Quelles sont les dimensions de la cafétéria?
  c) Quelle est la largeur d'un écran d'ordinateur?
  d) Quelle est la largeur de l'escalier?
  e) Quel est le périmètre d'un lecteur MP3?
  f) Quel est le périmètre de la base du bac de recyclage?

- Estimer la distance totale que vous marcheriez durant une journée typique à l'école. Utiliser, en groupes de deux ou de trois, des référents pour examiner vos parcours individuels à l'intérieur de l'édifice pendant une journée particulière de votre cycle scolaire. Une fois que vous avez terminé, faire part de vos résultats aux autres élèves de la classe et décrire les stratégies utilisées pour obtenir les distances.

- Décrire comment vous détermineriez la circonférence de la partie la plus ample d'un ballon de basket. Préciser le référent, l'unité de mesure et l'instrument à mesurer utilisé.

- Décrire une stratégie que vous pouvez utiliser pour déterminer le périmètre de la zone de lancer franc de basketball représentée par la région ombrée.



- Citer des exemples de la vie réelle de modes d'utilisation du système impérial.

- Estimer chaque dimension.
  a) La hauteur d'un cheval en pieds.
  b) La longueur d'une patinoire de hockey en mètres.

c) La largeur d'un téléphone mobile en centimètres.
d) La longueur d'un nouveau crayon en pouces.

- Pourquoi utilise-t-on encore le système impérial au Canada même s'il ne constitue pas le système officiel?

- Vérifier des annonces sur papier ou sur Internet pour trouver des produits de magasins de matériaux de construction témoignant de l'utilisation d'unités de mesure impériales. Examiner quels articles ou objets sont mesurés au moyen du système impérial et lesquels sont mesurés au moyen du SI. Consigner vos observations et préciser si chaque mesure se rapporte à la longueur, à la surface, au volume, à la capacité, à la masse ou à la température.

- Mesurer au moyen d'un ruban à mesurer en pouces et en pieds dix objets à l'intérieur de la classe au huitième de pouce près.

SUIVI DE L'ÉVALUATION

La preuve d'apprentissage que procurent la participation et le travail des élèves devrait servir à guider l'enseignement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l'enseignement à l'échelle de la classe et auprès de chaque élève?
- De quelle façon peut-on fournir une rétroaction opportune aux élèves?

Planification de l'enseignement

La planification d'un cheminement pédagogique cohérent constitue une partie essentielle d'un programme de mathématiques efficace.

Questions pour guider la réflexion

- Est-ce que la leçon s'inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et possibilités d'apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l'obtention des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?
- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d'apprentissage des élèves?

TÂCHES D'APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Un enseignement efficace doit faire appel à diverses stratégies.

Question pour guider la réflexion

- Comment peut-on utiliser la portée et l'ordre des résultats d'apprentissage pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d'entamer l'enseignement de notions nouvelles?

Envisager les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons quotidiennes.

- Il faudrait offrir aux élèves la possibilité de réfléchir sur les points qui suivent et d'en discuter.
  - Qu'est-ce que la mesure?
  - Comment mesurons-nous les choses?
  - Citer des unités de mesure couramment utilisées.

- Demander aux élèves d'établir un ensemble de référents pour les systèmes de mesure métrique et impérial, par exemple des référents du mètre, du gramme, du pouce et du mille. Les élèves utiliseront ensuite ces référents pour estimer la longueur d'un objet inconnu. Quelques exemples d'objets suivent.
  - *Mètre/verge :* Hauteur d'une poignée de porte à partir du plancher.
  - *Millimètre :* Épaisseur d'une pièce de dix cents.
  - *Centimètre/pouce :* Largeur/longueur entre la première et la deuxième jointure de l'auriculaire.
  - *Kilomètre :* Distance que vous pourriez facilement marcher en 12 minutes.
  - *Pied :* Légèrement plus de la longueur d'une feuille de papier.
  - *Pouce :* Diamètre d'une pièce de 25 cents.
  - *Mille :* Distance que vous pouvez marcher avec aise en 20 minutes.

  Voici quelques référents courants d'unités de mesure linéaire :

1 mm	Épaisseur d'une pièce de dix cents. Épaisseur d'un ongle.
1 cm	Largeur d'un ongle. Largeur des touches noires sur un piano standard. Largeur d'un crayon. Largeur d'un trombone.
1 m	Distance de la poignée d'une porte au plancher.
1 km	Distance que vous pouvez facilement marcher en 12 minutes.
1 po	Épaisseur d'une rondelle de hockey. Longueur de l'extrémité du pouce à la première jointure.
1 pi	Longueur d'un carreau de plancher standard.
1 vg	Distance de l'extrémité du nez aux doigts allongés. Longueur moyenne d'une guitare.
1 mi	Distance que vous pouvez marcher avec aise en 20 minutes.

- Demander aux élèves de mesurer en unités impériales, puis en unités métriques, l'empan de leurs mains, la longueur de leurs pieds, la longueur de leurs doigts et la longueur d'une enjambée.

Utiliser ces données comme référents pour mesurer la longueur de la salle de classe, la largeur d'un pupitre et d'autres articles ou lieux.

- Le pouce peut également servir d'instrument à mesurer. On pourrait se munir d'unités de mesure personnelles en mesurant la distance autour de son pouce au moyen d'une ficelle. Le double du tour du pouce équivaut au tour du poignet. Le double du tour du poignet équivaut au tour du cou. Le double du tour du cou équivaut au tour de la taille. On encouragera les élèves à vérifier ces dimensions.

- Chaque référent représente une suggestion. Encourager les élèves à choisir comme référent personnel quelque chose qui a un sens pour eux. Les élèves pourraient par exemple utiliser la distance du plancher à leur taille comme référent d'un mètre. S'ils déterminent que la hauteur du siège d'une chaise correspond à environ la moitié de la hauteur de leur taille à la ceinture, le siège de la chaise aura 0,5 mètre de hauteur. Si les élèves souhaitent déterminer la longueur d'une pièce, par exemple, ils pourraient compter les carreaux sur le plancher, car la longueur d'un carreau standard est d'un pied. Il faudrait fournir aux élèves la possibilité d'utiliser leurs référents pour l'estimation des dimensions de divers articles et leur demander de justifier leur choix de l'unité.

- Les activités d'estimation aident les élèves à se concentrer sur l'attribut à mesurer et à se familiariser avec l'unité de mesure. Les élèves devraient utiliser des référents et explorer l'utilisation des unités du SI et des unités impériales pour mesurer des objets.

- Les élèves devraient utiliser des instruments comme des règles, des pieds à coulisse et un ruban à mesurer pour déterminer les longueurs de divers objets en unités du SI et en unités impériales. L'incorporation de divers appareils à mesurer et l'utilisation de figures intéressant les élèves leur procureront des activités d'apprentissage plus significatives. Demander aux élèves de fournir quelques exemples d'instruments de mesure couramment utilisés pour mesurer la distance au foyer ou au travail. Les élèves peuvent expliquer ou montrer comment fonctionne l'un de ces instruments. Ils pourraient lancer des idées pour dresser une liste d'objets, utiliser leurs référents pour estimer chaque longueur, puis effectivement mesurer les articles pour vérifier la précision de leur estimation. L'information pourrait être présentée sous la forme d'une affiche ou d'un dépliant.

- Il faudrait fournir aux élèves la possibilité d'explorer l'environnement pour qu'ils puissent parfaire leurs aptitudes au mesurage. Considérer les exemples qui suivent.

  a) Quelle est la longueur du terrain de stationnement?
  b) Quelle distance devez-vous marcher pour vous rendre de l'autobus à l'entrée de l'école?
  c) Quelle longueur de clôture faut-il ou utilise-t-on pour entourer les terrains de l'école?
  d) Quelle est la circonférence d'un pneu d'autobus scolaire?
  e) Quelle est la largeur d'une fenêtre?
  f) Quelle est la hauteur d'un casier?

- Les élèves devraient également être exposés à diverses stratégies lors de l'estimation de la longueur d'une courbe ou du mesurage d'objets de forme irrégulière, comme une souris d'ordinateur, un aimant en forme de fer à cheval ou une raquette de badminton. Encourager par exemple les élèves à mesurer à l'aide d'une corde et de règles la circonférence d'une horloge circulaire. Les élèves pourraient déterminer la circonférence en étendant la corde autour de l'horloge, puis en mesurant la longueur de la corde. On pourrait profiter de l'occasion pour élargir l'exercice à l'estimation de la longueur d'une courbe ou d'une partie d'un objet circulaire sans l'utilisation d'une corde. Les élèves pourraient mesurer à l'aide d'une règle la distance entre les extrémités de la corde. Comme la plus courte distance entre deux points est une ligne droite, leur estimation de la longueur de la courbe devra être supérieure à cette distance. Rappeler aux élèves de préciser le processus utilisé pour la détermination de leur réponse.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'OBJETS À MANIPULER

- pieds à coulisse
- règles d'un mètre et d'une verge
- règles et rubans à mesurer
- corde

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Les élèves doivent utiliser avec aise les termes qui suivent.

- nouveaux termes
  - pied (pi)
  - pouce (po)
  - mille (mi)
  - référent
  - verge (vg)
- termes antérieurs
  - centimètre (cm)
  - kilomètre (km)
  - mètre (m)
  - millimètre (mm)

Ressources/notes

Internet

- Listes des unités de mesures du système Si et du système impérial : vocabulaire et conversion
  http://fr.wikipedia.org/wiki/Unit%C3%A9s_de_mesure_anglo-saxonnes
- Liste des unités de mesure les plus courantes et précisions sur leurs rapports les unes avec les autres.
  www.france-property-and-information.com/table-of-metric-and-imperial-units.htm?phpMyAdmin=24f3a0e02619b794a6db9c79d8b89c4e
- Mètre, kilo, seconde
  http://www.youtube.com/watch?v=PVEtJI20Fcs
- Un site qui permet de convertir différentes unités de mesure
  http://converticious.com/fr.php

Ressources imprimées

- *Mathématiques 10 : fondements et pré-calcul* (BURGLIND ET COLL., Pearson, 2010)
  - Manuel de l'élève (version papier, version numérique sur DVD et e-textes)
    - > Chapitre 1, sections 1.1, 1.2 et 1.3, p. 4-25
  - Ressources destinées à l'enseignant (version papier et version numérique sur DVD)

Notes

RAS M02 On s'attend à ce que les élèves sachent appliquer le raisonnement proportionnel pour résoudre des problèmes comportant des conversions entre des unités de mesure SI et impériales.
[C, CE, RP]

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

M02.01 Expliquer comment le raisonnement proportionnel peut être utilisé pour effectuer la conversion d'une unité de mesure à l'intérieur d'un même système et entre les unités de mesure SI et impériales.
M02.02 Résoudre un problème comportant la conversion d'une unité de mesure à l'intérieur d'un même système et entre les unités de mesure SI et impériales.
M02.03 Vérifier et expliquer, à l'aide de l'analyse des unités, une conversion de mesure à l'intérieur d'un même système et entre les unités de mesure SI et impériales.
M02.04 Justifier, à l'aide du calcul mental, la vraisemblance d'une solution à un problème de conversion.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 9	Mathématiques 10	Mathématiques 11
M04 On s'attend à ce que les élèves sachent dessiner et interprèter des schémas à l'échelle de figures à deux dimensions.	**M02** On s'attend à ce que les élèves sachent appliquer le raisonnement proportionnel pour résoudre des problèmes comportant des conversions entre des unités de mesure SI et impériales.	**M02** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant des schémas à l'échelle en faisant appel au raisonnement proportionnel.

Contexte

Les élèves utiliseront les proportions et le raisonnement proportionnel pour résoudre des problèmes nécessitant des conversions. Une proportion est un énoncé dans lequel deux rapports sont équivalents. Par exemple, $\frac{100\text{ cm}}{1\text{ m}} = \frac{350\text{ cm}}{3{,}5\text{ cm}}$.

Le raisonnement proportionnel a été présenté aux élèves en Mathématiques 8 (8N05) et ils ont continué à explorer ce concept en Mathématiques 9 en étudiant les polygones semblables. Pour bien approfondir le raisonnement proportionnel, les élèves doivent pouvoir maitriser le processus de multiplication et pouvoir discerner et utiliser les liens de multiplication existant à l'intérieur et entre les rapports dans un problème.

Les fractions d'une unité du SI sont exprimées sous une forme décimale. Par exemple, on écrit 0,25 m pour indiquer un quart de mètre. Le système décimal est utilisé pour plusieurs raisons. Son utilisation précise immédiatement de façon claire quelle valeur est la plus élevée lors de la comparaison de nombres; de plus, l'exécution de calculs comportant des nombres décimaux est simple.

À l'opposé, les parties d'une unité impériale sont généralement exprimées sous une forme fractionnaire. De nombreuses règles, par exemple, sont marquées d'unités impériales montrant un pouce divisé en huitièmes ou en seizièmes. Les élèves ont parfois de la difficulté à travailler avec des fractions. Ils ont notamment souvent du mal à multiplier une fraction par un nombre naturel. Même s'ils ont travaillé avec des opérations mettant en jeu des fractions aux niveaux intermédiaires (7N05, 8N06, 9N03), le présent module représente une excellente occasion de revoir ces concepts avant la réalisation de conversions.

Noter les équivalences ci-dessous.

1 pied	12 pouces
3 pieds	1 verge
1 mille	5 280 pieds
1 mille	1 760 verges

Il n'est pas nécessaire de mémoriser les conversions, car elles sont facilement accessibles. L'utilisation du système impérial permettra aux élèves de s'exercer à employer des fractions.

Pour effectuer une conversion d'un système de mesure à l'autre, les élèves doivent comprendre la relation existant entre les unités de longueur au sein de chaque système.

On peut souvent recourir à l'analyse des unités, aussi appelée l'analyse dimensionnelle, pour aider les élèves dans leurs calculs. Par exemple,

si on effectue une conversion de verges en pouces

$$\frac{1\text{ vg}}{3\text{ pi}} \times \frac{1\text{ pi}}{12\text{ po}} = \frac{1\text{ vg}}{36\text{ po}}$$

En conséquence, 1 vg = 36 po

si on effectue une conversion de pieds en mètres

$$\frac{1\text{ pi}}{12\text{ po}} \times \frac{1\text{ po}}{2{,}54\text{ cm}} \times \frac{100\text{ cm}}{1\text{ m}} = \frac{100\text{ pi}}{30{,}48\text{ m}}$$

En conséquence, 100 pi = 20,48 m
ou 1 pi = 0,3048 m

Selon le contexte du problème, les élèves détermineront quand les conversions doivent être exactes ou quand il pourrait être préférable d'effectuer une conversion approximative. Par exemple, un pied correspond exactement à 12 pouces, alors qu'un pouce correspond à environ 2,5 cm. ***Nota* –** Les conversions entre les unités du SI et les unités impériales devraient être limitées à des unités de mesure linéaires couramment utilisées.

Considérer ce qui suit :

cm ↔ po   m ↔ pi   km ↔ mi

1 pouce	. 2,54 centimètres
1 verge	. 0,9144 mètre
1 mille	. 1,6093 kilomètre

Il faudrait éviter les conversions inhabituelles comme celles entre **milles ↔ millimètres.**

On s'attend à ce que les élèves utilisent le raisonnement proportionnel lors de la réalisation de conversions entre des unités. Ils devraient pouvoir voir et utiliser les liens existant à l'intérieur d'un rapport et entre divers rapports pour résoudre des problèmes.

Considérer les exemples ci-dessous.

Convertir 200 mètres en kilomètres

$$\frac{200\ m}{x\ km} = \frac{1\,000\ m}{1\ km}$$

$1\,000x = 200$

$x = 0{,}2$ km

En conséquence,
200 m = 0,2 km

Convertir 180 pouces en pieds

$$\frac{180\ po}{x\ pi} = \frac{12\ po}{1\ pi}$$

$12x = 180$

$x = 15$ pi

En conséquence, 180 po = 15 pi

Convertir 6 pieds en centimètres

1re étape : Convertir 6 pi en po

$$\frac{6\ \text{pi}}{x\ \text{pi}} = \frac{1\ \text{pi}}{12\ \text{po}}$$; 6 pi = 72 po

2e étape : Convertir 72 po en cm

$$\frac{72\ \text{po}}{x\ \text{cm}} = \frac{1\ \text{po}}{2{,}54\ \text{cm}}$$

$x = 182{,}88$ cm

En conséquence, 6 pi = 183 cm

Il est important que les élèves notent que même si les unités ont changé, la distance réelle n'a pas changé. Une distance de 200 m est identique à une distance de 0,200 km; 180 po est identique à 15 pi; et 6 pi correspond à peu près à 183 cm.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage consiste à évaluer ce que les élèves apprennent et comment ils l'apprennent. Elle doit se produire au quotidien dans le cadre de l'enseignement/apprentissage. **L'évaluation de l'apprentissage** consiste à recueillir des renseignements fiables qui permettent de porter un jugement sur le progrès des élèves. Elle doit se faire fréquemment. On utilise diverses

approches et divers contextes pour évaluer l'ensemble des élèves, en tant que classe, en groupe et individuellement.

Questions pour guider la réflexion

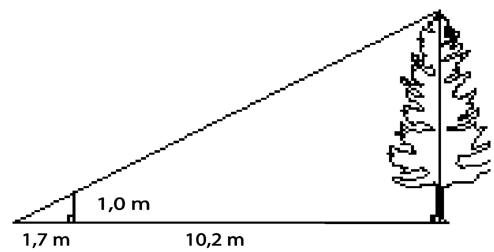
- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d'évaluation avec mes stratégies d'enseignement?

ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

Les élèves pourraient exécuter des exercices comme ceux qui suivent pour que vous puissiez mieux évaluer leurs acquis antérieurs.

- Une photographie mesurant 12,5 cm sur 17,5 cm doit être agrandie d'un facteur de 1,5. Quelles seront les nouvelles dimensions de la photographie? Dessiner un schéma des deux photographies à l'appui de votre raisonnement.

- Compte tenu du fait que les deux triangles du schéma sont semblables, déterminer la hauteur de l'arbre.



TÂCHES D'ÉVALUATION AVEC L'ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPE/INDIVIDUELLES

Envisager les exemples de tâches et d'activités suivants (pouvant être adaptés) pour l'évaluation au service de l'apprentissage ou pour l'évaluation de l'apprentissage.

- De combien de cure-dents auriez-vous besoin pour déterminer le périmètre de la Nouvelle-Écosse?

- Remplir les espaces vides :
  a) 130 cm = _____ m
  b) _____ g = 150 mg
  c) 60 L = _____ mL
  d) 3,25 km = _____ cm
  e) _____ g = 0,68 kg
  f) 4 m^2 = _____ cm^2
  g) 3 cm^2 = _____ mm^2

- Serena a eu recours au raisonnement proportionnel pour effectuer la conversion 0,78 kg = _____ mg

  Elle a écrit : $\frac{10\ 000 \text{ mg}}{1 \text{ kg}} = \frac{? \text{ mg}}{0{,}78 \text{ kg}}$

  Où a-t-elle commis une erreur? Corriger la conversion.

- Convertir les dimensions ci-dessous.
  a) 2,5 m = _____ km
  b) 8 po. = _____ pi

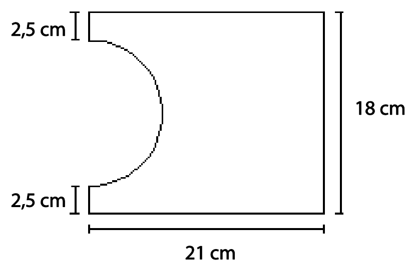
c) 7 m = _____ po

- Un panneau routier annonce un virage à gauche dans 1 000 pieds. À quoi correspond cette distance environ en kilomètres?

- Remplir les espaces vides.
  a) 36 po = _____ pi
  b) 6 po = _____ pi
  c) _____ po = 2 pi
  d) 1 vg^2 = _____ pi^2

- Un nouveau-né pèse 7 livres 8 onces. L'annonce de la naissance dans le journal affirme que le bébé pesait 7,5 lb. Compte tenu de ces précisions, combien d'onces y a-t-il dans une livre?

- Calculer le périmètre de la figure ci-dessous. Exprimer votre réponse au dixième de centimètre près.



- Quelle distance est la plus longue parmi celles ci-dessous?
  0,7 po 1000 vg 1 km 910 m

- Expliquer pourquoi il pourrait être indiqué d'effectuer une conversion approximative. Fournir un exemple.

- Isaac a acheté un tapis roulant d'occasion en ligne. Le tapis indique seulement les distances en milles. Fournir un facteur de conversion qu'on pourrait utiliser pour effectuer une conversion estimative des milles aux kilomètres ou vice versa.

- Un aéronef à réaction vole à la hauteur de 28 000 pieds. À combien de mètres correspond cette altitude?

- Le système GPS de votre voiture est configuré en milles. Il estime la distance jusqu'à votre destination à 188 milles.
  a) À combien de kilomètres vous trouvez-vous de votre destination?
  b) Si vous vous déplacez à une vitesse de 45 m/h, à combien de km/h cette vitesse correspond-elle?
  c) Compte tenu de cette information, quelle est votre heure d'arrivée prévue (HAP) s'il est actuellement 10 h 20 et que vous maintenez votre vitesse moyenne?

- Connie est en train de construire un mur dans son sous-sol à l'aide de montants de 2 po × 4 po. Un montant de 2 po × 4 po mesure en fait $1\frac{1}{2}$ po × $3\ \frac{1}{2}$ po.

Pour construire le mur intérieur, Connie doit fixer le montant au plafond et au plancher. Elle doit ensuite clouer une cloison sèche des deux côtés du montant. Elle a placé les montants de manière que les côtés les plus étroits (côtés auxquels elle clouera la cloison sèche) fassent face à l'extérieur. Quelle épaisseur a le mur si la cloison sèche a $\frac{5}{8}$ po?

- Un charpentier aimerait placer une boiserie autour d'une fenêtre rectangulaire mesurant 41 po sur 27 po. Si la boiserie coute 1,92 $ le pied, quel sera le cout approximatif de la boiserie nécessaire pour la fenêtre sans les taxes? Vérifier les conversions au moyen d'une analyse des unités.

- Convertir 6 vg en centimètres en faisant part d'une analyse des unités.

- Madeleine et ses amies prennent une marche de 15 minutes. À la fin de leur marche, elles se demandent quelle distance elles ont parcourue en pieds, en mètres, en kilomètres et en milles. Expliquer comment vous pouvez estimer cette distance et montrer comment vous pouvez exprimer la réponse au moyen des diverses unités.

- Votre famille a décidé de poser une moquette dans le cabinet. Vous appelez un magasin local qui vend des couvre-planchers pour obtenir un prix et on vous précise que la moquette coutera 22,50 $/vg^2, que la sous-couche coutera 6,50 $/vg^2 et que la pose représente un cout fixe de 100 $ par pièce.
  a) Lorsque vous mesurez votre pièce pour déterminer le cout du travail, quelles unités devriez-vous utiliser?
  b) Votre ami mesure la pièce et vous précise qu'il s'agit d'une pièce rectangulaire de 15 pi de largeur sur 18 pi de longueur. Déterminer le cout de la pose de la moquette dans la pièce. N'oubliez pas d'ajouter la taxe de vente.

- Créer deux problèmes contextualisés qui pourraient être résolus par un compagnon de classe.

SUIVI DE L'ÉVALUATION

La preuve d'apprentissage que procurent la participation et le travail des élèves devrait servir à guider l'enseignement.

Questions pour guider la réflexion
- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l'enseignement à l'échelle de la classe et auprès de chaque élève?
- De quelle façon peut-on fournir une rétroaction opportune aux élèves?

Planification de l'enseignement

La planification d'un cheminement pédagogique cohérent constitue une partie essentielle d'un programme de mathématiques efficace.

Questions pour guider la réflexion

- Est-ce que la leçon s'inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et possibilités d'apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l'obtention des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?
- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d'apprentissage des élèves?

TÂCHES D'APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Un enseignement efficace doit faire appel à diverses stratégies.

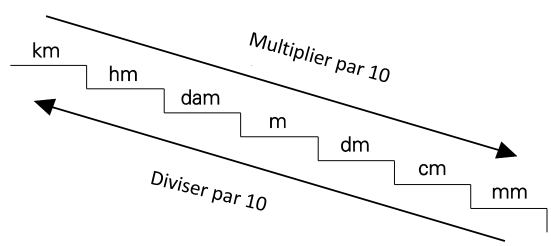
Question pour guider la réflexion

- Comment peut-on utiliser la portée et l'ordre des résultats d'apprentissage pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d'entamer l'enseignement de notions nouvelles?

Envisager les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons quotidiennes.

- Il pourrait être utile aux enseignants d'insister sur la facilité de la réalisation d'une conversion entre les unités métriques compte tenu du fait qu'elles sont fondées sur un modèle décimal. La décimalité rend plus faciles les conversions au sein du SI qu'au sein du système impérial.

- Le modèle d'escalier ci-dessous peut aider les élèves à visualiser la conversion des dimensions de longueur (mais non de celles d'aire ou de volume) au sein du Système international d'unités. Chaque marche représente une multiplication ou une division par un facteur de 10.



- Inciter les élèves à discuter de la valeur du rapport $\frac{1\text{ km}}{1\,000\text{ m}}$.

  Comme 1 km = 1 000 m, le rapport $\frac{1\text{ km}}{1\,000\text{ m}} = 1$.

  Les élèves devraient reconnaitre que lorsqu'une valeur numérique est multipliée par 1, la valeur en question demeure inchangée. C'est là la base de la conversion des unités.

- De nombreuses étiquettes d'articles dans un magasin font état d'unités de mesure du SI et d'unités impériales. Les élèves pourraient créer une étiquette d'une photographie rectangulaire ayant des dimensions de 32 po sur 50 po qui fera état des dimensions de la photographie en pouces et en centimètres.

- Il faudrait encourager les élèves à vérifier le caractère raisonnable de leurs réponses lorsqu'ils effectuent des conversions. La réponse parait-elle logique? L'élève a-t-il surestimé ou sous-estimé les valeurs? Les élèves devraient par exemple comprendre que lors de la conversion de 200 m en kilomètre, la réponse sera inférieure à 200.

- Faire appel aux habiletés de raisonnement proportionnel, vues dans le cadre du RAS N01, pour effectuer des conversions au sein du SI. Les exemples ci-dessous illustrent des relations proportionnelles.

À l'intérieur

Convertir 7,5 cm en pouces

$1\text{ po} \approx 2{,}5\text{ cm}$

$$\frac{2{,}5\text{ cm}}{7{,}5\text{ cm}} = \frac{1\text{ po}}{x\text{ po}}$$

$$\times 3 \quad \frac{2{,}5\text{ cm}}{7{,}5\text{ cm}} = \frac{1\text{ po}}{x\text{ po}} \quad \times 3$$

comme $2{,}5 \times 3 = 7{,}5$

alors $1 \times 3 = 3$

$\therefore\ 7{,}5\text{ cm} \approx 3\text{ po}$

Entre

Convertir 5 kg en livres

$$\frac{1\text{ kg}}{5\text{ kg}} = \frac{2.2\text{ lb}}{x\text{ lb}}$$

$\times 2{,}2$

$$\frac{1\text{ kg}}{5\text{ kg}} = \frac{2{,}2\text{ lb}}{x\text{ lb}}$$

$\times 2{,}2$

$x = 5 \times 2{,}2$

$x = 11{,}0\text{ lb}$

- Les exercices pratiques permettent aux élèves une participation accrue pour l'atteinte de ce résultat tout en leur permettant de parfaire leurs aptitudes à utiliser des outils de mesure comme un ruban à mesurer.

- On peut illustrer l'utilisation des fractions en évoquant la cuisine ou la construction. La réduction de moitié ou le doublage d'une recette et la conversion de pouces en pieds (ou de pieds en pouces) à des fins de construction constituent par exemple d'excellentes façons de rattacher la conversion des unités de mesure à des situations du monde réel.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'OBJETS À MANIPULER

- règles et rubans à mesurer munis d'unités impériales
- règles et rubans à mesurer munis d'unités métriques

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Les élèves doivent utiliser avec aise le terme qui suit.

- analyse des unités

Ressources/notes

Internet

- Listes des unités de mesures du système Si et du système impérial : vocabulaire et conversion
  http://fr.wikipedia.org/wiki/Unit%C3%A9s_de_mesure_anglo-saxonnes
- Liste des unités de mesure les plus courantes et précisions sur leurs rapports les unes avec les autres.
  www.france-property-and-information.com/table-of-metric-and-imperial-units.htm?phpMyAdmin=24f3a0e02619b794a6db9c79d8b89c4e
- Un site qui permet de convertir différentes unités de mesure
  http://converticious.com/fr.php

Ressources imprimées

- *Mathématiques 10 : fondements et pré-calcul* (BURGLIND ET COLL., Pearson, 2010)
  - Manuel de l'élève (version papier, version numérique sur DVD et e-textes)
    - Chapitre 1, sections 1.1 et 1.3, p. 2-25
  - Ressources destinées à l'enseignant (version papier et version numérique sur DVD)

Notes

RAS M03 On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant l'aire totale et le volume exprimés en unités de mesure SI et impériales d'objets à trois dimensions, y compris des cônes droits, des cylindres droits, des prismes droits, des pyramides droites et des sphères. [L, RP, R, V]

[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CE]** Calcul mental et estimation

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

M03.01 Esquisser un diagramme pour représenter un problème comportant l'aire totale ou le volume.
M03.02 Déterminer l'aire totale d'un cône droit, d'un cylindre droit, d'un prisme droit, d'une pyramide droite ou d'une sphère à l'aide d'un objet à trois dimensions ou d'un diagramme annoté.
M03.03 Déterminer le volume d'un cône droit, d'un cylindre droit, d'un prisme droit, d'une pyramide droite ou d'une sphère à l'aide d'un objet à trois dimensions ou d'un diagramme annoté.
M03.04 Déterminer une dimension inconnue d'un cône droit, d'un cylindre droit, d'un prisme droit, d'une pyramide droite ou d'une sphère à partir de son aire totale ou de son volume et des autres dimensions.
M03.05 Résoudre un problème comportant l'aire totale ou le volume à partir d'un diagramme d'un objet à trois dimensions composé.
M03.06 Décrire la relation entre les volumes de cônes droits et de cylindres droits de même base et de même hauteur, et de pyramides droites et de prismes droits de même base et de même hauteur.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 9	Mathématiques 10	Mathématiques 11
G01 On s'attend à ce que les élèves sachent déterminer la surface d'objets à trois dimensions composés pour résoudre des problèmes.	**M03** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant l'aire totale et le volume exprimés en unités de mesure SI et impériales d'objets à trois dimensions, y compris des cônes droits, des cylindres droits, des prismes droits, des pyramides droites et des sphères.	**M03** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les relations existant entre les facteurs d'échelle, l'aire, l'aire totale et le volume de figures à deux dimensions et d'objets à trois dimensions semblables.

Contexte

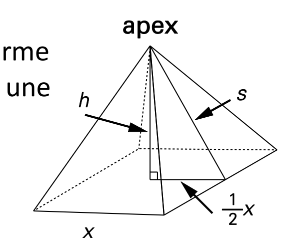
Les élèves ont déjà acquis en Mathématiques 7 une certaine compréhension de la mesure des figures à deux dimensions. Ils ont calculé l'aire de triangles, de cercles et de parallélogrammes (7M02). En Mathématiques 8, les élèves ont déterminé l'aire totale et le volume d'objets à trois dimensions se limitant à des prismes à base rectangulaire droits, à des prismes à base triangulaire droits et à des cylindres circulaires droits (8M03, 8M04). Ces travaux visaient l'acquisition d'une compréhension conceptuelle de l'aire totale par l'utilisation de développements plutôt que de formules. Les élèves ont calculé le volume en utilisant la formule V = (aire de base) × hauteur. Les élèves ont aussi appliqué le théorème de Pythagore pour déterminer la longueur d'un côté dans un triangle rectangle (8M01). En Mathématiques 9, on a élargi l'étude de l'aire totale en y englobant des objets composites à trois dimensions (9G01).

Dans le présent module, les élèves élargiront les concepts de l'aire totale et du volume pour inclure les pyramides droites, les cônes circulaires droits et les sphères. Pour empêcher une simple mémorisation des formules, il est important que les élèves comprennent comment les formules de calcul de l'aire totale et du volume des objets à trois dimensions ont été établies.

Comprendre comment calculer l'aire totale peut s'avérer utile dans de nombreuses applications du monde réel. On peut par exemple utiliser l'aire totale afin d'estimer la quantité de peinture nécessaire pour peindre une maison ou afin de savoir combien de matériel d'emballage il faut pour recouvrir un contenant. Il faudrait encourager les élèves tout au long du module à dessiner des schémas qui les aideront à visualiser les objets à trois dimensions décrits.

Un prisme est une figure à trois dimensions dont deux des faces d'extrémité constituent des figures planes congruentes et parallèles, appelées des bases, et dont les autres faces sont des parallélogrammes. La forme de la base détermine le nom du prisme. Un prisme droit a des faces rectangulaires perpendiculaires aux deux bases.

Une surface cylindrique est une surface délimitée par la réunion de toutes les droites (les génératrices) ayant même direction et coupant une courbe donnée (la directrice). Un cylindre est un solide limité par cette surface cylindrique et deux plans parallèles.Toutefois, à l'intérieur du présent document, le terme **cylindre** sera utilisé dans un sens plus courant, soit celui d'un cylindre circulaire droit.



Une pyramide est une figure à trois dimensions ayant une base polygonale. La forme de la base détermine le nom de la pyramide. Les élèves devraient être exposés à une pyramide droite ayant une base triangulaire, une base carrée et une base rectangulaire. Divers sites Web présentent des développements de différents types de pyramides qui fourniront aux élèves une référence visuelle. Lorsque la base d'une pyramide droite est un polygone régulier, les faces triangulaires sont congruentes et la figure est appelée une pyramide régulière.

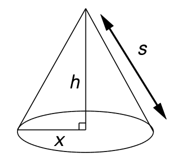
Les élèves devront établir une distinction entre la hauteur d'une pyramide droite et un apothème. La hauteur désigne la hauteur, *h*, perpendiculaire du sommet (apex) à la base, tandis que l'apothème est la hauteur, *s*, de la face triangulaire, issue de l'apex. Les élèves font couramment l'erreur de rattacher l'apothème à l'arête de la pyramide.

On utilisera le théorème de Pythagore pour calculer l'apothème, d'après la hauteur *h* de la pyramide et la dimension pertinente de la base, *x*, ou d'après la longueur de l'arête du sommet à la base et la dimension pertinente de la base.

La démonstration à l'aide du théorème de Pythagore dans le vidéoclip accessible au site ci-après constitue un excellent point de départ pour une révision.
http://www.youtube.com/watch?v=yMp2PYBSGHk

On peut définir un cône en tant que solide dont la surface courbe est produite par une droite tournant autour d'un point fixe en s'appuyant sur et une courbe située dans un plan fixe ne renfermant pas ce point. En conséquence, selon cette définition, tous les cônes sont des pyramides. Cependant, à l'intérieur du présent document, on utilisera le terme **cône** dans son sens plus courant de cône circulaire droit ou cône de révolution.

L'aire totale d'un cône correspond à l'aire de sa base circulaire plus l'aire de sa surface courbe (aire latérale). Les élèves devraient pouvoir établir une distinction entre la hauteur, *h*, et la génératrice, *s*, d'un cône. Même si les élèves ont été exposés au cercle, à la circonférence et aux arcs en Mathématiques 9, les termes **secteur** et **longueur d'arc** sont neufs pour eux et doivent être définis.

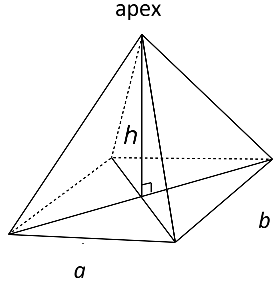


Les élèves connaissent déjà la formule de calcul de l'aire d'un cercle, $A = \pi r^2$. Ils n'ont pas été exposés à la détermination de l'aire latérale d'un cône. Ils utiliseront des modèles pour étudier l'aire latérale. Une fois qu'ils auront maitrisé la méthode de détermination de l'aire totale d'un objet à trois dimensions (prismes, cylindres, pyramides et cônes), ils pourront déterminer une dimension inconnue qui pourrait ne pas correspondre à l'aire. Les élèves devront à ce niveau remanier des formules. Ils devront d'abord substituer l'information fournie à l'intérieur de la formule, puis résoudre l'équation pour trouver l'inconnue. Lorsque l'apothème et l'aire totale sont toutes deux fournies, les élèves n'auront pas besoin de trouver le rayon d'un cône droit. Les élèves n'auront pas besoin de résoudre l'équation pour trouver le rayon d'un cylindre lorsque la hauteur et l'aire totale seront fournies. De tels types de problèmes nécessiteront l'application de la formule quadratique, qui ne sera pas présentée avant Mathématiques 11.

Les élèves utiliseront des modèles pour étudier la relation entre le volume d'un cône droit et d'un cylindre droit ayant la même base et la même hauteur ainsi qu'entre le volume d'une pyramide droite et d'un prisme droit ayant la même base et la même hauteur. Un genre d'étude qui pourrait être réalisé est signalé dans les tâches d'apprentissage suggérées.

Les élèves découvriront puis reconnaitront formellement que l'on peut déterminer le volume d'une pyramide droite en calculant ce que représente le tiers du volume de son prisme droit connexe. Le même lien existe entre le cône droit et son cylindre droit connexe. Les objets à trois dimensions connexes ont la même base et la même hauteur.

La formule de calcul du volume d'un cylindre droit ($V = \pi r^2 h$) a été définie en Mathématiques 8.



Le volume d'une pyramide rectangulaire droite correspond à

$V = \frac{1}{3}$ (aire de la base multipliée par hauteur)

$$V = \frac{1}{3}(abh)$$

Lorsque les élèves résoudront des problèmes ayant trait au volume d'objets à trois dimensions, ils devront également déterminer une dimension inconnue. Les élèves devront à ce niveau remanier des formules. Ils devront substituer l'information fournie à l'intérieur de la formule, puis résoudre l'équation pour déterminer l'inconnue. Ils devraient pouvoir utiliser la racine carrée des deux membres de l'équation pour la résoudre et déterminer le rayon d'un cône ou d'un cylindre, mais ils n'auront pas besoin de trouver la longueur d'un cube à partir du volume, car ils ne verront pas les racines cubiques avant d'avoir terminé la matière sur les racines et les puissances à l'intérieur du présent cours. Les discussions au sujet du volume et des dimensions manquantes pourraient toutefois s'avérer bénéfiques.

***Nota* –** Une fois que les élèves auront atteint le résultat d'apprentissage relatif aux racines et aux puissances dans le module du nombre, les enseignants devraient revoir les questions touchant le volume qui obligent les élèves à utiliser les racines carrées et cubiques.

Lorsque les élèves pourront facilement travailler avec le volume et l'aire totale des prismes, des cylindres, des pyramides et des cônes, ils devront explorer l'aire totale et le volume des sphères en réalisant une recherche sur le sujet. La recherche effectuée peut servir à l'élaboration de formules de calcul de l'aire totale et du volume d'une sphère.

Il faut fournir aux élèves des possibilités de discuter d'exemples réels de sphères dans leur environnement. Les exemples en question pourraient comprendre une balle de tennis, une bille, un ballon de basket et un globe terrestre. Revoir les termes **rayon** et **diamètre**, et passer en revue la formule de détermination de l'aire d'un cercle. Une orange, par exemple, correspond approximativement à une sphère et l'aire de ses pelures représente l'aire totale de la sphère.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage consiste à évaluer ce que les élèves apprennent et comment ils l'apprennent. Elle doit se produire au quotidien dans le cadre de l'enseignement/apprentissage. **L'évaluation de l'apprentissage** consiste à recueillir des renseignements fiables qui permettent de porter un jugement sur le progrès des élèves. Elle doit se faire fréquemment. On utilise diverses approches et divers contextes pour évaluer l'ensemble des élèves, en tant que classe, en groupe et individuellement.

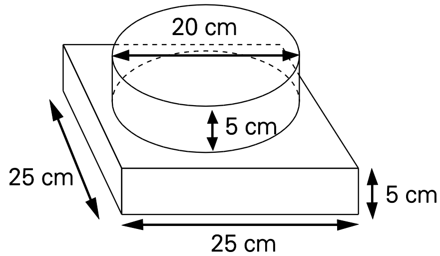
Questions pour guider la réflexion

- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d'évaluation avec mes stratégies d'enseignement?

ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

Les élèves pourraient exécuter des exercices comme ceux qui suivent pour que vous puissiez mieux évaluer leurs acquis antérieurs.

- Todd fait un gâteau aux carottes à deux étages. L'étage du bas est rectangulaire et l'étage du haut est circulaire, comme le montre la figure. Il insère des tranches d'ananas entre les deux étages au lieu de glaçage. Il prévoit recouvrir l'extérieur du gâteau aux carottes de glaçage au fromage à la crème. Décrire comment il peut calculer la surface ayant besoin d'être recouverte de glaçage.



- Si vous utilisiez des feuilles de carton ayant des dimensions de 27 cm sur 43 cm pour fabriquer des contenants cylindriques, les contenants auraient-ils un volume supérieur si vous fabriquiez des contenants d'une hauteur de 27 cm ou des contenants d'une hauteur de 43 cm? (Compter ajouter une base circulaire une fois la feuille de carton utilisée pour la surface courbe.)

TÂCHES D'ÉVALUATION AVEC L'ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPE/INDIVIDUELLES

Envisager les exemples de tâches et d'activités suivants (pouvant être adaptés) pour l'évaluation au service de l'apprentissage ou pour l'évaluation de l'apprentissage.

- Combien de balles de golf faut-il pour remplir une mallette?

- Si vous doublez la hauteur d'un prisme droit, doublez-vous en même temps son aire totale? Expliquer.

- Un tas de sel de voirie en forme de cône est recouvert de toiles le gardant sec. Le rayon de la base du tas a 10,5 m et le tas a une hauteur de 8,2 m.
  a) Calculer le volume de sel dans le tas au mètre cube près.
  b) S'il faut prévoir un supplément de 15 % pour le chevauchement des toiles utilisées, quelle est la surface des toiles au mètre carré près?

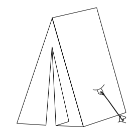
- Une pièce de 2 $ a un diamètre de 28 mm. L'anneau extérieur est fait d'un alliage de nickel. Le centre intérieur a un diamètre de 16 mm et est fait d'un alliage de cuivre. La pièce a une épaisseur de 1,8 mm. Calculer le volume de l'alliage de nickel dans la pièce
  a) en millimètres cubes
  b) en centimètres cubes

- L'aire totale d'une balle de softball est supérieure d'environ 118 cm^2 à l'aire totale d'une balle de baseball. Une balle de baseball a un rayon de 3,7 cm.
  a) Quel est le rayon d'une balle de softball au dixième de centimètre près?
  b) De combien de fois le volume d'une balle de softball est-il plus grand que celui d'une balle de baseball, au dixième près?

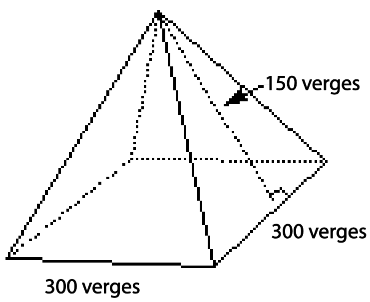
- Il faut un contenant d'un volume de 1 000 cm^3 pour le rangement d'un casse-tête. Déterminer les dimensions d'un contenant ayant le même volume si le contenant est un cube, un prisme rectangulaire autre qu'un cube, un cylindre, et finalement une sphère. Quel type de contenant pourrait-on fabriquer avec le moins de matériel? Pourquoi votre réponse pourrait-elle ne pas correspondre au contenant de forme idéale?

- On a présenté à Susan et à son ami Alphonse cette question : « Un réservoir d'eau a la forme d'un cylindre circulaire droit de 30 pieds de hauteur et de 8 pieds de diamètre. Combien de pieds carrés de tôle a-t-on utilisés pour sa construction? » Susan a résolu la question en imaginant un réservoir fermé, tandis que son ami Alphonse l'a résolue en imaginant un réservoir ayant une extrémité ouverte. Combien de tôle supplémentaire a nécessité le réservoir fermé?

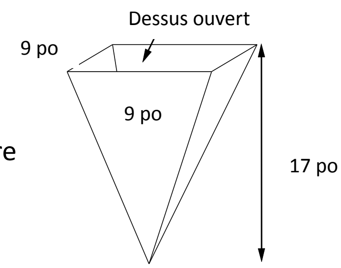
- On retranche un cube ayant des côtés d'une longueur de 3 cm d'un coin d'un prisme rectangulaire mesurant 12 cm × 8 cm × 5 cm. Déterminer la nouvelle aire totale du prisme.
- Une tente ayant une base carrée de 3 vg × 3 vg et une hauteur de 7,5 po doit être recouverte d'une toile. Déterminer la quantité de toile nécessaire pour recouvrir la tente. Le plancher de la tente n'est pas fait de toile.



- Déterminer l'aire totale de l'objet illustré ci-dessous.



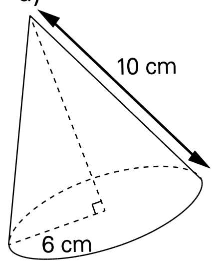
- Alvaro suspend six pots à fleurs ayant une forme correspondant à l'illustration de droite autour de sa maison. Les pots à fleurs doivent être peints. Combien de pieds Alvaro devra-t-il couvrir pour peindre l'extérieur des pots à fleurs?



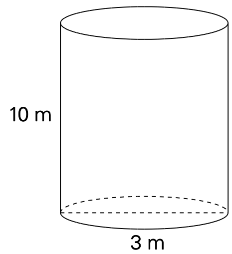
- Salima a fabriqué dix chapeaux de fête coniques à l'aide de carton. Combien de carton a-t-elle utilisé au total si chaque chapeau a un rayon de 14 cm et une génératrice de 25 cm?
- Tyrone travaille dans un bar laitier local qui fait des cornets gaufres. Si un cornet fini a 6 po de hauteur et a une base d'un diamètre de 4 po, quelle est l'aire totale du cône?
- Un cône droit a une aire totale de 125 po^2 et un rayon de 4,7 po. Quelle est la génératrice du cône droit?
- Un cylindre a une aire totale de 412 cm^2. Sa hauteur correspond au triple de son rayon. Préciser la hauteur approximative du cylindre.
- Une pyramide à base carrée a une aire totale de 154 cm^2. Un cône droit a une base d'un rayon de 3 cm. Les aires totales du cône de la pyramide sont égales. Quelle est la hauteur du cône au dixième de centimètre près?

- Déterminer le volume de chacun des contenants ci-dessous.

a)



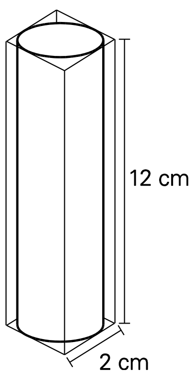
b)



- Un cône et un cylindre ont la même hauteur et une base d'un même rayon. Si le volume du cylindre est de 81 cm^3, quel est le volume du cône en cm^3? Expliquer.

- Le côté de la base d'une pyramide carrée mesure 2,7 pi et sa hauteur mesure aussi 2,7 pi. Calculer son volume

- Un contenant cylindrique fermé est étroitement inséré à l'intérieur d'une boite. Quel est le volume de l'espace vide entre le contenant cylindrique et la boite?



- Un cône a un volume de 30 cm^3 et une base d'une aire de 15 cm^2. Quelle est la hauteur du cône?

- Un cylindre a un volume de 132,6 cm^3 et une hauteur de 8,5 cm. Quel est le diamètre du cylindre?

- Une corde de bois de chauffage a un volume de 128 pi^3. Janesta a trois bacs de rangement pour bois de chauffage qui mesurent chacun 2 pi × 3 pi × 4 pi. Dispose-t-elle de suffisamment de place de rangement pour ranger une corde entière de bois de chauffage? Expliquer.

- Le ministère du Transport et du Renouvellement de l'infrastructure aimerait déterminer le volume de sel de voirie qu'il a dans un dépôt en tas près de la levée de Canso. Citer des façons dont il est possible de déterminer le volume du dépôt, en supposant qu'il ait la forme d'un cône droit?

- Un ballon de basket officiel a un rayon de 12,3 cm et est habituellement recouvert d'une gaine en cuir. Environ quelle quantité de cuir, en centimètres carrés, faut-il pour couvrir 12 ballons de basket officiels?

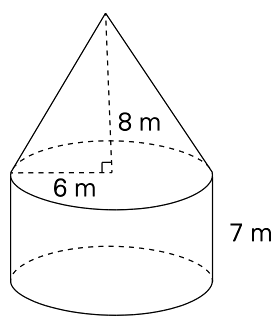
- On dépose huit balles dans un contenant. Chaque balle a un rayon de 10 cm. Si le contenant a la forme d'une pyramide à base carrée, environ combien de place restera-t-il (volume non occupé par une balle) si chaque côté de la base mesure 40 cm et que la hauteur est de 70 cm?

- Un ornement sphérique a une circonférence de 12 cm. Quel est le volume approximatif de la boite en forme de cube la plus petite dans laquelle on peut insérer cet ornement?

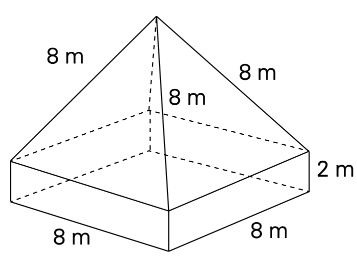
- Une lourde sphère d'un diamètre de 20 cm est déposée dans un cylindre circulaire droit ayant une base d'un rayon de 10 cm et une hauteur de 34 cm.
  a) Si le cylindre est à moitié rempli d'eau, quel est le volume d'eau et celui de la sphère?
  b) À quelle hauteur l'eau montera-t-elle une fois que la sphère se trouvera complètement sous l'eau? (Après le dépôt de la sphère dans l'eau, le niveau de l'eau montera à une hauteur correspondant au volume de l'eau plus celui de la sphère.)

- Une sphère a une aire totale de 80 po^2. Déterminer son diamètre.

- Déterminer combien de peinture il faut pour peindre l'extérieur (toutes les surfaces) de l'objet à trois dimensions qui suit. Vous pouvez habituellement prévoir qu'un gallon de peinture couvrira environ 32,5 m^2.



Calculer le volume de la figure ci-dessous.



SUIVI DE L'ÉVALUATION

La preuve d'apprentissage que procurent la participation et le travail des élèves devrait servir à guider l'enseignement.

Questions pour guider la réflexion
- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l'enseignement à l'échelle de la classe et auprès de chaque élève?
- De quelle façon peut-on fournir une rétroaction opportune aux élèves?

Planification de l'enseignement

La planification d'un cheminement pédagogique cohérent constitue une partie essentielle d'un programme de mathématiques efficace.

Questions pour guider la réflexion

- Est-ce que la leçon s'inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et possibilités d'apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l'obtention des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?
- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d'apprentissage des élèves?

TÂCHES D'APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Un enseignement efficace doit faire appel à diverses stratégies.

Question pour guider la réflexion

- Comment peut-on utiliser la portée et l'ordre des résultats d'apprentissage pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d'entamer l'enseignement de notions nouvelles?

Envisager les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons quotidiennes.

- Une murale de termes/formules et des modèles de figures géométriques seraient utiles dans cette section.

- On devra avoir recours à une approche de résolution des problèmes pour étudier l'aire totale et le volume. Il faut mettre l'accent sur l'élaboration des formules au lieu de fournir la formule aux élèves et de leur demander de l'utiliser. L'utilisation de développements tridimensionnels, de figures géométriques repliables ou de pièces Polydron peut faciliter un tel exercice.

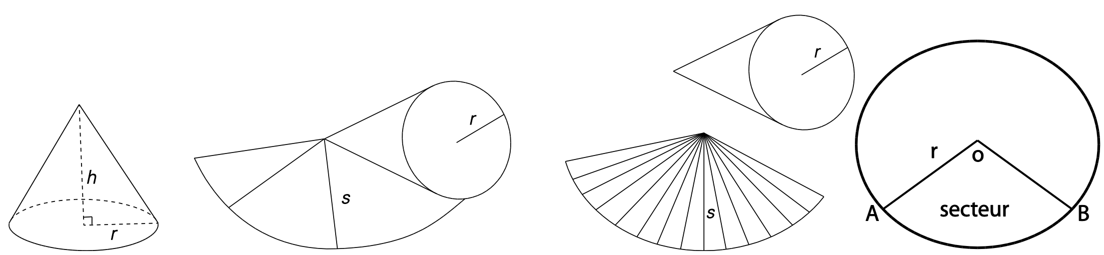
- Études permettant de déterminer le volume d'un cône et le volume d'une pyramide :
  - Prendre un prisme et une pyramide en plastique ayant la même hauteur et une base de la même largeur. (***Nota*** **–** Si vous ne disposez pas de tels objets, vous pouvez utiliser des développements copiés sur des acétates transparents, les découper et coller soigneusement les bords en laissant une base ouverte.) Utiliser de l'eau, du sable ou du riz pour expérimenter le remplissage des solides et déterminer les rapports entre leurs volumes. Si les solides en plastique sont de dimensions modestes, les remplir d'eau pour obtenir une approximation plus précise. Il est plus facile de travailler avec des modèles de grandes dimensions et on peut remplir ceux-ci de diverses matières.

  - Se munir d'un cône et d'un cylindre en plastique ayant la même hauteur et une base de la même largeur. (***Nota*** **–** Si vous ne disposez pas de tels objets, vous pouvez utiliser des développements copiés sur des acétates transparents, les découper et coller soigneusement les bords en laissant une base ouverte.) Utiliser de l'eau, du sable ou du riz pour expérimenter le remplissage des solides et déterminer les rapports entre leurs volumes. Si les solides en plastique sont de dimensions modestes, les remplir d'eau pour obtenir une approximation plus précise. Il est plus facile de travailler avec des modèles de grandes dimensions et on peut remplir ceux-ci de n’importe quelle matière.

- Les élèves exploreront en groupes de deux ou trois l’utilisation des divers développements de prismes géométriques, ils formeront un objet à trois dimensions et ils créeront un mobile. Demander aux élèves de déterminer les formules des diverses aires totales des objets en examinant les faces individuelles du développement. Encourager les élèves à calculer l’aire totale d’une pyramide droite au moyen de développements. Ils devraient reconnaitre que l’aire totale correspond à la somme des aires de la base et des quatre faces triangulaires. Demander aux élèves de consigner par écrit la formule représentant l’aire de chaque face avant de découper le développement. Les élèves peuvent ensuite former l’objet à trois dimensions et établir la formule représentant l’aire totale; l’objet deviendra ensuite l’une des pièces du mobile. Répéter l’exercice avec chaque solide. Le mobile devrait comprendre un cylindre droit, un prisme triangulaire droit, un prisme rectangulaire droit, une pyramide triangulaire droite et une pyramide rectangulaire droite. On trouvera aux annexes A1 à A8 des pages renfermant des développements pouvant être photocopiés.

- Il faudrait fournir aux élèves une possibilité d’appliquer l’aire totale d’une pyramide droite à des problèmes se rapportant au monde réel. Les élèves peuvent par exemple comparer l’aire totale de deux pyramides carrées droites ayant différentes dimensions afin de déterminer la pyramide dont la fermeture nécessitera le plus de verre.

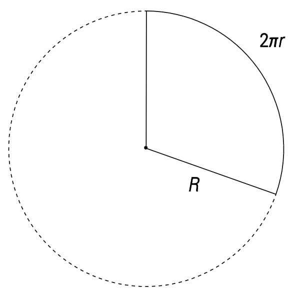
▪ Étude de l’aire totale d’un cône :
  - Les élèves placeront un cône sur son côté sur une surface courbe. Une rotation du cône d’un tour complet formera un secteur de cercle. Les élèves devraient noter que l’aire de la surface courbe (aire latérale) du cône correspond à l’aire du secteur.



Longueur de l’arc *AB*
= circonférence du cercle de la base
= $2\pi r^2$

  - Il faudrait fournir aux élèves la possibilité de découvrir :
    > Quelle partie du cône correspond au rayon du secteur?
    > Quel rapport existe entre la circonférence de la base du cône et la longueur de l’arc du secteur?

- Après que les élèves ont eu le temps de réfléchir aux rapports entre la longueur de l'arc et la circonférence du cône, ils seront prêts à déterminer l'aire de la surface courbe du cône. On peut recourir au raisonnement proportionnel pour comparer la longueur du secteur du cercle à l'aire du cercle dessiné renfermant le secteur en question, comme l'illustre la figure ci-dessous.
  - Supposons que *r* représente le rayon du cercle de la base.
  - Supposons que *R* représente le rayon du cercle renfermant le secteur formé lors de la rotation de la surface courbe du cône sur le papier.
  - La fraction du grand cercle correspondant au secteur pourrait être déterminée comme suit.



$$\frac{\text{Longueur de l'arc du secteur}}{\text{Circonférence du cercle}} = \frac{2\pi r}{2\pi R} = \frac{r}{R}$$

  - L'aire latérale du cône correspond à l'aire du secteur en question. Elle représente une fraction, $\frac{r}{R}$, de l'aire du cercle ayant le rayon *R*. On pourrait en conséquence déterminer l'aire latérale du cône ainsi

    $$\frac{r}{R}\left(\pi R^2\right) = \frac{r\pi R}{R} = \pi r R$$

    La majorité des documents pertinents utiliseront S au lieu de *R*. La lettre s représente l'apothème du cône. C'est pourquoi l'aire totale d'un cône c'est-à-dire l'aire de base + l'aire latérale correspond à $A = \pi r^2 + \pi r s$.

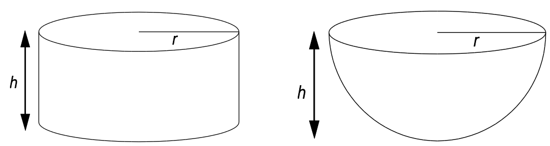
- Étude de l'aire totale d'une sphère :
  - Utiliser une orange pour réaliser l'exercice qui suit :
    - Déterminer la distance la plus importante autour d'une orange (autour du centre de l'orange) au moyen d'une ficelle. Utiliser cette distance comme circonférence d'une coupe transversale au centre de l'orange.
    - Trouver le rayon de la sphère à partir de cette dimension. ($C = 2\pi r$)
    - Utiliser un compas pour tracer six cercles ayant ce rayon.
    - Peler l'orange et remplir complètement le plus de cercles que vous pouvez.
  - Les élèves découvriront que l'aire totale d'une sphère correspond à l'aire de quatre cercles. L'aire totale d'une sphère est donc : $AT = 4\pi r^2$.

- Interroger les élèves sur la façon de trouver l'aire totale d'un cône lorsque le rayon et la hauteur sont fournis, mais que l'apothème est inconnu. Les élèves devraient d'abord dessiner des schémas qui les aideront à organiser l'information, puis utiliser le théorème de Pythagore. Rappeler aux élèves que les chiffres des problèmes exigeant plusieurs étapes de calcul doivent seulement être arrondis au cours de la dernière étape.

- Il faut fournir aux élèves la possibilité d'explorer l'aire totale d'objets à l'intérieur de leur environnement quotidien. Citons à titre d'exemples possibles un cornet de crème glacée, un verre de fontaine à boire, une boite de conserve de soupe, une rondelle de hockey ou la boite d'une tablette Toblerone.

- Lors de la détermination de l'aire totale, encourager les élèves à garder à l'esprit le contexte du problème. Par exemple, pour déterminer l'aire totale d'une paille, il faut savoir qu'une paille a la forme d'un cylindre et il ne faut pas inclure le dessus et le dessous.

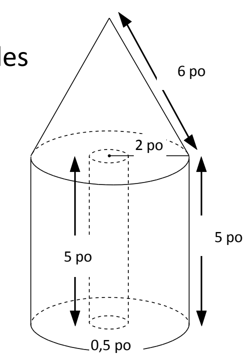
- Étude du volume d'une sphère :
  - Lors de la présentation de la formule de détermination du volume d'une sphère, il serait avantageux d'effectuer l'activité ci-après à l'aide d'un cylindre et d'un hémisphère ayant la même hauteur et le même rayon.
    > Couper une petite balle vide en deux pour créer un hémisphère.
    > Se procurer un cylindre ayant le même rayon et la même hauteur que l'hémisphère.



  - Les élèves découvriront que lorsqu'on remplit complètement l'hémisphère de riz puis qu'on dépose le riz dans le cylindre, il remplit les $\frac{2}{3}$ du cylindre.
    Le volume d'un cylindre correspond à $V = \pi r^2 h$. En conséquence, le volume de l'hémisphère correspondra à $V = \frac{2}{3}\pi r^2 h = \frac{2}{3}\pi r^2 (r) = \frac{2}{3}\pi r^3$, car la hauteur est aussi le rayon de l'hémisphère. Le volume d'une sphère correspond au double du volume d'un hémisphère, ce qui signifie que $V = 2\left(\frac{2}{3}\pi r^3\right) = \frac{4}{3}\pi r^3$.

    ***Nota* –** Une fois que les élèves comprennent la formule, ils sont plus en mesure de l'appliquer à l'intérieur de problèmes contextualisés. Les élèves doivent exprimer la réponse au moyen des unités pertinentes.

- Lors de la décomposition d'un objet composite, encourager les élèves à en dégager des éléments comme des cônes droits, des cylindres droits, des prismes droits, des pyramides droites et des sphères. Ce genre d'exercice vise à amener les élèves à reconnaitre que lors du calcul de l'aire totale d'un objet composite, il faut tenir compte de l'aire de chevauchement des éléments. On détermine le volume en additionnant et en soustrayant les volumes sans tenir compte des parties qui se chevauchent. Dans le schéma de droite, par exemple, on peut déterminer le volume de l'objet composite en soustrayant le volume du cylindre intérieur du volume total du cône et du grand cylindre.



  - Il faut fournir aux élèves des possibilités d'exploration de l'aire totale et du volume d'objets composites à l'intérieur de leur environnement de tous les jours.

  - Demander aux élèves de combiner trois figures ou plus – notamment des prismes, des pyramides et des cylindres – pour créer une sculpture intéressante. Leur demander d'indiquer au moyen d'unités pertinentes, métriques ou impériales, ses dimensions et de trouver l'aire totale et le volume de la sculpture.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'OBJETS À MANIPULER

- développements tridimensionnels de divers prismes, pyramides, cylindres et cônes
- pièces Polydron
- solides géométriques relationnels
- riz
- cylindres, prismes et objets sphériques divers

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Les élèves doivent utiliser avec aise les termes qui suivent.

- apex, sommet
- longueur de l'arc
- cône
- cylindre
- hauteur
- hémisphère
- prisme à base rectangulaire
- prisme régulier
- secteur
- génératrice, apothème
- sphère
- prisme à base carrée
- prisme à base triangulaire

Ressources/notes

Internet

- Théorème de Pythagore
  http://www.youtube.com/watch?v=yMp2PYBSGHk
  http://www.youtube.com/watch?v=33XRSuLUhlc
  http://www.youtube.com/watch?v=lSa02qSwaLQ
- Aire totale et volume d'un cône
  http://www.youtube.com/watch?v=7NTcvcyXBug
- Aire totale et volume d'u prisme à base triangulaire
  http://www.youtube.com/watch?v=7NTcvcyXBug
- Pyramide, cône de révolution
  http://www.youtube.com/watch?v=bSnMfOt9EMU

Ressources imprimées

- *Mathématiques 10 : fondements et pré-calcul* (BURGLIND ET COLL., Pearson, 2010)
  - Manuel de l'élève (version papier, version numérique sur DVD et e-textes)
    - Chapitre 1, sections 1.1 et 1.3, p. 4-25
  - Ressource de l'enseignant (version papier et version numérique sur DVD)

Notes

RAS M04 On s'attend à ce que les élèves sachent développer et appliquer les rapports trigonométriques de base (sinus, cosinus, tangente) pour résoudre des problèmes comportant des triangles rectangles.
[C, L, RP, R, T, V]

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

M04.01 Expliquer les relations entre des triangles rectangles semblables et les définitions des rapports trigonométriques de base.
M04.02 Reconnaitre l'hypoténuse d'un triangle rectangle et les côtés opposé et adjacent d'un angle aigu donné du triangle.
M04.03 Résoudre des triangles rectangles, avec et sans l'aide de la technologie.
M04.04 Résoudre un problème comportant un ou plusieurs triangles rectangles à l'aide des rapports trigonométriques de base ou du théorème de Pythagore.
M04.05 Résoudre un problème comportant des mesures directes et indirectes à l'aide des rapports trigonométriques, du théorème de Pythagore et d'instruments de mesure tels qu'un clinomètre ou un mètre.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 9	Mathématiques 10	Mathématiques 11
G02 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris la similitude des polygones.	**M04** On s'attend à ce que les élèves sachent développer et appliquer les rapports trigonométriques de base (sinus, cosinus, tangente) pour résoudre des problèmes comportant des triangles rectangles.	**G03** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes faisant appel à la loi des cosinus et à la loi des sinus, y compris le cas ambigu. (M11)* **T02** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant les rapports trigonométriques de base pour des angles de 0° à 360° en position standard. (PC11)** **T03** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes àl'aide de la loi du cosinus et de la loi du sinus, y compris le cas ambigus. (PC11)**

* M11—Mathématiques 11
** PC11—Précalcul 11

Contexte

La trigonométrie est la science de la mesure des triangles. Il s'agit de la branche des mathématiques qui traite du rapport existant entre la longueur des côtés d'un triangle et la mesure de ses angles. Il est essentiel de comprendre le théorème de Pythagore et les triangles semblables pour l'étude de la trigonométrie des triangles rectangles. En Mathématiques 8, les élèves ont assimilé et appliqué le théorème de Pythagore pour trouver la longueur des côtés manquants d'un triangle rectangle (8M01). En Mathématiques 9, les élèves ont acquis une certaine compréhension de la similitude et ont utilisé les propriétés pertinentes pour trouver la longueur des côtés manquants dans une paire de triangles rectangles (9G02). Dans le présent module, les élèves élargiront leurs connaissances pour élucider les triangles rectangles en utilisant les trois fonctions trigonométriques de base.

***Nota* –** Il est essentiel que les élèves acquièrent une compréhension des fonctions trigonométriques en étudiant les triangles semblables. L'enseignant ne devrait pas se limiter à les présenter sous la forme de formules à appliquer à des problèmes.

En Mathématiques 9, les élèves ont résolu des équations ayant la forme $a = \frac{b}{c}$ (9RR03).

Il pourrait falloir revoir cette aptitude, car les élèves devront résoudre des équations de ce type après avoir parfait leur compréhension des fonctions trigonométriques.

Ils seront par exemple exposés à des équations du genre

$$\tan 30^\circ = \frac{x}{10} \text{ ou } \tan 30^\circ = \frac{5}{x}$$

lorsqu'ils trouveront la longueur du côté opposé ou la longueur du côté adjacent.

Les élèves connaissent déjà le terme **hypoténuse**. Les termes **opposé** et **adjacent** sont des termes neufs. L'enseignant pourrait expliquer les termes dans des contextes du monde réel, comme des chambres d'hôtel. Il est courant que les gens demeurant dans un hôtel demandent des chambres adjacentes ou des chambres situées l'une en face de l'autre du corridor, c.-à-d. opposées l'une à l'autre. Les élèves devraient identifier l'hypoténuse et les côtés opposé et adjacent dans des triangles rectangles de diverses dimensions, de types divers et aux orientations diverses. Les conventions utilisées pour la désignation des triangles et des angles devraient être expliquées. On utilise souvent des lettres grecques, comme symboles, pour désigner les angles aigus et on utilise des lettres minuscules correspondant aux sommets pour désigner les côtés.

Les élèves réaliseront une étude et compileront les résultats de la classe pour constater que le rapport entre la longueur du côté opposé et la longueur du côté adjacent d'un angle donné est constant, peu importe la dimension du triangle. Il est possible de trouver l'étude en question dans les tâches d'apprentissage suggérées. Une fois ce point établi, les élèves définiront le rapport existant dans le cadre d'une discussion. Il est probable que certains feront observer que le rapport correspond à la pente de la droite ou au taux de variation de la droite. Vous pouvez leur préciser que ce rapport est appelé la « tangente ».

De nombreuses applications de la vie réelle ayant trait au mesurage tiennent compte des distances verticales et horizontales. Les élèves pourraient explorer pour la première fois la fonction tangente, car elle peut être calculée au moyen de ces distances. Vous pourriez ensuite décrire les fonctions sinus et cosinus.

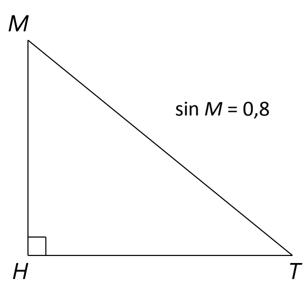
Comme dans le cas de la fonction tangente, il faudrait expliquer les fonctions sinus et cosinus dans le cadre d'une étude. Les élèves peuvent découvrir les rapports en question au moyen d'activités avec papier et crayon ou au moyen de la technologie comme le logiciel de géométrie *Cybergéomètre*. Ils compareront plus particulièrement divers triangles rectangles semblables pour déterminer le rapport entre les longueurs ci-dessous :

- le côté opposé à l'hypoténuse
- le côté adjacent à l'hypoténuse

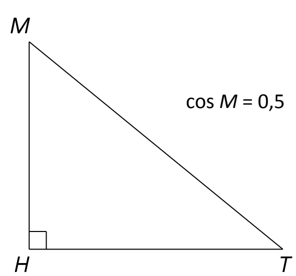
Après que les élèves ont observé que ces rapports sont constants, peu importe la dimension des triangles, l'enseignant peut définir les rapports en question en tant que fonctions sinus (sin) et cosinus (cos), et les représenter par écrit ainsi

- Le sinus correspond au rapport suivant : $\text{sinus } \theta = \dfrac{\text{longueur du côté opposé}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$.
- Le cosinus correspond au rapport suivant : $\text{cosinus } \theta = \dfrac{\text{longueur du côté adjacent}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$.

Contrairement au rapport de la tangente, les rapports du sinus et du cosinus sont tous deux fonction de la longueur de l'hypoténuse. Les élèves devraient par ailleurs comprendre que la valeur des rapports du sinus et du cosinus reflète les longueurs des côtés.



La longueur de HT correspond à 0,8 fois la longueur de *MT*.



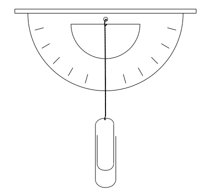
La longueur de MH correspond à 0,5 fois la longueur de *MT*.

La compréhension de ces notions permettra aux élèves d'évaluer le caractère raisonnable de leurs calculs au moyen des rapports trigonométriques.

Il faut mettre l'accent sur les applications du monde réel des rapports trigonométriques. On fournira d'abord aux élèves des problèmes comportant un triangle rectangle et ce ne sera qu'après qu'on les aura familiarisés aux trois rapports trigonométriques de base qu'on leur présentera des problèmes à résoudre comportant deux triangles rectangles ou plus.

Les solutions de maints problèmes exigent la mesure de segments de droites et d'angles. Lorsque nous utilisons une règle ou un ruban à mesurer pour déterminer la longueur d'un segment, ou que nous nous servons d'un rapporteur d'angle pour mesurer un angle, nous effectuons un mesurage direct. Il est toutefois peu pratique ou impossible dans nombre de situations de mesurer directement ces éléments. Il est par exemple difficile de mesurer directement la hauteur d'un arbre ou la largeur d'une rivière. Il faut souvent trouver les dimensions en question par des moyens indirects. On peut utiliser la fonction tangente pour trouver la dimension pertinente de manière indirecte en se basant sur les longueurs connues de certains segments ou les dimensions connues de certains angles.

On peut utiliser un clinomètre (dispositif semblable à un rapporteur d'angle employé pour mesurer les angles, illustré à droite) pour recueillir des données et mesurer indirectement la hauteur d'un objet.

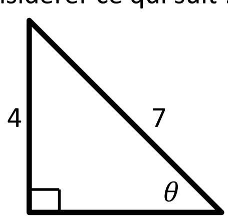


Il s'agirait là d'une excellente occasion de présenter le terme **angle d'élévation**. Ce concept sera revu ultérieurement lorsqu'on exposera formellement les élèves à la résolution de problèmes comportant l'angle d'élévation.

Les élèves peuvent mesurer à l'aide du clinomètre l'angle entre l'horizontale et la ligne de visée du sommet de l'objet. La mesure de la distance horizontale entre l'observateur et l'objet devrait fournir les données nécessaires au calcul de la hauteur de l'objet au moyen de la trigonométrie. Un tel exercice vise à fournir aux élèves la possibilité d'exécuter une tâche et d'acquérir un sens de la nature pratique que peuvent avoir les mathématiques. Pour établir un lien entre l'exercice et le milieu de travail, inviter un arpenteur à venir en classe et à décrire les exigences de son travail, à montrer les outils utilisés au travail et à expliquer et montrer comment il réaliserait une tâche similaire.

Les élèves utiliseront également le terme **angle d'inclinaison**. Il s'agit d'un nouveau terme qui devrait être décrit dans le contexte de la résolution de problèmes. L'angle d'inclinaison est l'angle aigu formé entre une droite horizontale et un segment de droite. Citons à titre d'exemple l'inclinaison d'un toit ou d'un escalier, la pente ou l'inclinaison d'un chemin, et l'inclinaison d'une échelle ou d'un remonte-pente. Les automobilistes, les charpentiers, les cyclistes et les couvreurs, entre autres, devraient bien comprendre ce concept.

Dans certaines situations, l'utilisation des fonctions sinus et cosinus plutôt que de la fonction tangente pourrait représenter considérablement moins de travail. Il faudrait encourager les élèves à déterminer quel rapport trigonométrique peut être utilisé le plus efficacement dans une situation donnée. Considérer ce qui suit :



Pour utiliser la fonction tangente, les élèves devront d'abord déterminer la longueur du côté adjacent au moyen du théorème de Pythagore, puis calculer l'angle manquant. On pourrait toutefois utiliser la fonction sinus plus efficacement pour trouver la valeur de θ, car le sinus est fonction de la longueur du côté opposé et de l'hypoténuse, lesquels sont tous deux fournis.

Pour trouver l'angle manquant, les élèves doivent établir le rapport trigonométrique correct et utiliser la fonction trigonométrique inverse correspondante.

Les élèves résoudront des problèmes comportant l'angle d'élévation (aussi appelé l'angle d'inclinaison) et l'angle de dépression.

Il n'existe pas de lien explicite entre l'angle d'élévation et l'angle de dépression. Même si la dimension de l'angle d'élévation est égale à la dimension de l'angle de dépression, ce rapport ne sera pas traité dans le présent module, car les élèves n'ont pas encore été exposés au théorème des droites parallèles et aux angles internes alternes. Ils pourraient toutefois explorer le rapport en question en comparant les mesures des angles dans un problème donné.

Les élèves utiliseront leurs connaissances des rapports trigonométriques et du théorème de Pythagore pour résoudre des problèmes mettant en situation le triangle rectangle. Ils détermineront les mesures de tous les côtés et angles inconnus dans le triangle. Les élèves devraient être exposés aux situations ci-après :

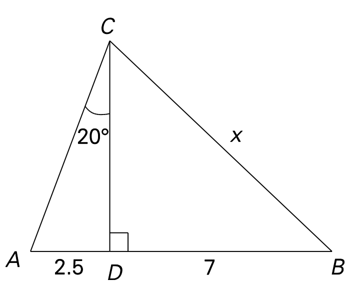
- Trouver les côtés qui restent et l'autre angle aigu d'un triangle rectangle lorsqu'on connait un côté et un angle aigu du triangle.
- Trouver le côté qui reste et les angles d'un triangle rectangle lorsqu'on connait deux côtés.

Les élèves doivent être conscients des variations qui peuvent surgir dans les réponses finales lorsqu'on utilise les valeurs calculées dans les calculs subséquents. Ils ne devraient pas déterminer un angle ou la longueur d'un côté de manière approximative, puis utiliser la valeur approximative établie dans un autre calcul. Une telle approximation d'un angle ou de la longueur d'un côté aboutira à des réponses moins exactes. Encourager les élèves à utiliser l'information fournie dans la mesure du possible.

On s'attend à ce que les élèves résolvent des problèmes mettant en situation deux triangles rectangles ou plus en utilisant une combinaison de rapports trigonométriques et le théorème de Pythagore. On devrait leur présenter des problèmes qui exigent des solutions à plusieurs étapes. Les élèves devront établir une stratégie pour résoudre le problème avant de tenter de le résoudre.

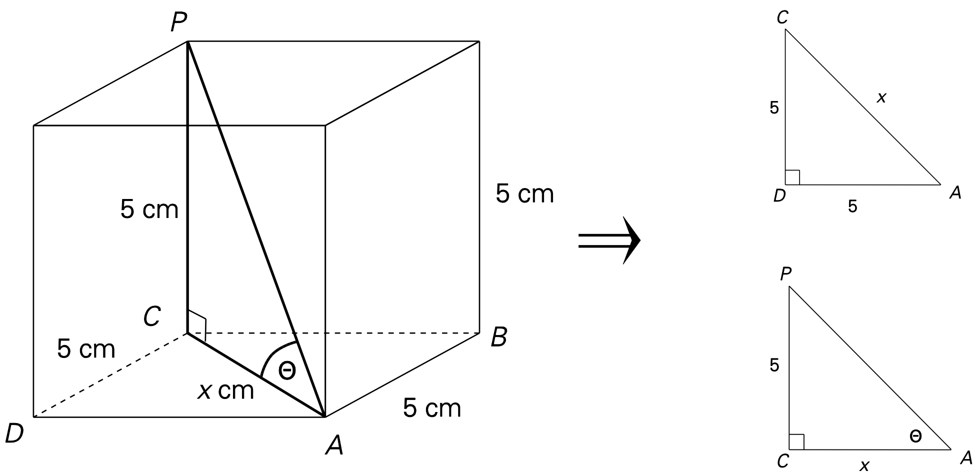
Considérer ce qui suit :

Pour calculer la longueur de $\overline{\mathrm{CB}}$, on utilisera plus d'un triangle. Les élèves devront par conséquent déterminer le triangle avec lequel ils débuteront.



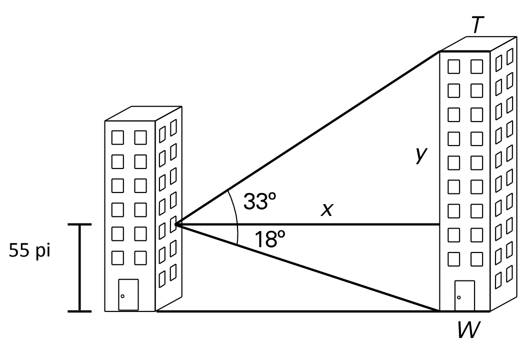
Les élèves doivent reconnaitre qu'ils doivent utiliser *ΔACD* avant *ΔBCD*.

Lors de la résolution de problèmes mettant en situation plus d'un triangle rectangle, les élèves devraient être exposés à des problèmes en trois dimensions. Pour résoudre un tel problème, il est important que les élèves puissent visualiser les triangles rectangles à l'intérieur du schéma. Les élèves peuvent ensuite redessiner les triangles rectangles en deux dimensions et utiliser le rapport trigonométrique pertinent ou appliquer le théorème de Pythagore pour résoudre le problème.



Lorsqu'on utilise un schéma à deux dimensions, il est possible de déterminer la valeur de x dans ΔACD en utilisant le théorème de Pythagore. On peut ensuite utiliser la fonction tangente pour trouver la mesure de θ dans Δ*APC*.

Les élèves devraient résoudre des problèmes comportant des triangles situés sur un même plan ou dans des plans perpendiculaires l'un à l'autre. Par exemple, deux édifices sont séparés par une allée. Joan regarde par une fenêtre à 55 pieds au-dessus du sol dans l'un des édifices. Elle estime que la mesure de l'angle de dépression par rapport à la base du second édifice est de 18˚ et que l'angle d'élévation par rapport à son sommet est de 33˚. Quelle hauteur a le second édifice?



Les élèves devront travailler avec les deux triangles et utiliser la fonction tangente pour déterminer une partie de la hauteur de $\overline{\mathrm{TW}}$.

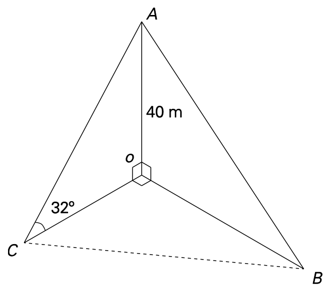
tan 18° = $\frac{55}{x}$

tan 33° = $\frac{y}{x}$

$\overline{\mathrm{TW}} = 55 + y$

Une fois que les élèves ont résolu des problèmes comportant des triangles situés sur le même plan, ils peuvent être exposés à l'utilisation de la trigonométrie pour la résolution de problèmes en considérant des triangles ayant un côté commun situés sur différents plans. Les côtés $\overline{\mathrm{AO}}$, $\overline{\mathrm{BO}}$ et $\overline{\mathrm{CO}}$ dans le schéma ci-dessous sont mutuellement perpendiculaires. On peut utiliser la trigonométrie du triangle rectangle pour déterminer la longueur de $\overline{\mathrm{BC}}$.

Trouver, par exemple, la longueur de $\overline{BC}$ dans le schéma ci-dessous.



***Nota* –** La résolution de problèmes comportant des triangles rectangles qui ne sont pas mutuellement perpendiculaires ne constitue pas un résultat visé dans le présent cours.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage consiste à évaluer ce que les élèves apprennent et comment ils l'apprennent. Elle doit se produire au quotidien dans le cadre de l'enseignement/apprentissage. **L'évaluation de l'apprentissage** consiste à recueillir des renseignements fiables qui permettent de porter un jugement sur le progrès des élèves. Elle doit se faire fréquemment. On utilise diverses approches et divers contextes pour évaluer l'ensemble des élèves, en tant que classe, en groupe et individuellement.

Questions pour guider la réflexion

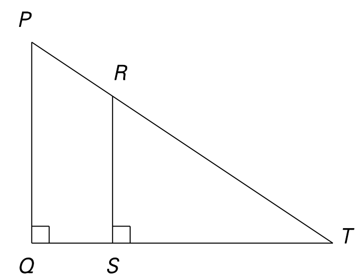
- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d'évaluation avec mes stratégies d'enseignement?

ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

Les élèves pourraient exécuter des exercices comme ceux qui suivent pour que vous puissiez mieux évaluer leurs acquis antérieurs.

- Trier les triangles d'un ensemble de triangles fournis et expliquer en fonction de quels critères ils ont été triés. (Certains devraient être des triangles semblables, d'autres des triangles rectangles, d'autres des triangles isocèles et d'autres des triangles scalènes.) Décrire les diverses catégories de triangles. Trier les triangles semblables. Quelles sont les longueurs des côtés manquantes? Comment les calculez-vous? Utiliser le théorème de Pythagore pour déterminer quels triangles ont des angles droits. Accéder au lien qui suit pour obtenir une version PDF de 24 triangles. (BOWLES, NOBLE et WADE, Inthinking, 2013): http://goo.gl/3aXSZl

- Dans le schéma illustré à droite,
  a) Quels triangles sont semblables? Pourquoi?
  b) Trouver la longueur de $\overline{RS}$ si $\overline{PQ}$ = 8,2 cm, $\overline{QS}$ = 5,3 cm et $\overline{ST}$ = 7,3 cm.



TÂCHES D'ÉVALUATION AVEC L'ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPES/INDIVIDUELLES

Envisager les exemples de tâches et d'activités suivants (pouvant être adaptés) pour l'évaluation au service de l'apprentissage ou pour l'évaluation de l'apprentissage.

- Traiter du rapport existant entre la trigonométrie et les triangles similaires. Comment la trigonométrie a-t-elle été élaborée à partir des triangles similaires? Quels sont les avantages que la trigonométrie offre par rapport à la similarité?

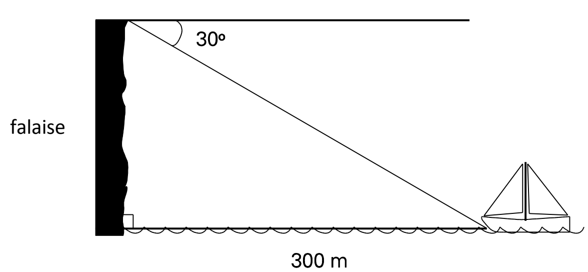
- Vérifier si les deux formules ci-dessous sont équivalentes :

  $\sin\theta = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$ et $\text{hypoténuse} = \dfrac{\text{côté opposé}}{\sin\theta}$

- Créer un problème contextualisé qui pourrait être résolu au moyen de la formule ci-dessous :

  $\cos\theta = \dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$

- L'angle de dépression du sommet d'une falaise à un voilier au-dessous est de 30°. Si le voilier se trouve à 300 m de la falaise, quelle est la hauteur de la falaise?



- Matteo a un emploi d'été avec une entreprise qui construit des pylônes d'antennes. Il doit déterminer la longueur du câble nécessaire pour stabiliser un pylône de 30 m. Le câble doit former un angle de 65° avec le sol. Dessiner un schéma annoté et calculer la longueur du câble nécessaire.

- Soit un ΔABC rectangle en C, $\angle C = 90^o$. La longueur de l'hypoténuse est de 13 cm et celle du côté opposé à l'angle A est de 12 cm.
  a) Quelle est la longueur du côté adjacent à l'angle A?
  b) Quelle est la longueur du côté opposé à l'angle B?
  c) Quelle est la mesure de $\angle BAC$?

- Dessiner (à l'échelle) deux triangles rectangles différents où la tan θ = 0,25.

- Dans un triangle rectangle, la tangente de l'un des angles aigus est de 1. Expliquer le lien existant entre les longueurs des deux cathètes.

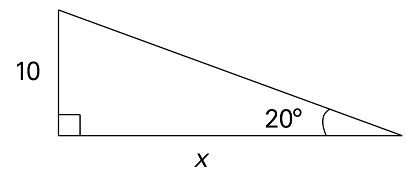
- Soit un triangle rectangle ayant un angle aigu θ, avec tan θ = 1,875. Calculer la longueur du côté opposé à θ si la longueur de son côté adjacent est de 2 000 m.

- Trouver et corriger l'erreur dans le calcul ci-dessous.

$$\tan 20^{\circ} = \frac{x}{10}$$

$$10 \tan 20^{\circ} = x$$

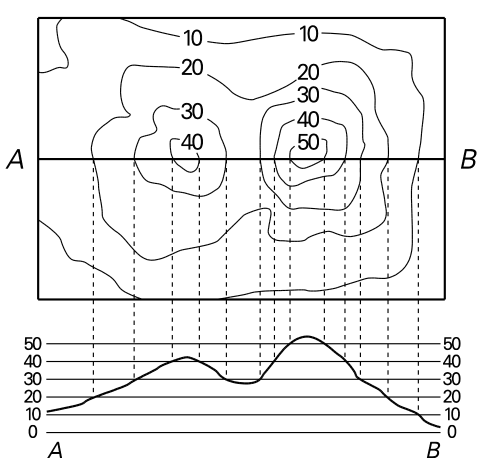
$$3,64 = x$$



- Un rectangle a des dimensions de 20 cm × 30 cm. Déterminer la mesure de l'angle créé par la diagonale et le côté le plus long.

- Deux navires partent d'un point commun. Le navire A navigue sur 3,4 km directement vers l'ouest et le navire B navigue sur 4,5 km plein nord. Décrire comment un canot à moteur quittant le navire A pourrait atteindre la position du navire B en utilisant le chemin le plus direct.

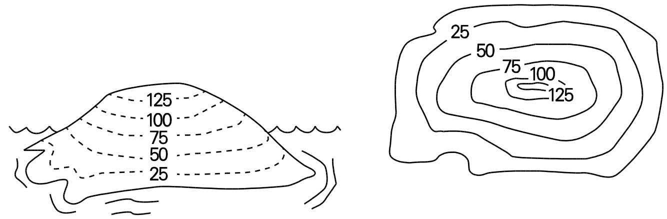
- On utilise souvent des cartes topographiques pour préciser les courbes de niveau d'une étendue de terre. La trigonométrie nous permet de déterminer la déclivité relative d'un sentier ou d'une piste gravissant une montagne. Les randonneurs considèrent généralement qu'un sentier de 15 degrés est un sentier très abrupt et qu'une pente de 30° est une pente de montagne abrupte.



La partie supérieure de cette illustration est une carte en courbes de niveau montrant les collines illustrées dans la partie inférieure. Sur cette carte, la distance verticale entre chaque courbe de niveau est de 10 pieds.

a) Quelle est la colline la plus élevée : la colline A ou la colline B?
b) Quelle est la colline la plus abrupte : la colline A ou la colline B?
c) Combien de pieds d'élévation y a-t-il entre les courbes de niveau?
d) Quelle est la hauteur de la colline A?
e) Quelle est la hauteur de la colline B?
f) Les courbes de niveau sont-elles plus rapprochées les unes des autres sur la colline A ou sur la colline B?

- Calculer l'angle d'inclinaison au point B sur la carte topographique d'une île. Noter que la variation de l'altitude est de 125 m et que la distance de A à B est de 850 m.



- Décrire les valeurs possibles du sinus, du cosinus et de la tangente des angles aigus. Quelle est la différence entre la tangente, d'une part, et le sinus et le cosinus, d'autre part, et comment peut-on expliquer cette différence?

- Lorsque la mesure d'un angle passe de 0 à 90 degrés, la valeur du sinus augmente, mais la valeur du cosinus diminue. Expliquer pourquoi cela se produit.

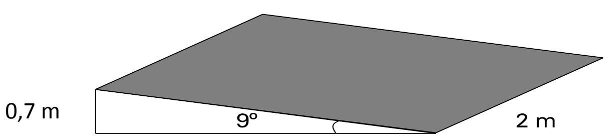
- Évaluer la tangente de 30°, le sinus de 30° et le cosinus de 30°. Que remarquez-vous? Évaluer ces expressions dans le cas d'autres angles aigus pour confirmer votre conclusion.

- Comme devoir, Bern doit construire un triangle rectangle quelconque et déterminer la mesure des angles. Il se rend compte qu'il a une règle et sa calculatrice, mais qu'il a laissé son rapporteur d'angle à l'école. Comment peut-il effectuer son devoir?

- Un carré est inscrit à l'intérieur d'un cercle ayant un diamètre de 6 cm. Déterminer l'aire du carré.

- Un pentagone régulier est inscrit à l'intérieur d'un cercle ayant un rayon de 5 m. Déterminer l'aire du pentagone.

- Camille et ses amis ont construit à l'aide d'un morceau rectangulaire de contreplaqué (région ombrée) une rampe ayant les dimensions citées. Calculer l'aire approximative du morceau de contreplaqué au dixième de mètre carré près.

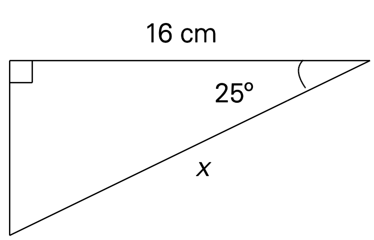


- Repérer l'erreur ou les erreurs dans les calculs ci-dessous. Déterminer la solution correcte et expliquer comment la personne répondant à cette question pourrait facilement avoir découvert qu'il existait une erreur.
  Déterminer la valeur de *x* :

$$\sin 25° = \frac{16}{x}$$

$x = 16(\sin 25°)$

$x = 6{,}8$ cm

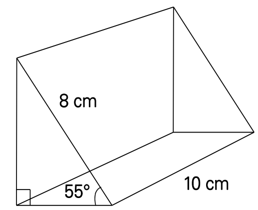


- Tiara allègue qu'il est inutile de connaitre la trigonométrie. Elle fait remarquer que si l'on veut connaitre les longueurs des côtés d'un triangle (ou les mesures des angles), il suffit de les mesurer. Êtes-vous d'accord ou en désaccord avec elle? Expliquer.

- Une maison de ferme de 13 m de hauteur se trouve à 28,0 m d'un arbre. L'angle d'élévation du toit de la maison au sommet de l'arbre est de 30°. Quelle est la hauteur de l'arbre?

- Un pilote entreprend son décollage et effectue une ascension régulière à un angle de 13°. Déterminer la distance horizontale que l'avion aura parcourue lorsqu'il aura grimpé de 5,6 mi le long de son parcours de vol. Exprimer votre réponse au dixième de mille près.

- Calculer le volume et l'aire totale du prisme triangulaire droit illustré à droite.

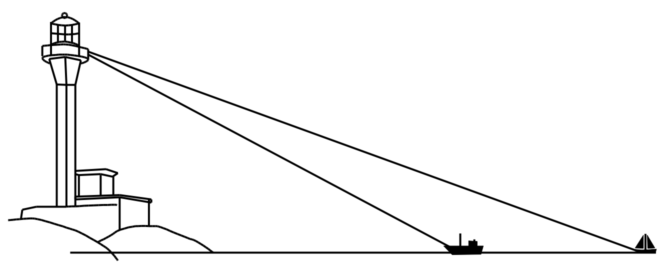


- L'angle de dépression d'un aéronef au commencement de la piste est de 28°. Si l'aéronef se trouve à une altitude de 3 000 m, déterminer la distance entre l'aéronef et le commencement de la piste.

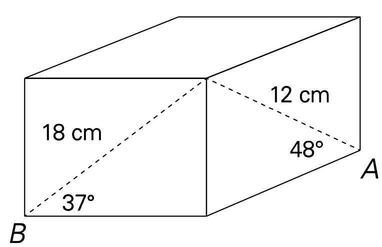
- Malik observe depuis la fenêtre d'un hôtel à 300 pieds au-dessus du niveau de la rue deux édifices qui sont situés directement l'un en face de l'autre. L'angle de dépression de l'édifice le plus proche est de 36° tandis que l'angle de dépression de l'édifice le plus éloigné est de 20°. Déterminer la différence entre leurs hauteurs au mètre près.

- Dans ΔDEF, $\angle DEF = 90°$ et $\angle EDF = 34°$. Déterminer le périmètre du triangle ΔDEF si $\overline{\mathrm{DE}}$ = 12 cm.

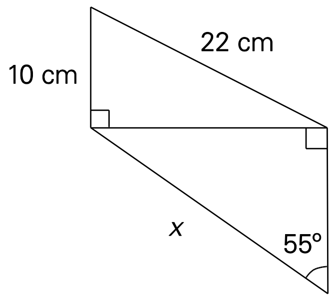
- Un touriste visitant le phare du cap Forchu regarde au loin et aperçoit deux embarcations dans sa ligne de vision : un bateau de pêche à un angle de dépression de 23° et un voilier à un angle de dépression de 9°. Si le touriste se trouve à 33,5 m au-dessus de l'eau, déterminer à quelle distance les deux embarcations se trouvent l'une de l'autre.

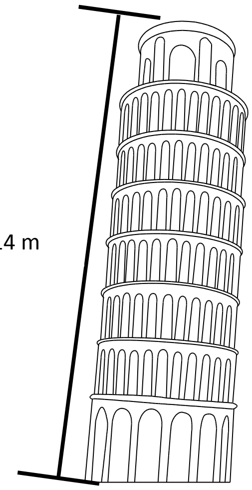


- Déterminer la distance la plus courte entre A et B dans le prisme rectangulaire illustré.



- Déterminer la valeur de *x* dans le schéma ci-dessous.

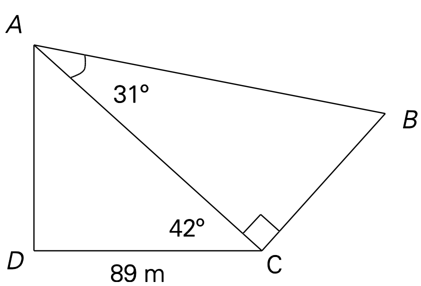




- La Tour penchée de Pise se trouvait à 5,50° de la verticale au cours des années 1990. Le gouvernement italien redoutait qu'elle s'écrase et il a décidé de la redresser un peu pour stabiliser l'ouvrage. Une fois les travaux terminés en 2001, la tour accusait un écart de 3,99° de la verticale. La tour a une longueur latérale de 55,614 m. De combien la tour est-elle plus haute?

- Un phare est situé au sommet d'une falaise. L'angle d'élévation du pied du phare à partir d'un point à 150 m au large est de 25° et l'angle d'élévation du sommet du phare à partir du même point est de 31°. Déterminer la hauteur du phare au dixième de mètre près.

- Déterminer la longueur de $\overline{\mathrm{AB}}$ au dixième de mètre près.



- Un garde forestier dans une tour d'observation de 100 m de hauteur voit un emplacement de camping à un angle de dépression de 20°. Il se tourne ensuite de 90° et aperçoit un incendie à un angle de dépression de 12°. À quelle distance l'incendie se trouve-t-il de l'emplacement de camping?

SUIVI DE L'ÉVALUATION

La preuve d'apprentissage que procurent la participation et le travail des élèves devrait servir à guider l'enseignement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l'enseignement à l'échelle de la classe et auprès de chaque élève?
- De quelle façon peut-on fournir une rétroaction opportune aux élèves?

Planification de l'enseignement

La planification d'un cheminement pédagogique cohérent constitue une partie essentielle d'un programme de mathématiques efficace.

Questions pour guider la réflexion

- Est-ce que la leçon s'inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et possibilités d'apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l'obtention des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?
- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d'apprentissage des élèves?

TÂCHES D'APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Un enseignement efficace doit faire appel à diverses stratégies.

Question pour guider la réflexion

- Comment peut-on utiliser la portée et l'ordre des résultats d'apprentissage pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d'entamer l'enseignement de notions nouvelles?

Envisager les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons quotidiennes.

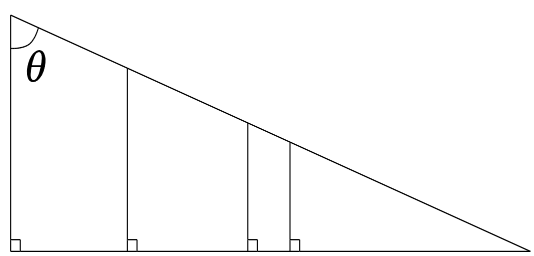
- Pour vous assurer que les élèves comprennent les termes **thêta**, **hypoténuse**, **adjacent** et **opposé**, créer cinq grands triangles rectangles sur le plancher à l'aide de ruban masque, puis diviser votre classe en cinq groupes. Pendant que les élèves se tiennent debout autour des triangles, remettre à chacun des membres des groupes l'un des mots ou symboles suivants : opposé, adjacent, hypoténuse, thêta, θ (symbole de thêta) et un carré de 5 cm × 5 cm.
  - Demander aux élèves d'indiquer l'angle droit à l'aide du carré, puis d'identifier l'hypoténuse.
  - Demander à la personne ayant en main le symbole de thêta de le placer dans l'un des autres angles du triangle. On placera ensuite le mot *thêta* au-dessus de celui-ci pour approfondir l'apprentissage du nouveau terme.
  - L'élève ayant en main la carte *opposé* se rendra ensuite à la carte *thêta* et marchera à travers le triangle pour se rendre au côté *opposé* et il placera sa carte à l'endroit pertinent.
  - On placera ensuite la carte *adjacent* sur le côté voisin de *thêta*.
  - Finalement, demander aux élèves de déplacer la carte *thêta* sur l'autre angle du triangle. Les élèves ayant reçu les termes *opposé* et *adjacent* devront alors se déplacer, mais l'hypoténuse demeurera au même endroit.

- Étude visant à présenter aux élèves la fonction tangente :
  - Demander à chacun des élèves de dessiner un triangle rectangle renfermant un angle de 60° et d'identifier l'angle en inscrivant 60° à l'endroit pertinent. (Vous pourriez avoir besoin de montrer comment on utilise un rapporteur d'angle avant de leur demander de dessiner un angle de 60°.)
  - Une fois que les triangles ont été construits, demander aux élèves d'échanger les triangles entre eux et de mesurer l'angle marqué ainsi que les deux cathètes du triangle.

– Toutes les données devraient être recueillies et compilées dans le tableau ci-dessous.

Mesure de l'angle	Longueur du côté opposé à l'angle	Longueur du côté adjacent à l'angle (ne correspond pas à l'hypoténuse)	Rapport entre la longueur du côté opposé et la longueur du côté adjacent à l'angle

– Distribuer la page à photocopier de l'annexe A.9 comportant quatre triangles rectangles semblables et demander aux élèves de mesurer l'angle θ, la longueur du côté opposé et la longueur du côté adjacent à l'angle θ dans chacun des quatre triangles semblables.



– Les élèves devraient inscrire les dimensions obtenues dans le tableau ci-dessous, puis calculer le rapport entre la longueur du côté opposé à θ et la longueur du côté adjacent à θ.

Mesure de l'angle	Longueur du côté opposé à l'angle	Longueur du côté adjacent à l'angle (ne correspond pas à l'hypoténuse)	Rapport entre la longueur du côté opposé et la longueur du côté adjacent à l'angle

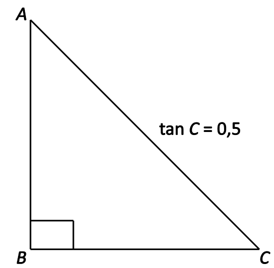
(***Nota –*** Demander aux élèves de conserver cette information, car elle servira ultérieurement à déterminer la longueur de l'hypoténuse ainsi qu'à étudier les fonctions sinus et cosinus.)

– Les élèves devraient noter que même si les longueurs des côtés ne sont pas identiques dans les quatre triangles, le rapport entre les longueurs est identique.

– Avant de fournir un nom à ce rapport (tangente), demander aux élèves de réfléchir à ce qu'il représente.

Le rapport de la tangente se définit ainsi :

$$\text{tangente } \theta = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$$



- Les élèves devraient comprendre le rapport de la tangente, plus précisément en ce qui a trait aux longueurs des côtés. Les élèves devraient par exemple se rendre compte que la longueur de $\overline{\mathrm{AB}}$ dans le schéma illustré ici correspond à la moitié de la longueur de $\overline{\mathrm{BC}}$. Une telle compréhension permettra aux élèves d'évaluer le caractère raisonnable de leurs calculs au moyen de rapports trigonométriques.

- Engager les élèves dans une discussion sur la dimension d'un angle lorsque tan θ = 1. Que peut-on dire des angles d'un triangle rectangle lorsque la tangente est supérieure ou inférieure à 1?

- Si l'on connait les mesures de deux angles d'un triangle, on peut calculer celle du troisième angle, car la somme des angles doit correspondre à 180°. Dans un triangle rectangle, les élèves utiliseront la tangente pour déterminer la valeur de l'angle aigu manquant lorsque seules les longueurs des côtés opposé et adjacent sont fournies. Ils devront à cette fin utiliser l'inverse de la fonction tangente. Il est essentiel de s'exercer à utiliser la calculatrice et les élèves doivent savoir qu'ils doivent travailler dans le mode des degrés.

- Les élèves ont déjà utilisé le théorème de Pythagore en Mathématiques 9 pour trouver la longueur du troisième côté d'un triangle rectangle lorsqu'ils connaissent les longueurs de deux côtés. L'utilisation de la tangente leur permet maintenant de déterminer la longueur d'un côté lorsqu'ils connaissent seulement la longueur d'un côté et la mesure d'un angle aigu.

- Les élèves devraient juger le caractère raisonnable de leurs réponses. Songer à leur poser des questions du genre de celles-ci :
  - Si la tangente est inférieure à 1, le côté opposé devrait-il être plus long ou plus court que le côté adjacent?
  - L'angle aigu devrait-il avoir plus ou moins de 45°?

- Exercice à effectuer pour présenter aux élèves le sinus et le cosinus :
  - Les élèves noteront les données qu'ils auront recueillies au cours de l'activité où ils ont étudié la fonction tangente dans le tableau ci-dessous, puis ils calculeront ou mesureront la longueur de l'hypoténuse et l'inscriront dans la case prévue.

Mesure de l'angle	Longueur du côté opposé	Longueur du côté adjacent	Longueur de l'hypoténuse	Rapport entre les longueurs du côté opposé et de l'hypoténuse	Rapport entre les longueurs du côté adjacent et de l'hypoténuse	Rapport entre les longueurs du côté opposé et du côté adjacent

- Les élèves calculent maintenant le rapport entre la longueur du côté opposé et la longueur de l'hypoténuse ainsi que le rapport entre la longueur du côté adjacent et la longueur de l'hypoténuse.

- Si les données de tous les élèves peuvent être introduites dans un fichier Excel, le programme pourra calculer automatiquement les rapports et les élèves constateront que leurs valeurs sont toutes très similaires sinon identiques à celles recueillies par leurs compagnons de classe. (Expliquer pourquoi les valeurs pourraient différer.)

- Après avoir noté ces rapports constants, les élèves peuvent utiliser des outils technologiques pour calculer sin θ et cos θ, et pour constater qu'il s'agit là des noms attribués aux rapports entre la longueur du côté opposé et la longueur de l'hypoténuse ainsi qu'à la longueur entre le côté adjacent et la longueur de l'hypoténuse.

▪ Les études des triangles semblables aboutissant à la désignation des trois principaux rapports trigonométriques peuvent déboucher sur la description des tables trigonométriques et de la façon dont elles permettent de déterminer la valeur de thêta.

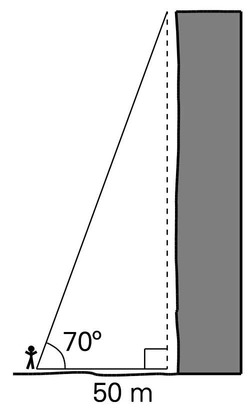
▪ Examiner des questions comme celles qui suivent par rapport aux triangles rectangles.
  - Les longueurs des côtés sont-elles toujours inférieures à la longueur de l'hypoténuse?
  - Le côté le plus court est-il toujours le côté opposé au plus petit angle?

▪ Utiliser quelques-unes des questions ci-dessous pour aider les élèves à mieux comprendre les rapports trigonométriques.
  - Le cosinus d'un angle à l'intérieur d'un triangle rectangle est proche de 1. Quelles sont les valeurs possibles des deux angles aigus du triangle? Quelles pourraient être les longueurs des côtés? Expliquer.
  - Le cosinus d'un angle est supérieur à son sinus. Que vous révèle ce fait au sujet de la mesure de l'angle?
  - Quelles sont les similarités entre le sinus et le cosinus? Quelles sont les différences entre eux?
  - Quelle est la valeur la plus grande possible du sinus? La moins grande? Pourquoi?
  - Quelle est la valeur la plus grande possible du cosinus? La moins grande? Pourquoi?
  - Quelle est la valeur la plus grande possible de la tangente? La moins grande? Pourquoi?
  - Le cosinus d'un angle à l'intérieur d'un triangle rectangle, arrondi au millième près, est de 0,707. Quelles pourraient être les dimensions du triangle?

- Amal affirme que le sinus de l’angle aigu A d’un triangle rectangle ne peut être supérieur au cosinus de l’angle aigu B à l’intérieur du même triangle. Êtes-vous d’accord? Expliquer.

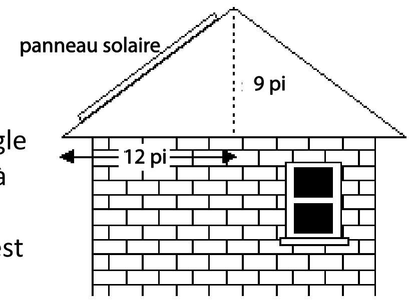
- Démonstration à l’aide de Geometer’s Sketchpad (Key Curriculum, 2013) (Cybergéomètre)
  - Utiliser Geometer’s Sketchpad pour montrer que même si nous pouvons changer les longueurs des côtés, les rapports entre les longueurs des côtés demeureront toujours identiques.
  - Expliquer comment les mesures humaines renferment toujours des erreurs, ce qui explique les divergences dans les calculs effectués plus tôt. L’utilisation d’un programme d’ordinateur comme Geometer’s Sketchpad nous permet d’effectuer les mêmes calculs et mesures avec un degré supérieur d’exactitude.
  - Expliquer aux élèves que les Grecs de l’Antiquité avaient remarqué que ces rapports ne changeaient pas et ils leur avaient en conséquence donné des noms : le sinus, le cosinus et la tangente. Ils ont inscrit les rapports de chaque angle différent dans des tables (montrer aux élèves une table trigonométrique). Nous avons utilisé ces tables jusqu’à l’invention des outils technologiques nous permettant d’enregistrer les tables pour nous et d’extraire les données.

- Poser aux élèves cette question : Comment pourriez-vous utiliser vos connaissances au sujet des rapports trigonométriques pour résoudre le problème qui suit?
  - Joe est pris au bas d’une falaise. Quelle longueur devra avoir la corde dont vous aurez besoin pour le tirer de là?



  - Utiliser les questions qui suivent pour guider les élèves pendant qu’ils résolvent le problème.
    > Voyez-vous le triangle rectangle?
    > Où se trouvent les côtés opposé et adjacent et l’hypoténuse?
    > Quelle longueur de ces trois côtés connaissez-vous? Quel côté essayez-vous de calculer?
    > Quel rapport trigonométrique correspond au rapport entre ces côtés?
    > Inscrire le rapport trigonométrique, en inscrivant les données que vous connaissez.
    > Pouvez-vous simplifier le calcul en utilisant la table trigonométrique dans votre calculatrice?
    > Pouvez-vous ensuite résoudre le problème algébrique qui reste?
    > Repasser une fois encore le processus en créant une série de notes que les élèves peuvent utiliser en guise de référence.

- Demander aux élèves de s’exercer à calculer les longueurs des côtés manquants. Regrouper les élèves par paires. Demander à chaque paire de choisir deux problèmes à résoudre et d’afficher les solutions dans la classe. Demander aux élèves de faire part de leurs solutions à toute la classe.
  - Assurer un suivi à l’exercice au moyen des questions de récapitulation ci-dessous.
    > Comment avez-vous déterminé quel rapport trigonométrique utiliser?
    > Quelle est votre stratégie pour trouver la longueur du côté manquant?
    > Comment savez-vous si vous devez multiplier ou diviser pour obtenir la solution?
    > Comment pouvez-vous utiliser votre calculatrice pour ne pas avoir besoin d’arrondir la solution finale obtenue?

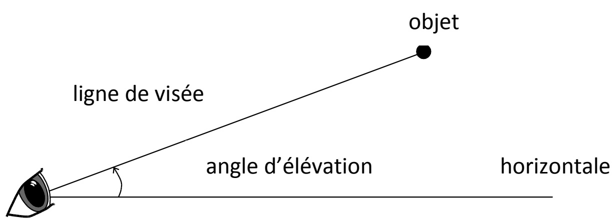


- Poser cette question : Comment pouvez-vous utiliser vos connaissances au sujet des rapports trigonométriques pour résoudre le problème qui suit?
  - Les panneaux solaires orientés vers le sud sur un toit sont plus efficaces lorsque l'angle d'inclinaison du toit – c'est-à-dire l'angle entre le toit et l'horizontale – correspond approximativement à la latitude de la maison. La latitude de Fort Smith, T.N.-O., est d'environ 60°. Déterminer si un tel type de panneaux solaires est le type le plus souhaitable dans le cas de Fort Smith. Justifier votre réponse.
    - > *Suivi :* Que devriez-vous changer dans la conception du toit pour que le panneau solaire fonctionne efficacement? Justifier votre réponse.
  - Utiliser les questions qui suivent pour guider les élèves pendant qu'ils tentent de résoudre le problème.
    - > Voyez-vous le triangle rectangle?
    - > Où se trouvent les côtés opposé et adjacent, et l'hypoténuse?
    - > Quelle est la différence entre cette question et celle que nous venons de faire?
    - > Quelles longueurs des trois côtés connaissez-vous?
    - > Quel rapport trigonométrique est basé sur ces côtés?
    - > Pouvez-vous écrire le rapport trigonométrique à partir des données que vous connaissez?
    - > Comment pouvez-vous utiliser la calculatrice pour trouver l'angle manquant?
  - Passer de nouveau en revue la démarche suivie en créant une série de notes que les élèves peuvent utiliser en guise de référence.

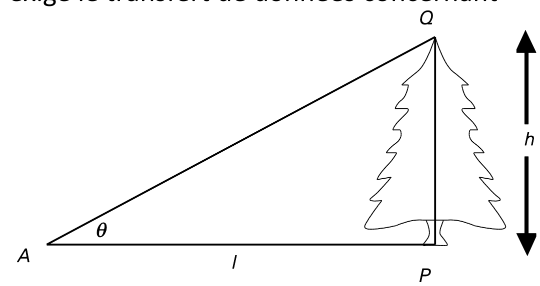
- Demander aux élèves de s'exercer à calculer les mesures d'angles manquantes. Regrouper les élèves par paires. Demander à chaque paire de choisir deux problèmes à effectuer et d'afficher les solutions dans la classe. Demander aux élèves de faire part de leurs solutions à toute la classe.

- Assurer un suivi à l'exercice au moyen des questions de récapitulation qui suivent.
  - Comment avez-vous déterminé quel rapport trigonométrique utiliser?
  - Quelle est votre stratégie pour trouver la mesure de l'angle manquante?
  - Comment savez-vous si votre réponse est raisonnable?

- Les élèves peuvent illustrer leur compréhension de l'angle d'élévation en évoquant des situations du monde réel comportant un angle d'élévation. Par exemple, un enfant se trouvant dans une cabane bâtie dans un arbre pourrait observer un avion et une personne au sol pourrait observer un chat dans l'arbre.

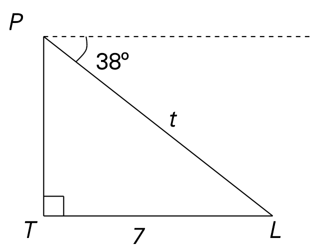


- La résolution des problèmes évoquant l'angle d'élévation exige le transfert de données concernant les distances et les angles dans un triangle rectangle.
  Examiner le problème qui suit :
  - L'angle d'élévation du sommet d'un arbre est de 35° à une distance de 22 pi de l'arbre. Déterminer la hauteur de l'arbre arrondie au pied près. Les élèves utiliseront la tangente et déterminent la hauteur de l'arbre *h*, après avoir substitué θ = 35° et l = 22 pi.



- Le transfert incorrect de données au triangle rectangle correspondant représente une erreur courante lors du travail avec un angle d'élévation. Pour aider les élèves à éviter une telle erreur, leur rappeler que l'angle d'élévation est toujours formé à partir de l'horizontale et qu'il ne l'est jamais à partir de la verticale.

- On résoudra également, quand on travaille avec un triangle, des problèmes évoquant l'angle de dépression. L'angle de dépression est l'angle formé entre l'horizontale et la ligne de visée vers un objet au-dessous de l'horizontale. Le complément de l'angle de dépression permettra de déterminer la mesure inconnue à l'intérieur d'un triangle rectangle. Les élèves pourraient ne pas avoir vu les termes **complément** ou **complémentaire** au cours des années antérieures. Il est en conséquence important de définir ces termes. Considérer l'exercice qui suit :
  - Les élèves trouveront le complément de 38° et utiliseront le sinus pour déterminer la longueur inconnue *t*.



- Les élèves pourraient avoir de la difficulté à déterminer où débuter lorsqu'ils résolvent des triangles rectangles. L'ordre dans lequel les mesures inconnues sont trouvées dépendra du problème à résoudre et du choix personnel de chaque élève. Quelques lignes directrices seraient toutefois utiles. Les élèves devraient
  - esquisser, identifier et insérer toutes les données connues correctement sur le triangle
  - utiliser les données pour choisir le rapport trigonométrique correct ou pour utiliser le théorème de Pythagore
  - appliquer le principe stipulant que la somme des angles d'un triangle totalise 180°

- Les élèves devraient être encouragés à vérifier leur travail. S'ils ont fait appel à la trigonométrie pour déterminer les longueurs des côtés manquantes, le théorème de Pythagore peut leur permettre de vérifier les résultats. Encourager les élèves à s'assurer, lorsqu'ils vérifient les mesures des angles, que la somme des angles totalise 180°. Les élèves devraient également vérifier le caractère raisonnable de leur réponse en s'assurant que l'angle le plus petit, par exemple, est opposé au côté le plus court.

- Utiliser l'angle d'élévation et l'angle de dépression pour créer des problèmes contextualisés.

- Les élèves pourraient explorer des cartes topographiques de leur région pour calculer l'angle moyen d'inclinaison entre deux points.

- Les élèves pourraient examiner l'application de la trigonométrie du triangle rectangle dans la vie réelle, puis créer une affiche illustrant une telle application.

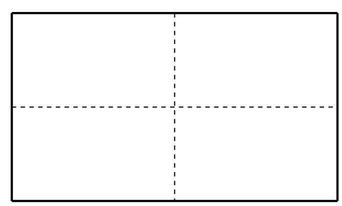
- Aménager quatre stations et demander à des groupes d'élèves de déterminer la hauteur de divers objets au moyen d'un clinomètre, puis de consigner leurs résultats en faisant appel à la trigonométrie. Les objets mesurés pourraient par exemple comprendre la hauteur d'un panier de basketball, la hauteur d'une horloge au mur, la hauteur d'un mur de gymnase et la hauteur d'une porte.

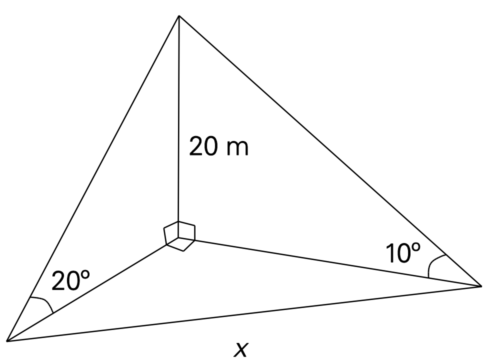
- Se munir de clinomètres et demander aux élèves d'aller à l'extérieur pour déterminer la hauteur d'édifices ou d'arbres élevés au moyen de rapports trigonométriques.

- Travailler avec les élèves pour créer des schémas correctement annotés à partir de problèmes littéraux (habileté que nombre d'élèves ont du mal à maitriser).

- Les élèves pourraient créer un mur de graffiti. Chaque élève dessine un triangle rectangle sur un papillon amovible adhésif, identifie l'angle droit et indique un angle aigu par un astérisque. Les élèves inscrivent également la longueur de l'un ou l'autre des deux côtés. Leur demander d'afficher leurs papillons amovibles au mur. Les élèves choisiront ensuite un papillon amovible autre que le leur et détermineront quel rapport peut être défini. Ils insèreront ensuite le papillon amovible dans la section pertinente du tableau sous *sinus*, *cosinus* ou *tangente*. Les élèves choisiront ensuite un autre papillon amovible et détermineront l'angle indiqué.

- Lorsque les élèves travaillent en trois dimensions, ils pourraient trouver utile de créer des modèles à trois dimensions. Il est possible de le faire simplement en utilisant un morceau de papier, du carton ou une fiche de classement.
  - Plier le morceau de papier ou la carte le long des lignes pointillées comme le montre l'illustration. La découper ensuite le long de l'une des lignes pointillées du bord au centre.
  - Plier la feuille de papier ou la carte pour créer le coin d'une boite. Les longueurs et les angles peuvent ensuite être inscrits aux endroits pertinents comme le montre la figure ci-dessous.





SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'OBJETS À MANIPULER

- clinomètre (il est possible d'en fabriquer à l'aide de carton, d'une paille, d'une ficelle et d'un poids)
- fiches
- rubans à mesurer
- rapporteurs d'angle
- règles
- tables trigonométriques

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Les élèves doivent utiliser avec aise les termes qui suivent.

- côté adjacent
- angle de dépression
- angle d'élévation
- angle d'inclinaison
- complément et complémentaire
- cosinus θ; cos θ
- mesure directe
- hypoténuse
- côté opposé
- triangles semblables
- sinus θ; sin θ
- tangente θ; tan θ
- thêta (θ)
- carte topographique

Ressources/notes

Internet

- L'histoire de la trigonométrie
  http://www.youtube.com/watch?v=wY4CwAhF19g
- Le langage mathématiques et la trigonométrie
  http://www.youtube.com/watch?v=KpM6g2YBGB4
- Trigonométrie de base (KhanAcademy Français)
  http://www.youtube.com/watch?v=VIsgH2P_kT8
- La trigonométrie dans le triangle rectangle
  http://www.youtube.com/watch?v=wY4CwAhF19g
- La trigonométrie dans le triangle rectangle
  http://www.youtube.com/watch?v=OtQoX10mcsA
- Application pour iPad et iPhone, clinomètre (Plaincode, 2012)
  http://plaincode.com/products/clinometer
- PDF de 24 triangles/Teachmathematics.net (BOWLES, NOBLE et WADE, Inthinking, 2013)
  http://goo.gl/3aXSZl

Ressources imprimées

- *Mathématiques 10 : fondements et pré-calcul* (BURGLIND ET COLL., Pearson, 2010)
  - Manuel de l'élève (version papier, version numérique sur DVD et e-textes)
    - > Chapitre 2, sections 1.1-1.3, p. 68-121
  - Ressources destinées à l'enseignant (version papier et version numérique sur DVD)

Logiciel

- Geometer's Sketchpad (Key Curriculum, 2013) (Cybergéomètre)

Notes

L’algèbre et le nombre
55-60 heures

RAG : On s’attend à ce que les élèves acquièrent le raisonnement algébrique et le sens du nombre.

Résultats d’apprentissage spécifiques

Légende des références aux processus

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

AN01 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris les facteurs de nombres entiers positifs en déterminant les facteurs premiers, le plus grand facteur (diviseur) commun, le plus petit commun multiple, la racine carrée et la racine cubique. [C, CE, R]

AN02 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris les nombres irrationnels en représentant, en identifiant et en simplifiant des nombres irrationnels, et en mettant en ordre des tels nombres. [L, CE, R, V]

AN03 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris les puissances à exposants entiers et rationnels. [C, CE, RP, R]

AN04 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris la multiplication d’expressions polynomiales (limitées à des monômes, des binômes et des trinômes) de façon concrète, imagée et symbolique. [L, R, V]

AN05 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris les facteurs communs et la décomposition en facteurs de trinômes de façon concrète, imagée et symbolique. [C, L, R, V]

RAS AN01 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les facteurs de nombres entiers positifs en déterminant les facteurs premiers, le plus grand facteur (diviseur) commun, le plus petit commun multiple, la racine carrée et la racine cubique. [L, CE, R]
[C] Communication **[T]** Technologie **[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation **[L]** Liens **[R]** Raisonnement **[CE]** Calcul mental et estimation

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

AN01.01 Déterminer les facteurs premiers d'un nombre entier positif.
AN01.02 Expliquer pourquoi les nombres 0 et 1 n'ont pas de facteurs premiers.
AN01.03 Déterminer, en ayant recours à diverses stratégies, le plus grand facteur (diviseur) commun ou le plus petit commun multiple d'un ensemble de nombres entiers positifs et expliquer le processus**.**
AN01.04 Déterminer concrètement si un nombre entier positif donné est un carré parfait, un cube parfait ou ni l'un ni l'autre.
AN01.05 Déterminer, en ayant recours à diverses stratégies, la racine carrée d'un carré parfait et expliquer le processus.
AN01.06 Déterminer, en ayant recours à diverses stratégies, la racine cubique d'un cube parfait et expliquer le processus.
AN01.07 Résoudre des problèmes comportant des facteurs premiers, le plus grand diviseur commun, le plus petit commun multiple, des racines carrées ou des racines cubiques.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 8	Mathématiques 10	Mathématiques 11
N1 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les carrés parfaits et les racines carrées, de façon concrète, imagée et symbolique (se limitant aux nombres entiers positifs). **Mathématiques 9** **N05** On s'attend à ce que les élèves sachent déterminer la racine carrée de nombres rationnels positifs qui sont des carrés parfaits.	**AN01** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les facteurs de nombres entiers positifs en déterminant les facteurs premiers, le plus grand facteur (diviseur) commun, le plus petit commun multiple, la racine carrée et la racine cubique.	**RF02** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris le sommet, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image, et l'axe de symétrie. (M11)* **RF01** On s'attend à ce que les élèves sachent décomposer en facteurs des expressions polynomiales de la forme : ▪ $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ ▪ $a^2x^2 - b^2y^2$, $a \neq 0$, $b \neq 0$ ▪ $a(f(x))^2 + b(f(x)) + c$, $a \neq 0$ ▪ $a^2(f(x))^2 - b^2(g(y))^2$, $a \neq 0$, $b \neq 0$ où a, b et c sont des nombres rationnels. (PC11)** **RF05** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant des équations quadratiques. (PC11)**

*M11—Mathématiques 11 ** PC11—Précalcul 11

Contexte

Les élèves ont étudié en Mathématiques 8 les racines carrées de nombres entiers jusqu’à $\sqrt{144}$, notamment les carrés parfaits et les estimations des carrés non parfaits. Ils auront exploré ce genre de relations de façon concrète, imagée et symbolique dans le cas des nombres entiers.

En Mathématiques 9, on a élargi l’étude des racines carrées à la détermination de la racine carrée des nombres rationnels positifs constituant des carrés parfaits – notamment les nombres entiers positifs, les fractions et les décimales – en utilisant les carrés parfaits comme points de repère pour aider les élèves à effectuer des estimations.

Le programme d’études de Mathématiques 10 est axé sur la décomposition en facteurs des nombres positifs à l’aide de diverses stratégies. Le présent RAS sert d’introduction à la décomposition en facteurs, au plus grand facteur commun et plus petit commun multiple. Les élèves utiliseront diverses stratégies, dont la décomposition en facteurs pour déterminer les racines de carrés parfaits et de cubes parfaits.

Les facteurs correspondent aux nombres qui sont multipliés pour l’obtention d’un produit. Par exemple, les facteurs de 12 sont 1, 2, 3, 4, 6 et 12. Factoriser un nombre signifie écrire (exprimer) le nombre sous la forme d’un produit de ses facteurs. Pour factorisez 12, un élève peut écrire 1 × 12, 2 × 6 (6 × 2), 3 × 4 (4 × 3), 2 × 2 × 3. Factoriser complètement un nombre ou fournir la décomposition en facteurs premiers d’un nombre consiste à écrire le nombre sous la forme d’un produit des facteurs premiers. La décomposition en facteurs premiers de 12 est 2 × 2 × 3. Il pourrait s’avérer nécessaire de revoir les nombres premiers, les nombres composés et la décomposition en facteurs premiers avant de présenter les facteurs premiers aux élèves.

Les nombres 0 et 1 n’ont pas de facteurs premiers. Lorsque 1 est divisé par un nombre premier, la réponse n’est jamais un nombre entier positif; 1 n’a en conséquence pas de facteurs premiers. Zéro est divisible par tous les nombres premiers (0 ÷ 2 = 0, 0 ÷ 3 = 0, etc.). Cela semblerait signaler que 0 possèderait un nombre infini de facteurs premiers, mais si 2 constituait un facteur de 0, il en serait de même du nombre 0. Comme la division par zéro est indéfinie, 0 ne possède pas de facteur premier.

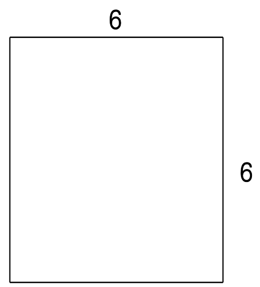
À titre d’exemple d’une décomposition en facteurs premiers, 24 peut être exprimé ainsi sous la forme d’un produit de ses facteurs premiers : $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$, ou $24 = 2^3 \times 3$. Pour éviter la confusion avec la variable x, les élèves devraient également apprendre à utiliser un point pour indiquer la multiplication, par exemple, $24 = 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 3$.

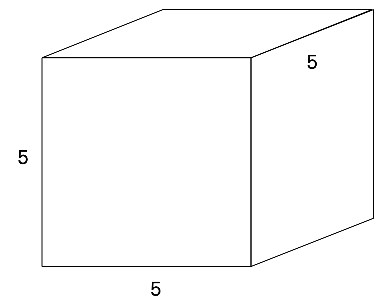
Le produit de deux nombres de valeurs égales constitue le carré de ces nombres. Si les facteurs sont des nombres entiers positifs, le produit sera un carré parfait. À l’opposé, deux facteurs de valeurs égales représentent les racines carrées du carré. Par exemple, 25 est le carré de 5, qu’on exprime sous la forme symbolique $5^2 = 25$, et la racine carrée de 25 est 5, qu’on exprime de façon symbolique sous la forme $\sqrt{25} = 5$.

Nota – Étant donné que $(–5)^2 = 25$, il existe en fait deux solutions à $x^2 = 25$. Si $x^2 = 25$, $x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$.

De même, le produit de trois nombres de valeurs égales correspond au cube de ces nombres. Si les facteurs sont des nombres entiers positifs, le produit sera un cube parfait. À l’opposé, trois facteurs de valeurs égales constituent les racines cubiques du cube. Par exemple, 27 est le cube de 3, qu’on exprime sous la forme symbolique $3^3 = 27$, et la racine cubique de 27 est 3, qu'on exprime de façon symbolique sous la forme $\sqrt[3]{27} = 3$.

Un carré parfait peut être représenté par l'aire d'un carré. La longueur de chaque côté du carré représente la racine carrée de l'aire. Un cube parfait peut être représenté par le volume d'un cube. La longueur de chaque côté du cube correspond à la racine cubique du volume.





Aire = 36 unités carrées
$\sqrt{36} = 6$
36 est un carré parfait
6 est sa racine carrée

Volume = 125 unités cubiques
$\sqrt[3]{125} = 5$
125 est un cube parfait
5 est la racine cubique

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage consiste à évaluer ce que les élèves apprennent et comment ils l'apprennent. Elle doit se produire au quotidien dans le cadre de l'enseignement/apprentissage. **L'évaluation de l'apprentissage** consiste à recueillir des renseignements fiables qui permettent de porter un jugement sur le progrès des élèves. Elle doit se faire fréquemment. On utilise diverses approches et divers contextes pour évaluer l'ensemble des élèves, en tant que classe, en groupe et individuellement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d'évaluation avec mes stratégies d'enseignement?

ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

Les élèves pourraient exécuter des exercices comme ceux qui suivent pour que vous puissiez mieux évaluer leurs acquis antérieurs.

- Le nombre 8 est-il la racine carrée de 16? Pourquoi l'est-il ou ne l'est-il pas?
- Sans utiliser la fonction de la racine carrée d'une calculatrice, déterminez la valeur de $\sqrt{196}$.

TÂCHES D’ÉVALUATION AVEC L’ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPE/INDIVIDUELLES

Envisager les exemples de tâches et d’activités suivants (pouvant être adaptés) pour l’évaluation au service de l’apprentissage ou pour l’évaluation de l’apprentissage.

- Déterminer les dix premieers nombres premiers et expliquer votre stratégie pour trouver ces nombres et pour vous assurer qu’ils constituent des nombres premiers.

- Dessiner un arbre de facteurs de 10, de 60 et de 120 pour en déterminer les facteurs premiers. (Pour approfondir le concept, demander aux élèves de travailler avec des nombres plus grands et les encourager à exprimer les facteurs premiers sous une forme simplifiée. Par exemple, les facteurs premiers de 3 300 sont $2 \bullet 2 \bullet 3 \bullet 5 \bullet 5 \bullet 11$. Cette série de facteurs pourrait être écrite sous la forme $2^2 \bullet 3 \bullet 5^2 \bullet 11$.)

- Expliquer la différence existant entre l’énumération des facteurs d’un nombre et l’énumération des multiples d’un nombre.

- Jouer au jeu ci-dessous.
  - Se regrouper par paires. Chacun de vous tirera deux cartes à jouer (enlever du paquet les cartes à figure) pour créer un nombre à deux chiffres. Le joueur A détermine les facteurs premiers du nombre, puis additionne les facteurs premiers pour déterminer son score. Le joueur B poursuit le jeu de la même manière. Le premier joueur qui atteint 50 points gagne.

- Jouer le jeu ci-dessous.
  - Diviser la classe en deux groupes. Chaque équipe désignera un porte-parole. L’équipe A choisira un nombre au moyen d’une grille de 100 (10 × 10) semblable à celle-ci-dessous. (L’annexe A10 renferme une version à photocopier de cette grille.) On encerclera ensuite le nombre sur la grille et aucune des équipes ne pourra le choisir de nouveau. L’équipe A obtiendra le nombre de points équivalant au nombre choisi. L’équipe B obtiendra un nombre de points équivalant à la somme de tous les facteurs du nombre cités par l’équipe B, à l’exclusion du nombre lui-même, n’ayant pas déjà été cités. On encercle ensuite sur la grille le nombre de points ayant été attribués aux équipes et aucune des équipes ne pourra choisir ces nombres de nouveau. Par exemple, si l’équipe A choisit 50, on encerclera le nombre 50 sur la grille et l’équipe A obtiendra 50 points; l’équipe B citerait idéalement les nombres 1, 2, 25, 5 et 10. Si l’équipe B cite tous les nombres et qu’aucun n’a été choisi auparavant, elle se verra attribuer 1 + 2 + 25 + 5 + 10 points ou 43 points. Le cas échéant, l’équipe A remporte 7 points au cours de ce coup. Au fur et à mesure que le jeu progresse et que d’autres nombres sont choisis, les stratégies deviennent plus complexes. L’équipe ayant le plus de points une fois que tous les nombres ont été choisis gagne.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- Exprimer chacun des nombres ci-dessous sous la forme d’un produit de ses facteurs premiers.
  a) 12
  b) 28
  c) 63

- Déterminer le plus grand facteur commun (PGFC) (aussi appelé le plus grand commun diviseur PGCD) de chaque paire de nombres.
  a) 15, 20
  b) 16, 24
  c) 28, 42

- Ernest s’est exercé au cours de la classe de mardi à déterminer le PGFC de deux nombres entiers. Son amie Anja lui demande si elle peut déterminer le PGFC de chaque paire de monômes. Erin décide de faire un essai. Expliquer comment elle pourrait trouver le PGFC de chacune des paires ci-dessous.
  a) $4a$, $6a$
  b) $2x^2$, $3x$
  c) $12abc$, $3abc$
  d) $9mn^2$, $8mn$
  e) $6x^2y^2$, $9xy$

- Écrire 729 sous la forme d’un produit de facteurs premiers. Déterminer s’il s’agit d’un carré parfait ou d’un cube parfait en regroupant les facteurs premiers.
  [***Nota –*** $729 = 3 \bullet 3 \bullet 3 \bullet 3 \bullet 3 \bullet 3$. Les facteurs premiers peuvent être regroupés sous la forme $(3 \bullet 3 \bullet 3)(3 \bullet 3 \bullet 3)$ pour l’obtention du carré de 27, ou ils peuvent être regroupés sous la forme $(3 \bullet 3)(3 \bullet 3)(3 \bullet 3)$ pour l’obtention du cube de 9. Le nombre 729 est à la fois un carré parfait et un cube parfait.]

- Des crayons sont vendus en paquets de dix. Des gommes à effacer sont vendues en paquets de 12. Jason veut acheter le plus petit nombre possible de crayons et de gommes à effacer de manière à avoir exactement le même nombre de crayons que de gommes à effacer. Combien de paquets de crayons et de paquets de gommes à effacer Jason devra-t-il acheter?

- Un tour de piste correspond à 440 mètres. Un coureur peut réaliser un tour en huit minutes et un autre peut en réaliser un en six minutes. Combien de tours faudra-t-il aux deux coureurs pour qu'ils arrivent à leur point de départ ensemble s'ils partent au même moment et maintiennent leur vitesse respective?

- Quelle est la longueur du côté d'une parcelle carrée de terrain ayant une aire de 1 764 m^2?

- Si le volume d'un cube est de 125 cm^3, quelle est la longueur de chaque arête?

- Un aquarium ayant la forme d'un cube a un volume de 216 m^3. Son fond et ses quatre faces sont en verre, mais il est dépourvu de dessus. Les arêtes sont renforcées tout au long au moyen d'angles de fer. Quelle est l'aire des plaques de verre nécessaires? Quelle est la longueur des angles de fer nécessaires?

- Un prisme à base rectangulaire droit mesure 9 po × 8 po × 24 po. Quelles sont les dimensions d'un cube ayant le même volume?

- Déterminer la racine cube de 3 375 de diverses manières. Vous pourriez le faire en utilisant notamment la décompsition en facteurs premiers, au moyen de points de repère et à l'aide d'une calculatrice.

- Un cube a un volume de 2 744 cm^3. Quelle est la longueur de la diagonale de ce cube (la distance à travers le cube d'un sommet au sommet opposé)?

- Le plus petit nombre entier constituant à la fois un carré parfait et un cube parfait est le nombre 1. Déterminer le plus petit nombre entier suivant constituant à la fois un carré parfait et un cube parfait, et expliquer votre stratégie.

SUIVI DE L'ÉVALUATION

La preuve d'apprentissage que procurent la participation et le travail des élèves devrait servir à guider l'enseignement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l'enseignement à l'échelle de la classe et auprès de chaque élève?
- De quelle façon peut-on fournir une rétroaction opportune aux élèves?

Planification de l’enseignement

La planification d’un cheminement pédagogique cohérent constitue une partie essentielle d’un programme de mathématiques efficace.

Questions pour guider la réflexion

- Est-ce que la leçon s’inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d’apprentissage dans l’enseignement?
- Quelles activités et possibilités d’apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l’obtention des résultats d’apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu’ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?
- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d’apprentissage des élèves?

TÂCHES D’APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Un enseignement efficace doit faire appel à diverses stratégies.

Question pour guider la réflexion

- Comment peut-on utiliser la portée et l’ordre des résultats d’apprentissage pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d’entamer l’enseignement de notions nouvelles?

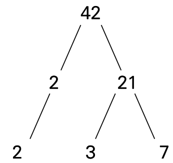
Envisager les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons quotidiennes.

- *Carrés parfaits*
  - Pour vérifier les connaissances actuelles des élèves et vous assurer qu’ils comprennent la relation existant entre un nombre carré et la forme d’un carré, utiliser des géoplans et des élastiques ou du papier quadrillé à 1 cm et demander aux élèves s’ils peuvent tracer un carré d’une aire donnée. Par exemple, demander aux élèves s’ils peuvent dessiner sur le papier quadrillé ou construire sur le géoplan un carré ayant une aire de 269 cm^2. Prendre soin d’inclure des exemples d’aires ne constituant pas des carrés parfaits.

- *Cubes parfaits*
  - Pour vérifier les connaissances actuelles des élèves et vous assurer qu’ils comprennent la relation existant entre un nombre cubique et la forme d’un cube, utiliser des cubes emboitables et leur demander s’ils peuvent construire un cube d’un volume donné. Demander par exemple aux élèves s’ils peuvent construire un cube ayant un volume de 12 cm^3. Prendre soin d’inclure des exemples de volumes ne constituant pas des cubes parfaits.

- *Décomposition en facteurs*
  - Les élèves devraient apprendre diverses façons de trouver les facteurs premiers d’un nombre entier positif, notamment utiliser des arbres de facteurs et la division répétée par les facteurs premiers.
  - Il faudrait encourager les élèves à utiliser des schémas, des objets à manipuler (comme des jetons), des arbres de facteurs et des calculatrices pour résoudre des problèmes.

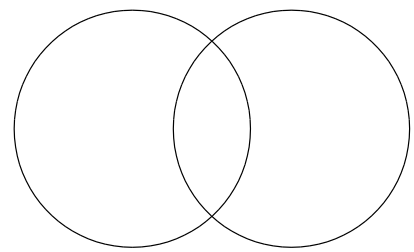
Arbre de facteurs

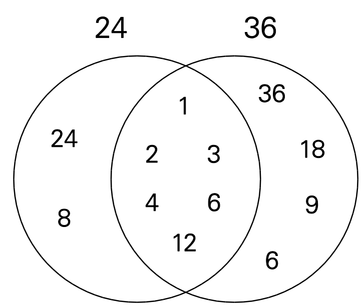


Objets à manipuler

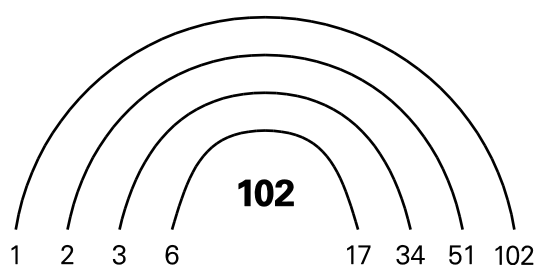
Regrouper 42 jetons ou cubes emboitables en deux groupes de 21, puis subdiviser chaque groupe de 21 en trois groupes de 7. Comme les groupes ne peuvent pas être subdivisés davantage, la décomposition en facteurs premiers serait 2 • 3 • 7.

- *Plus grand facteur commun (PGFC)*
  - Les élèves devraient explorer diverses façons de trouver le plus grand facteur commun (PGFC) de deux nombres ou plus. Dans le cas de deux nombres, une façon de déterminer le PGFC consiste à définir les facteurs premiers communs aux deux nombres, puis à calculer le produit de ces facteurs. Par exemple, dans le cas de 60 et 24, 60 = 2 • 2 • 3 • 5 et 24 = 2 • 2 • 2 • 3. La multiplication des facteurs communs donne 2 • 2 • 3 = 12; 12 constitue donc le PGFC de 60 et de 24.
  - Vous pouvez utiliser un diagramme de Venn pour demander aux élèves de déterminer le plus grand facteur commun. Pour ce faire, les élèves
    - > inscriraient un nombre qu’ils souhaitent factoriser au-dessus du cercle de gauche (les élèves pourraient par exemple inscrire « 24 » au-dessus du cercle)
    - > inscriraient le deuxième nombre qu’ils souhaitent factoriser au-dessus du cercle de droite (ils pourraient par exemple inscrire « 36 » au-dessus du cercle de droite)
    - > inscriraient tous les facteurs de 24 à l’intérieur du cercle identifié « 24 » et tous les facteurs de 36 à l’intérieur du cercle identifié « 36 », insérant les facteurs communs aux deux nombres à l’intérieur de l’intersection des deux cercles (dans cet exemple 1, 2, 3, 4, 6 et 12 constituent des facteurs communs)
    - > concluraient que le PGFC correspondrait au plus grand nombre commun (dans ce cas, il s’agirait de 12)





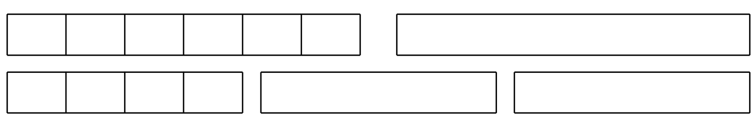
  - Si les élèves éprouvent de la difficulté à décomposer en facteurs un nombre, vous pourriez essayer d’utiliser les faits de division pour déterminer tous les facteurs du nombre, puis inscrire les facteurs sous la forme d’un arc-en-ciel, ou dresser une liste des facteurs.



Décomposition en facteurs de 102
1 × 102
2 × 51
3 × 34
6 × 17

Les facteurs de 102 sont 1, 102, 2, 51, 3, 34, 6 et 17.

- *Plus petit commun multiple (PPCM)*
  - Il faudrait également encourager les élèves à explorer diverses façons de trouver le multiple le plus petit que deux nombres ou plus ont en commun (plus petit commun multiple ou PPCM). Une façon de déterminer le PPCM consiste à comparer les multiples de chaque nombre jusqu’à ce qu’on découvre un multiple commun. Par exemple, les multiples de 6 sont 6, 12, 18, 24, 30 et les multiples de 10 sont 10, 20, 30. Le premier multiple qu’ils ont en commun est 30, de sorte qu’il s’agit du PPCM.
  - Une fois que les élèves comprennent le concept du PPCM au moyen de modèles et de nombres modestes, élargir l’exercice en leur demandant de trouver le PPCM de gros nombres au moyen d’autres méthodes, comme l’énumération des nombres et de leurs multiples jusqu’à ce que le même multiple apparaisse dans toutes les listes. Par exemple, dans le cas des nombres 18, 20 et 30 le PPCM est 180, nombre qui représente le premier multiple figurant dans les trois listes :
    Multiples de 18 : 18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, **180**, ...
    Multiples de 20 : 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, **180**, …
    Multiples de 30 : 30, 60, 90, 120, 150, **180**, ...
  - Demander aux élèves d’utiliser des cubes d’unités emboitables pour créer des multiples de deux ou plusieurs nombres dont ils déterminent le PPCM. Lorsque les chaines auront une longueur égale, ils auront trouvé le PPCM. Si, par exemple, on considère les nombres 6 et 4, deux sections de 6 ont la même longueur que trois sections de 4. Le PPCM des deux nombres est par conséquent 12. Un tel exercice fournira aux élèves une image visuelle des mécanismes conceptuels de l’opération de détermination du PPCM.



- *Racines carrées et cubiques*
  - Dans le cas des gros nombres, utiliser la décomposition en facteurs premiers pour déterminer les racines carrées et les racines cubiques. Par exemple, après que les élèves ont déterminé les facteurs premiers du nombre, leur demander de vérifier s’ils peuvent constituer des groupes égaux de racines carrées ou de racines cubiques, comme le montrent les exemples ci-dessous.

    $54 : 2 \times 27 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$

    $\sqrt{54} = \sqrt{2 \times 3 \times 3^2} = \sqrt{3^2}\,\sqrt{2 \times 3} = 3\sqrt{6}$

    $54 : 2 \times 27 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$

    $\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{2 \times 3^3} = \sqrt[3]{3^3}\,\sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2}$

  - Pour prolonger l’exercice, demander aux élèves de faire la même chose au moyen de nombres aux racines quatrièmes et cinquièmes.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D’OBJETS À MANIPULER

- carreaux de couleur
- jetons
- géoplans et élastiques
- cubes emboitables
- diagrammes de Venn

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Les élèves doivent utiliser avec aise les termes qui suivent.

- racine cubique
- plus grand facteur commun (PGFC) ou plus grand commun diviseur (PGCD)
- plus petit commun multiple (PPCM)
- facteurs premiers
- racine carrée

Ressources/notes

Internet

- Les nombres premiers
  http://www.youtube.com/watch?v=Y0t164och00
- Décomposition d'un nombre en nombres premiers
  http://www.youtube.com/watch?v=Bizg33ttvQ8
- Le PGCD et le PPCM
  http://www.youtube.com/watch?v=kfvqpW2PmQA
- Problèmes avec le PPCM et le PGCD
  http://www.youtube.com/watch?v=FzkJNL7NbVY
- Les secrets du PGCD et du PPCM
  http://www.youtube.com/watch?v=nlGL9HVvwZo
- Les racines carrées
  http://www.youtube.com/watch?v=FnvvPG4N_q4

Ressources imprimées

- *Mathématiques 10 : fondements et pré-calcul* (BURGLIND ET COLL., Pearson, 2010)
  - Manuel de l'élève (version papier, version numérique sur DVD et e-textes)
    - Chapitre 3, sections 3.1 et 3.2, p. 132-149
    - Chapitre 4, section 4.1, p. 204-206
  - Ressources destinées à l'enseignant (version papier et version numérique sur DVD)

Notes

RAS AN02 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris les nombres irrationnels en représentant, en identifiant et en simplifiant des nombres irrationnels, et en mettant en ordre des tels nombres. [L, CE, R, V]

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d’indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d’apprentissage spécifique correspondant.

AN02.01 Trier un ensemble de nombres en nombres rationnels et irrationnels.
AN02.02 Déterminer une valeur approximative d’un nombre irrationnel donné.
AN02.03 Déterminer, à l’aide de diverses stratégies, l’emplacement approximatif de nombres irrationnels sur une droite numérique et expliquer le raisonnement suivi.
AN02.04 Mettre en ordre, sur une droite numérique, un ensemble de nombres irrationnels.
AN02.05 Exprimer, sous forme simplifiée, un radical donné sous forme composée (mixte) (limité aux radicandes numériques).
AN02.06 Exprimer, sous forme entière, un radical donné sous forme composée (mixte) (limité aux radicandes numériques).
AN02.07 Expliquer, à l’aide d’exemples, la signification de l’indice d’un radical.
AN02.08 Représenter, à l’aide d’un organisateur graphique, la relation parmi les sous-ensembles des nombres réels (entiers naturels, nombres positifs, entiers, nombres rationnels, nombres irrationnels).

Portée et ordre des résultats d’apprentissage

Mathématiques 9	Mathématiques 10	Mathématiques 11
N03 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris les nombres rationnels en comparant et en ordonnant des nombres rationnels ainsi qu’en résolvant des problèmes comportant des opérations arithmétiques sur de nombres rationnels. **N05** On s’attend à ce que les élèves sachent déterminer la racine carrée de nombres rationnels positifs qui sont des carrés parfaits. **N06** On s’attend à ce que les élèves sachent déterminer une racine carrée approximative des nombres rationnels positifs qui ne sont pas des carrés parfaits.	**AN02** On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris les nombres irrationnels en représentant, en identifiant et en simplifiant des nombres irrationnels, et en mettant en ordre de tels nombres.	**RF02** On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris les caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris le sommet, les coordonnées à l’origine, le domaine et l’image, et l’axe de symétrie. (M11)* **AN02** On s’attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant des opérations impliquant des radicaux numériques et algébriques. (PC11)** **AN03** On s’attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant des équations contenant des radicaux (limité aux racines carrées). (PC11)**

* M11—Mathématiques 11 ** PC11—Précalcul 11

Contexte

Les élèves ont déjà calculé des rapports et travaillé avec des nombres entiers, des décimales et des fractions au secondaire premier cycle. En Mathématiques 9, ils ont vu les opérations au moyen de fractions négatives et le concept des nombres rationnels. Les nombres rationnels sont des nombres pouvant être écrits sous la forme de fractions, de rapports ou de nombres décimaux à développement limité ou périodique.

En Mathématiques 10, on présente aux élèves le concept des nombres irrationnels, c'est-à-dire les nombres ne pouvant être écrits sous la forme d'une fraction. Lorsque de tels nombres sont exprimés sous forme de nombres décimaux, ceux-ci sont apériodiques ou à dévelopement illimité. Les élèves détermineront la relation existant entre les nombres irrationnels et les nombres naturels non nuls strictement positifs, les nombres naturels, les nombres entiers relatifs, les nombres rationnels et les nombres réels. Ils emploieront ensuite diverses stratégies (mis à part l'utilisation d'une calculatrice) pour estimer les valeurs des nombres irrationnels et pour les situer sur une droite numérique.

Les ensembles de nombres naturels strictement positifs (N*), de nombres naturels ou entiers positifs (N) et de nombres entiers relatifs (Z) sont des ensembles discrets et ils ne comprennent pas de fractions ou de décimales ne pouvant être réduites pour l'obtention d'un nombre naturel strictement positif, naturel ou entier relatif.

- Ensemble de nombres naturels non nuls ou strictement positifs N* (1, 2, 3, 4, 5, …)
- Ensemble de nombres naturel N (0, 1, 2, 3, 4, ...)
- Ensemble de nombres entiers relatifs Z (... –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, ...)

L'ensemble des nombres rationnels (Q) comprend tous les nombres pouvant être écrits sous la forme du quotient de deux nombres entiers. Cela englobe tous les nombres des ensembles de nombres naturels strictement positifs, naturels et entiers relatifs (voir les notations ensemblistes ci-dessus) ainsi que les nombres décimaux périodiques ou à développement fini.

Voici des exemples de nombres rationnels :

$$\sqrt[3]{27} = 3, \quad \frac{15}{3}, \ \frac{-3}{1}, \qquad \frac{1}{6} = 0{,}16, \qquad 1\frac{1}{4} = 1{,}25, \qquad \frac{2}{7} = 0{,}285714285714$$

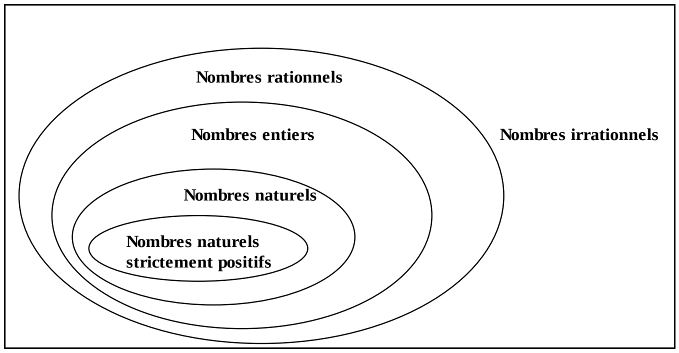
L'ensemble de nombres irrationnels $(\overline{\mathrm{Q}})$ est composé de nombres accompagnés de décimales apériodiques ou à développement infini.

Voici des exemples de nombres irrationnels

π = 3,1415926535897...
$\sqrt{2}$ = 1,141421356237…
nombre d'or = 1,16180339887...
$\sqrt{99}$ = 9,949874371066...

L’ensemble des nombres réels (R) comprend tous les nombres rationnels et tous les nombres irrationnels.

Les nombres réels



Lorsque les nombres irrationnels sont écrits sous la forme d’un radicande, on peut les distinguer par le fait qu’il s’agit des nombres dont le radicande ne constitue pas un carré parfait, un cube parfait ni un multiple parfait de l’indice. Exemples :

Nombres irrationnels	Nombres rationnels
$\sqrt{60} = \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 5} = \sqrt[2]{15}$	$\sqrt{121} = \sqrt{11 \times 11} = 11$
$\sqrt{10} = \sqrt{2 \times 5}$	$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2} = 2$
$\sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3 \times 3}$	$\sqrt[4]{81} = \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3} = 3$

Dans le cas du radical $\sqrt[a]{b}$, *b* est le radicande et *a* est l’indice.

Les radicaux entiers ont un coefficient numérique de 1. Exemples : $\sqrt[3]{16}, \sqrt{200}$.

Les radiaux mixtes ont un coefficient numérique autre que 1. Exemples : $4\sqrt{3}, 3\sqrt[3]{2}$.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d’évaluation

L’évaluation au service de l’apprentissage consiste à évaluer ce que les élèves apprennent et comment ils l’apprennent. Elle doit se produire au quotidien dans le cadre de l’enseignement/apprentissage. **L’évaluation de l’apprentissage** consiste à recueillir des renseignements fiables qui permettent de porter un jugement sur le progrès des élèves. Elle doit se faire fréquemment. On utilise diverses approches et divers contextes pour évaluer l’ensemble des élèves, en tant que classe, en groupe et individuellement.

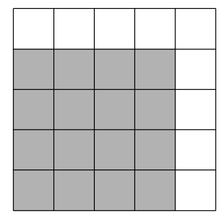
Questions pour guider la réflexion

- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l’apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d’évaluation avec mes stratégies d’enseignement?

ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

Les élèves pourraient exécuter des exercices comme ceux qui suivent pour que vous puissiez mieux évaluer leurs acquis antérieurs.

- Inscrire les nombres qui suivent dans l'ordre sur une droite numérique : 35, -0,666, 0,5, –5, 8.
- Déterminer un nombre rationnel se situant entre 4,6 et 4,7 et un autre se situant entre 3,08 et 3,09.
- Il reste à Mia les $\frac{2}{3}$ de son gâteau d'anniversaire. Si elle découpe le reste en quatre morceaux égaux, quelle fraction du gâteau chaque morceau représentera-t-il?
- Entre quels deux nombres entiers $\sqrt{15}$ se situe-t-il?
- Repérer les erreurs commises dans chacune des situations ci-après :
  $\sqrt{16} = 8$ et $\sqrt{0{,}036} = 0{,}6$
- Déterminer quels nombres et racines carrées peuvent être représentés au moyen de la grille ci-contre si l'ensemble du carré représente 1.

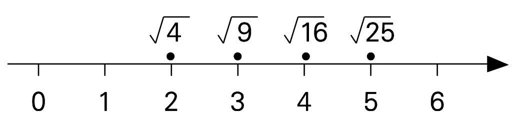


TÂCHES D'ÉVALUATION AVEC L'ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPE/INDIVIDUELLES

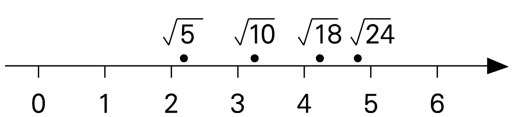
Envisager les exemples de tâches et d'activités suivants (pouvant être adaptés) pour l'évaluation au service de l'apprentissage ou pour l'évaluation de l'apprentissage.

- Guider les élèves dans l'exécution d'une série d'exercices avec droite numérique visant à parfaire leur compréhension des carrés parfaits, des carrés non parfaits et des radicaux entiers et mixtes. L'activité aidera les élèves à voir le rapport existant entre les valeurs numériques et les expressions radicales.

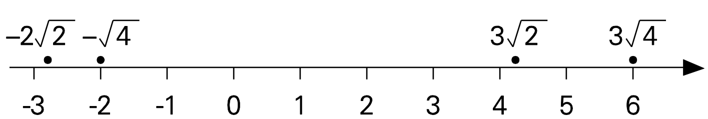
  1re étape



  2e étape



  3e étape



- Insérer divers nombres rationnels et irrationnels dans trois enveloppes, en vous assurant que chaque enveloppe renferme toute une variété de nombres rationnels et irrationnels. Demander ensuite aux élèves de situer ces valeurs en ordre sur une droite numérique. Il faudrait accroitre le niveau de difficulté dans chaque enveloppe successive.

  Premier ensemble : $\sqrt{25}, -3, -1{,}5, \frac{1}{4}, \sqrt{4}, -1\frac{1}{3}$
  Deuxième ensemble : $\pi, \sqrt{\frac{1}{9}}, -\sqrt{25}, 1{,}321698345\ldots, \frac{4}{7}, -\frac{3}{8}, -\sqrt{10}$
  Troisième ensemble : $\sqrt{18}, 3\sqrt{2}, -1\frac{1}{7}, \sqrt[4]{81}, -2{,}876143792\ldots$

- Créer un jeu du genre du jeu télévisé *Jeopardy* qui incite les élèves à travailler avec tous les ensembles de nombres – naturels strictement positifs, nturels, entiers relatifs, rationnels, irrationnels et réels.

- Expliquer le sens de chacun des nombres ci-dessous :

  a) $\sqrt[3]{8}$ b) $\sqrt[4]{81}$ c) $\sqrt[5]{32}$

- Sungjoo a manqué une classe et il ne sait pas comment déterminer la valeur approximative d’un nombre irrationnel. Expliquer dans vos propres termes à Sungjoo comment le faire.

- On a fourni à Dean une liste de différents radicaux. Il veut déterminer s’il est possible de les représenter au moyen d’un nombre rationnel ou irrationnel, puis il doit déterminer l’emplacement approximatif de chacun sur une droite numérique. Décrire une méthode qu’il peut utiliser et justifier votre raisonnement.

- Monter une corde à linge à travers le tableau blanc pour représenter une droite numérique. Établir avec l’aide de toute la classe divers points de repère. Remettre à chaque élève une carte comportant une expression d’une valeur irrationnelle. L’élève épinglera la carte le long de la droite numérique, puis devra pouvoir expliquer pourquoi il a placé la carte à cet endroit.

- Neela a simplifié $\sqrt{200}$ en $2\sqrt{50}$, pensant qu’il s’agissait de la forme radicale la plus simple de l’expression. Neela a-t-elle raison? Expliquer.

  Nota – Guider les élèves pour qu’ils effectuent cette conversion

  $\sqrt{200} = \sqrt{4 \times 50} = 2\sqrt{50} = 2\sqrt{25 \times 2} = 2 \times 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

  ou

  $\sqrt{100 \times 2} = \sqrt{10^2} \times \sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

- Les élèves pourraient jouer aux jeux ci-dessous :
  - Les élèves travaillent par paires. Remettre aux élèves une série de cartes renfermant des paires qui représentent des radicaux mixtes et des radicaux entiers équivalents. Toutes les cartes devront être placées face contre table. Le premier élève retourne deux des cartes pour trouver des cartes ayant des nombres de valeurs égales. S’il obtient une paire, il enlève les cartes et joue

de nouveau. Si les cartes retournées ne forment pas une paire, il les retourne à l’envers et le tour de jouer passe à quelqu’un d’autre. Le joueur ayant accumulé le plus de paires à la fin de la partie gagne.

– Les élèves pourraient travailler en groupes de trois ou de quatre. Remettre à chaque groupe un ensemble de cartes. Chaque carte comportera un radical mixte différent. Les membres du groupe travailleront ensuite ensemble pour trier les cartes des plus élevées aux plus petites. Le premier groupe qui aura trié les cartes dans le bon ordre remporte la compétition.

SUIVI DE L’ÉVALUATION

La preuve d’apprentissage que procurent la participation et le travail des élèves devrait servir à guider l’enseignement.

Questions pour guider la réflexion
- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l’évaluation?
- Quelle a été l’efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l’enseignement à l’échelle de la classe et auprès de chaque élève?
- De quelle façon peut-on fournir une rétroaction opportune aux élèves?

Planification de l’enseignement

La planification d’un cheminement pédagogique cohérent constitue une partie essentielle d’un programme de mathématiques efficace.

Questions pour guider la réflexion
- Est-ce que la leçon s’inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d’apprentissage dans l’enseignement?
- Quelles activités et possibilités d’apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l’obtention des résultats d’apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu’ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?
- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d’apprentissage des élèves?

TÂCHES D’APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Un enseignement efficace doit faire appel à diverses stratégies.

Question pour guider la réflexion

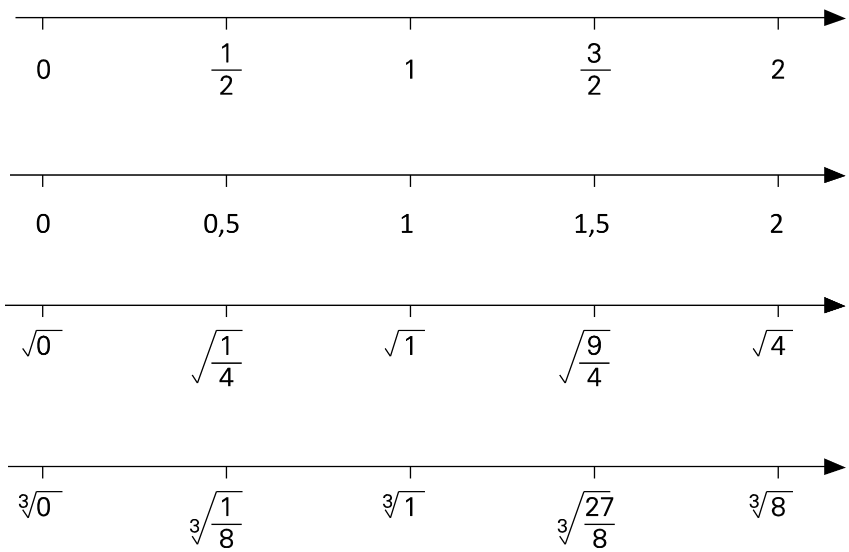
- Comment peut-on utiliser la portée et l’ordre des résultats d’apprentissage pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d’entamer l’enseignement de notions nouvelles?

Envisager les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons quotidiennes.

- Demander aux élèves d’insérer tous les types de nombres rationnels (fractions, entiers, décimales, nombres positifs et radicaux ayant un carré parfait) sur une droite numérique.

- Demander aux élèves de trier un mélange de nombres rationnels et irrationnels au sein de leurs catégories respectives. Encourager les élèves à convertir les nombres décimaux en fractions et vice versa lorsqu’ils exécutent cet exercice.

- L’utilisation de droites numériques doubles, triples ou quadruples peut s’avérer extrêmement utile pour l’établissement d’équivalences entre divers modes de représentation des nombres. Voir l’exemple ci-dessus.



- Demander aux élèves de placer des nombres irrationnels sur une droite numérique en utilisant des points de repère. Les élèves devraient par exemple pouvoir facilement situer $\sqrt{9}$ et inscrire à proximité $\sqrt{10}$.

- Pour vérifier la compréhension des élèves, leur fournir une liste de nombres irrationnels déjà inscrits sur une droite numérique, parmi lesquels certains auront été incorrectement placés. Demander aux élèves de repérer les erreurs et d’expliquer comment ils en sont arrivés à leur conclusion. L’enseignant pourra conclure que les élèves comprennent bien les radicaux lorsqu’ils feront preuve de leur capacité de convertir les radicaux mixtes en radicaux entiers et d’effectuer la conversion inverse. Différentes méthodes peuvent être utilisées, par exemple :

  Conversion de radicaux mixtes en radicaux entiers

  $4\sqrt{3} = \sqrt{4 \times 4 \times 3} = \sqrt{48}$

  $3\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{3\bullet3\bullet3}\bullet\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{27}\bullet\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{27\bullet2} = \sqrt[3]{54}$

Conversion de radicaux entiers en radicaux mixtes

$\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{8\bullet 2} = 2\sqrt[3]{2}$

$\sqrt{200} = \sqrt{2\bullet 2\bullet 2\bullet 5\bullet 5} = \sqrt{(2\bullet 2)\bullet 2\bullet (5\bullet 5)} = 2\bullet 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'OBJETS À MANIPULER

- droites numériques
- diagrammes de Venn

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Les élèves doivent utiliser avec aise les termes qui suivent.

- coefficient
- radical entier
- indice
- nombres irrationnels
- radical mixte ou composé
- radicande
- nombres rationnels
- nombres réels
- forme radicale la plus simple

Ressources/notes

Internet

- Les ensembles des nombres
  http://www.youtube.com/watch?v=3czOuCxLwkg
- Comparaison des différents ensembles
  http://www.youtube.com/watch?v=3czOuCxLwkg
- Reconnaitre les nombres irrationnels
  http://www.youtube.com/watch?v=DHR9T-VPnfE
- Les nombres irrationnels
  http://www.youtube.com/watch?v=1E86aST5EmA
- Situer un nombre irrationnel sur une droite numérique
  http://www.youtube.com/watch?v=Fyvb3ce6lu8
- Les différents types de nombres
  http://www.youtube.com/watch?v=UglQjZZeUHo
- Les racines carrées
  http://www.youtube.com/watch?v=FnvvPG4N_q4

Ressources imprimées

- *Mathématiques 10 : fondements et pré-calcul* (BURGLIND ET COLL., Pearson, 2010)
  - Manuel de l'élève (version papier, version numérique sur DVD et e-textes)
    - > Chapitre 4, section 4.1, 4.2 et 4.3 p. 202-221

- Ressources destinées à l’enseignant (version papier et version numérique sur DVD)

Notes

RAS AN03 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les puissances à exposants entiers et rationnels. [C, L, RP, R]			
[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CE]** Calcul mental et estimation

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

AN03.01 Expliquer, à l'aide de régularités, pourquoi $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, $a \neq 0$.

AN03.02 Expliquer, à l'aide de régularités, pourquoi $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$, $n > 0$.

AN03.03 Appliquer les lois des exposants suivants à des expressions ayant des bases rationnelles et variables, des exposants entiers et rationnels, et expliquer le raisonnement.

$(a^m)(a^n) = a^{m+n}$

$a^m \div a^n = a^{m-n}, a \neq 0$

$(am)^n = a^{mn}$

$(ab)^m = a^m b^m$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$

AN03.04 Exprimer des puissances ayant des exposants rationnels sous la forme d'un radical et vice versa, quand *m* et *n* sont des entiers naturels et *x* est un nombre rationnel.

$x^{\frac{m}{n}} = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^m = \left(\sqrt[n]{x}\right)^m$ et $x^{\frac{m}{n}} = \left(x^m\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$

AN03.05 Résoudre un problème faisant appel aux lois des exposants ou des radicaux.

AN03.06 Repérer et corriger les erreurs survenues dans la simplification d'une expression comportant des puissances.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 9	Mathématiques 10	Précalcul 11
N01 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les puissances ayant des bases qui sont des nombres entiers (excluant le 0) et des exposants qui sont des nombres positifs en ▪ représentant des répétitions de multiplication à l'aide de puissances ▪ utilisant des régularités pour démontrer qu'une puissante ayant l'exposant de zéro est égale à 1 ▪ résolvant des problèmes comportant des puissances **N02** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les opérations comportant les puissances ayant des bases qui sont des nombres entiers (excluant zéro) et des exposants qui sont des nombres positifs.	**AN03** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les puissances à exposants entiers et rationnels.	**AN02** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant des opérations impliquant des radicaux numériques et algébriques. **AN03** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant des équations contenant des radicaux (limité aux racines carrées).

Contexte

En Mathématiques 9, les élèves ont étudié les concepts des exposants, des bases et des puissances. Ils ont également acquis une certaine compréhension des puissances à bases entières et des exposants à nombres naturels. Les élèves ont exploré les lois généralisées des exposants en utilisant des éléments numériques et en s'attardant sur l'ordre des opérations. L'enseignant a abordé des notions communément mal comprises, comme $6^5 + 6^2 \neq 6^7$, $(2^3)^2 \neq 2^5$, $(5^3 \times 5^4) \neq 5^{12}$.

Par mesure d'uniformité et pour favoriser la compréhension, rappelons aux enseignants qu'ils doivent poursuivre la pratique adoptée en Mathématiques 9 de l'utilisation d'expressions comme « six à l'exposant quatre » ou « six à la quatrième » au lieu de « six à la puissance quatre ».

Il sera probablement nécessaire de revoir les cinq lois des exposants (9N02) avant d'amorcer le présent résultat. Exposer les élèves à des séries de questions illustrant la régularité sur laquelle repose la règle, comme le décrivent les tâches d'apprentissage suggérées qui suivent.

En Mathématiques 10, les élèves exploreront le sens des exposants entiers (comme 6^{-3}) et des exposants rationnels (comme $8^{\frac{2}{3}}$), tout en élargissant l'exploration des régularités pour expliquer les bases et les exposants négatifs et fractionnaires [comme $(-8)^{\frac{1}{3}}, \left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$].

Il faudrait limiter les exposants rationnels aux numérateurs et aux dénominateurs constituant des nombres naturels strictement positifs [$x^{\frac{m}{n}}$, m, n $\in \mathrm{N}^*$ (1, 2, 3, 4, 5, ...)]. On établira un lien entre les exposants rationnels et les radicaux, et vice versa. Par exemple, $4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4}$, $27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27}$,
$3^{\frac{4}{2}} = (3^4)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{3^4} = \sqrt{3^4}$.

Les élèves établiront un lien clair entre les bases numériques et les exposants (comme 2^4, 8^2) ainsi qu’entre les bases littérales et les exposants (comme x^4, 8^n) afin de définir, puis d’appliquer les lois des exposants aux bases et aux exposants littéraux.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d’évaluation

L’évaluation au service de l’apprentissage consiste à évaluer ce que les élèves apprennent et comment ils l’apprennent. Elle doit se produire au quotidien dans le cadre de l’enseignement/apprentissage. **L’évaluation de l’apprentissage** consiste à recueillir des renseignements fiables qui permettent de porter un jugement sur le progrès des élèves. Elle doit se faire fréquemment. On utilise diverses approches et divers contextes pour évaluer l’ensemble des élèves, en tant que classe, en groupe et individuellement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l’apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d’évaluation avec mes stratégies d’enseignement?

ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

Les élèves pourraient exécuter des exercices comme ceux qui suivent pour que vous puissiez mieux évaluer leurs acquis antérieurs.

- Expliquer pourquoi $(-2)^4 \neq -2^4$.
- Expliquer au moyen d’une régularité pourquoi $3^0 = 1$.
- Déterminer, sans utiliser de calculatrice, la valeur de chacune des expressions qui suivent : 3^4, $(-2)^4$, 5^0, $2^3 \bullet 2^5$, $3^4 \bullet 9$.
- La calculatrice de Morgan est brisée et Mongan veut calculer $\frac{16\,384}{32}$.

  Expliquer comment Morgan peut simplifier $\frac{16\,384}{32}$ en utilisant la table des puissances de 2.

2^1	2	2^8	256
2^2	4	2^9	512
2^3	8	2^{10}	1 024
2^4	16	2^{11}	2 048
2^5	32	2^{12}	4 096
2^6	64	2^{13}	8 192
2^7	128	2^{14}	16 384

TÂCHES D'ÉVALUATION AVEC L'ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPE/INDIVIDUELLES

Envisager les exemples de tâches et d'activités suivants (pouvant être adaptés) pour l'évaluation au service de l'apprentissage ou pour l'évaluation de l'apprentissage.

- Décrire la régularité à l'intérieur de la suite 1, 4, 27, 256, ... et trouver les deux nombres qui suivent.

- Une expérience scientifique révèle que le nombre de bactéries dans une boite de Pétri doublera chaque heure. Si la boite renferme 1 000 bactéries après huit heures, combien en y aura-t-il après
  a) 9 h b) 11 h c) 14 h

- Repérer et expliquer les erreurs dans les énoncés ci-dessous :
  - Premier ensemble (exposants de nombres naturels)
    a) $4^3 + 4^2 = 4^5$
    b) $\frac{x^6}{x^3} = x^2$
    c) $(10^2)^5 = 10^7$
    d) $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{8}$
    e) $(x - y)^3 = 3x - 3y$
    f) $3^5 \times 3^2 = 3^{10}$
    g) $5^3 \div 5^4 = \frac{3}{4}$
  - Deuxième ensemble (exposants entiers relatifs)
    a) $a^4 \bullet a^{-2} = a^{-8}$
    b) $b^{-10} \div b^5 = b^{-5}$
    c) $(c^{-3})^2 = c^{-1}$
    d) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{-4}{-6}$

– Troisième ensemble (exposants rationnels)

a) $2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{4}}$

b $3^{\frac{3}{4}} \div 3^{\frac{1}{4}} = 3^{3}$

c) $\left(4^{\frac{2}{5}}\right)^{2} = 4^{2\frac{2}{5}}$

d) $\left(5^{\frac{1}{2}}\right)^{2} = 5^{2\frac{1}{2}}$

Nota – Les trois ensembles marquent une progression du premier au troisième du niveau de difficulté des énoncés faciles aux énoncés difficiles.

- Remplir les éléments vides pour rendre l’énoncé vrai.

a) $5^{-2} = \frac{\square}{\square}$

b) $6^{\square} = \frac{1}{6^{2}}$

c) $\square^{-6} = \frac{1}{10^{6}}$

d) $4^{-x} = \frac{1}{\square}$

Nota – Il faut placer les cases de réponse à divers endroits pour approfondir la compréhension.

- Utiliser la table de valeurs pour calculer les énoncés qui suivent :

a) $\frac{1}{256} \times 16\,384$

b) $8192 \times \frac{1}{64}$

c) $\frac{1}{64} \times \frac{1}{32}$

d) $32 \div \frac{1}{8}$

e) $\dfrac{16\,384 \times \frac{1}{64}}{\frac{1}{8} \times 64}$

$2^{-10} = \frac{1}{1024}$	$2^{-5} = \frac{1}{32}$	$2^{0} = 1$	$2^{5} = 32$	$2^{10} = 1024$
$2^{-9} = \frac{1}{512}$	$2^{-4} = \frac{1}{16}$	$2^{1} = 2$	$2^{6} = 64$	$2^{11} = 2048$
$2^{-8} = \frac{1}{256}$	$2^{-3} = \frac{1}{8}$	$2^{2} = 4$	$2^{7} = 128$	$2^{12} = 4096$
$2^{-7} = \frac{1}{128}$	$2^{-2} = \frac{1}{4}$	$2^{3} = 8$	$2^{8} = 256$	$2^{13} = 8192$
$2^{-6} = \frac{1}{64}$	$2^{-1} = \frac{1}{2}$	$2^{4} = 16$	$2^{9} = 512$	$2^{14} = 16\,384$

- Calculer les expressions ci-dessous en substituant les valeurs fournies

a) $5x^{4} + 6xy$ si $x = 2$, $y = 3$

b) $(2x)^{2}$ si $x = 4$

c) $(t + s)^{-3}$ si $t = 2$, $s = 4$

- Indiquer si les énoncés ci-dessous sont *toujours vrais*, *quelquefois vrais* ou s'ils ne sont *jamais vrais*. Justifier votre réponse.
  - La valeur d'une puissance à exposant négatif est inférieure à 0.
  - La valeur d'une puissance à base fractionnaire est inférieure à 1.
  - Deux puissances ayant 0 comme exposant ont la même valeur.

- Durant un examen, trois élèves calculent $2^{-2} \times 2^0$ comme suit :

  Hana : $2^{-2} \times 2^0 = 4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$

  Zuri : $2^{-2} \times 2^0 = 2^0 = 1$

  Michel : $2^{-2} \times 2^0 = 4^0 = 1$

  - Repérer les erreurs commises par les élèves.
  - Déterminer la réponse juste, puis justifier votre réponse en expliquant chaque étape.

- Expliquer, en travaillant en paires, comment calculer les puissances comme $(-3)^{-2}$ et -3^{-2}. Comparer vos réponses avec d'autres groupes, puis les comparer avec l'ensemble de la classe.

- Un conteneur cubique d'entreposage à un volume 24,453 m^3. Quelles sont les dimensions du conteneur au dixième près?

- L'aire (*A*) de la face d'un cube correspond à $A = V^{\frac{2}{3}}$ où *V* représente le volume du cube. Si V = 64 cm^3, déterminer la valeur de *A*.

- La valeur d'une voiture (*V*) correspond à l'équation $V = 32\,000\,(0{,}85)^{T/2}$ où *T* représente l'âge du véhicule. Calculer la valeur de la voiture après cinq ans.

- L'expression $-32^{\frac{2}{5}}$ égale-t-elle à $(-32^{\frac{2}{5}})$? Expliquer votre raisonnement.

- Créer un jeu de société faisant appel aux lois des exposants.

- Créer une affiche pour la classe ou un dépliant en papier décrivant les lois des exposants traités à l'intérieur du présent module.

- Créer une carte de bingo unique pour un bingo d'exposants. Distribuer une carte de bingo vide à chaque élève. L'enseignant choisira au préalable diverses expressions évoquant des lois des exposants qu'il aimerait que les élèves simplifient. Déposer les expressions en question dans un sac et écrire les expressions simplifiées au tableau. Demander aux élèves d'inscrire l'une des expressions simplifiées dans chaque case. La case du centre sera une case « donnée ». Tirer ensuite une expression du sac. Les élèves simplifieront alors l'expression, détermineront sa valeur sur leur carte et la rayeront. La première personne obtenant une ligne droite ou les quatre coins gagne, ou encore la première personne obtenant un X ou un T sur la carte de bingo.

SUIVI DE L'ÉVALUATION

La preuve d'apprentissage que procurent la participation et le travail des élèves devrait servir à guider l'enseignement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l’évaluation?
- Quelle a été l’efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l’enseignement à l’échelle de la classe et auprès de chaque élève?
- De quelle façon peut-on fournir une rétroaction opportune aux élèves?

Planification de l’enseignement

La planification d’un cheminement pédagogique cohérent constitue une partie essentielle d’un programme de mathématiques efficace.

Questions pour guider la réflexion

- Est-ce que la leçon s’inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d’apprentissage dans l’enseignement?
- Quelles activités et possibilités d’apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l’obtention des résultats d’apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu’ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?
- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d’apprentissage des élèves?

TÂCHES D’APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Un enseignement efficace doit faire appel à diverses stratégies.

Question pour guider la réflexion

- Comment peut-on utiliser la portée et l’ordre des résultats d’apprentissage pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d’entamer l’enseignement de notions nouvelles?

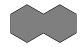
Envisager les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons quotidiennes.

- Demander aux élèves de formuler les lois des exposants au moyen d’un exercice à l’aide de jetons. Un jeton représente la quantité initiale avant le doublage, c.-à-d. la quantité ayant été doublée ou triplée zéro fois.

Nombre de jetons après leur doublage un certain nombre de fois	0	1	2	3	4	5	…	Nombre de jetons après leur triplage un certain nombre de fois	0	1	2	3	4	5	…
Nombre de jetons	1	2	4					Nombre de jetons	1	3	9				
Nombre exprimé sous la forme de 2^n	2^0	2^1	2^2					Nombre exprimé sous la forme 3^n	3^0	3^1	3^2				

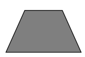
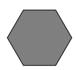
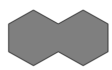
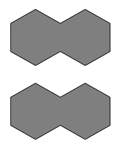
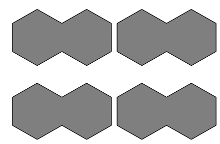
On peut élargir l'exercice en procédant à la multiplication par un certain autre facteur.

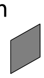
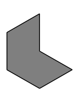
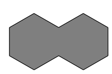
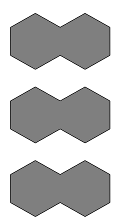
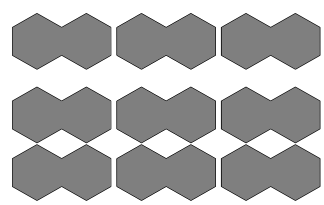
- Demander aux élèves d'utiliser des blocs ractionnairs ou des bandes fractionnaires pour obtenir le résultat lorsque l'exposant est un entier négatif.

  Noter que les élèves doivent comprendre que le bloc-forme  représente 1.

  Dans le tableau ci-dessous, un bloc-forme hexagonale double représente la quantité initiale avant le doublage; il a par conséquent été doublé ou triplé zéro fois.

  Mise en garde – Pour étudier les modes de représentation qui suivent, il pourrait être préférable de débuter par un tableau ne comportant que des nombres positifs dans la rangée supérieure. Une fois que les élèves auront exploré et compris les exposés positifs, on pourra explorer les exposants négatifs et les ajouter au tableau.

Nombre de fois où l'expression est doublée	**–2**	**–1**	**0**	**1**	**2**
Blocs-formes après leur doublage un certain nombre de fois.					
Nombre exprimé sous la forme 2^n	$2^{-2} = \frac{1}{4}$	$2^{-1} = \frac{1}{2}$	$2^0 = 1$	$2^1 = 2$	$2^2 = 4$

Nombre de fois où l'expression est triplée	**–2**	**–1**	**0**	**1**	**2**
Blocs-formes après leur triplage un certain nombre de fois	Ne peut être représenté au moyen d'un bloc-forme  sans que le losange ne soit subdivisé en tiers.				
Nombre exprimé sous la forme 3^n	$3^{-2} = \frac{1}{9}$	$3^{-1} = \frac{1}{3}$	$3^0 = 1$	$3^1 = 3$	$3^2 = 9$

Noter que les élèves doivent comprendre que la bande fractionnaire représente 1. Dans le tableau ci-dessous, la bande fractionnaire représente la quantité initiale avant le doublage (elle a été doublée zéro fois).

Nombre de fois où l'expression est doublée	**–2**	**–1**	**0**	**1**	**2**
Bandes fractionnaires après leur doublage un certain nombre de fois.					
Nombre exprimé sous la forme de 2^n	$2^{-2} = \frac{1}{4}$	$2^{-1} = \frac{1}{2}$	$2^0 = 1$	$2^1 = 2$	$2^2 = 4$

Au lieu d'utiliser des bandes fractionnaires, les enseignants pourraient utiliser un autre objet rectangulaire pouvant être subdivisé en rectangles plus petits pour l'illustration du concept. Le rectangle original représenterait 1. Les élèves pourraient subdiviser leur modèle pour représenter 2^{-1}, 2^{-2}, 2^{-3} or 3^{-1}, 3^{-2}, 3^{-3}, etc. On pourrait demander aux élèves de déterminer toutes les expressions pouvant être représentées au moyen de ce modèle sans qu'il soit subdivisé en morceaux plus petits que les carrés prédéterminés. On pourrait également demander aux élèves quels types d'objets constitueraient de bons choix pour cet exercice et comment ils prendraient une telle décision.

Après que les élèves auront utilisé divers objets à manipuler pour explorer les exposants négatifs, l'enseignant peut utiliser les régularités pour présenter les exposants négatifs. Les élèves devraient en premier lieu suivre la progression de la régularité à bases entières. On peut ensuite élargir l'exercice à une règle générale des lois des exposants en utilisant des expressions littérales.

Revue de Mathématiques 9	$\frac{2^4}{2^2} = 2^2$	$\frac{2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2}{2 \bullet 2} = 2^2$	$\frac{2}{2} \bullet \frac{2}{2} \bullet 2 \bullet 2 = 1 \bullet 1 \bullet 4 \bullet$	$\frac{16}{4} = 4$
	$\frac{2^4}{2^3} = 2^1$	$\frac{2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2}{2 \bullet 2 \bullet 2} = 2^1$	$\frac{2}{2} \bullet \frac{2}{2} \bullet \frac{2}{2} \bullet 2 = 1 \bullet 1 \bullet 1 \bullet 2$	$\frac{16}{8} = 2$
	$\frac{2^4}{2^4} = 2^0$	$\frac{2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2}{2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet} = 2^0$	$\frac{2}{2} \bullet \frac{2}{2} \bullet \frac{2}{2} \bullet \frac{2}{2} = 1 \bullet 1 \bullet 1 \bullet 1$	$\frac{16}{16} = 1$
Nouvelles notions de Mathématiques 10	$\frac{2^4}{2^5} = 2^{-1}$	$\frac{2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2}{2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2} = 2^{-1}$	$\frac{2}{2} \bullet \frac{2}{2} \bullet \frac{2}{2} \bullet \frac{2}{2} \bullet \frac{1}{2} = 1 \bullet 1 \bullet 1 \bullet 1 \bullet \frac{1}{2}$	$\frac{16}{32} = \frac{1}{2}$

- Utiliser les tableaux d'exemples pour montrer aux élèves qu'ils peuvent employer les connaissances qu'ils possèdent déjà pour trouver l'information manquante. Par exemple, $2^{-3} = 1/2^3 = \frac{1}{8} = 0{,}125$.

- En guise d'introduction aux exposants négatifs, il faudrait fournir aux élèves la possibilité de découvrir la régularité que présentent les exposants rationnels. L'observation de la régularité devra précéder l'enseignement direct.

Revue de Mathématiques 9	$9^3 \bullet 9^3$	$= (9 \bullet 9 \bullet 9)\ (9 \bullet 9 \bullet 9)$	$= 9^{3+3}$	$= 9^6$	$= 729 \bullet 729$	$= 531\ 441$
	$8^3 \bullet 8^3$	$= (8 \bullet 8 \bullet 8)\ (8 \bullet 8 \bullet 8)$	$= 8^{3+3}$	$= 8^6$	$= 512 \bullet 512$	$= 262\ 144$
	$9^2 \bullet 9^2$	$= 9 \bullet 9 \bullet 9 \bullet 9$	$= 9^{2+2}$	$= 9^4$	$= 81 \bullet 81$	$= 6\ 561$
	$8^2 \bullet 8^2$	$= 8 \bullet 8 \bullet 8 \bullet 8$	$= 8^{2+2}$	$= 8^4$	$= 64 \bullet 64$	$= 4\ 096$
	$9^1 \bullet 9^1$	$= 9 \bullet 9$	$= 9^{1+1}$	$= 9^2$	$= 9 \bullet 9$	$= 81$
	$8^1 \bullet 8^1$	$= 8 \bullet 8$	$= 8^{1+1}$	$= 8^2$	$= 8 \bullet 8$	$= 64$
Nouvelles notions de Mathématiques 10	$9^{½} \bullet 9^{½}$	$= \sqrt{9} \bullet \sqrt{9}$	$= 9^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}$	$= 9^1$	$= 3 \bullet 3$	$= 9$
	$8^{1/3} \bullet 8^{1/3} \bullet 8^{1/3}$	$= \sqrt{8} \bullet \sqrt{8} \bullet \sqrt{8}$	$= 8^{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}$	$= 8^1$	$= 2 \bullet 2 \bullet 2$	$= 8$

- Créer dans la classe des centres comportant des expressions mathématiques évoquant les lois des exposants. Les élèves participeront à une activité de roulement les amenant à circuler d'un centre à l'autre pour repérer et corriger les erreurs.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'OBJETS À MANIPULER

- jetons
- bandes fractionnaires
- blocs-formes

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Les élèves doivent utiliser avec aise les termes qui suivent.

- exposants entiers
- puissances
- exposants rationnels

Ressources/notes

Internet

- Exposants (KhanAcademy Français)
  http://www.youtube.com/watch?v=c1o6S7H8GVA
- Puissances à exposants entiers
  http://www.youtube.com/watch?v=m2qHo537NGw
- Puissances négatives
  http://www.youtube.com/watch?v=Z6_3YBV5ZvQ

- Exposants fractionnaires (KhanAcademy Français)
  http://www.youtube.com/watch?v=wQznz661jFY
- Lois des exposants
  http://www.youtube.com/watch?v=lVwgwqERbjw

Ressources imprimées

- *Mathématiques 10 : fondements et pré-calcul* (BURGLIND ET COLL., Pearson, 2010)
  - Manuel de l'élève (version papier, version numérique sur DVD et e-textes)
    - Chapitre 4, section 4.2, 4.3, 4.3 et 4.4 p. 207-249
  - Ressources destinées à l'enseignant (version papier et version numérique sur DVD)

Notes

RAS AN04 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris la multiplication d'expressions polynomiales (limitées à des monômes, des binômes et des trinômes) de façon concrète, imagée et symbolique. [L, R, V]
[C] Communication **[RP]** Résolution de problèmes **[L]** Liens **[CE]** Calcul mental et estimation **[T]** Technologie **[V]** Visualisation **[R]** Raisonnement

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

(Ce résultat d'apprentissage cherche à mettre l'accent sur la multiplication d'un binôme par un autre binôme et à étendre le concept à la multiplication d'un polynôme par un autre polynôme afin d'établir une régularité générale par rapport à la multiplication.)

AN04.01 Représenter, de façon concrète ou imagée, la multiplication de deux binômes et noter le processus symboliquement.
AN04.02 Établir le rapport entre la multiplication de deux binômes et un modèle d'aire.
AN04.03 Expliquer, à l'aide d'exemples, la relation entre la multiplication de binômes et la multiplication de nombres à deux chiffres.
AN04.04 Vérifier un produit de polynômes en remplaçant les variables par des nombres.
AN04.05 Multiplier deux polynômes symboliquement et regrouper les termes semblables du produit.
AN04.06 Généraliser et expliquer une stratégie de multiplication des polynômes.
AN04.07 Repérer et expliquer les erreurs survenues dans la multiplication de polynômes.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 9	Mathématiques 10	Précalcul 11
RR05 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les polynômes se limitant à des polynômes d'un degré égal ou inférieur à 1. **RR06** On s'attend à ce que les élèves sachent représenter, noter et expliquer les opérations d'addition et de soustraction d'expressions polynomiales, se limitant aux polynômes d'un degré inférieur ou égal à 2, de façon concrète, imagée et symbolique.	**AN04** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris la multiplication d'expressions polynomiales (limitées à des monômes, des binômes et des trinômes) de façon concrète, imagée et symbolique.	**AN03** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant des équations contenant des radicaux (limité aux racines carrées). **AN04** On s'attend à ce que les élèves sachent déterminer des formes équivalentes d'expressions rationnelles (limité aux numérateurs et aux dénominateurs monômes, binômes ou des trinômes).

Mathématiques 9 (suite)	Mathématiques 10 (suite)	Précalcul 11 (suite)
RR07 On s'attend à ce que les élèves sachent représenter, noter et expliquer les opérations de multiplication et de division d'expressions polynominales, se limitant aux polynômes d'un degré inférieur ou égal à 2, par des monômes, de façon concrète, imagée et symbolique.		**AN05** On s'attend à ce que les élèves sachent effectuer des opérations sur des expressions rationnelles (limité aux numérateurs et aux dénominateurs qui sont des monômes, des binômes ou des trinômes). **AN06** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant des équations rationnelles (limité aux numérateurs et aux dénominateurs qui sont des monômes, des binômes ou des trinômes).

Contexte

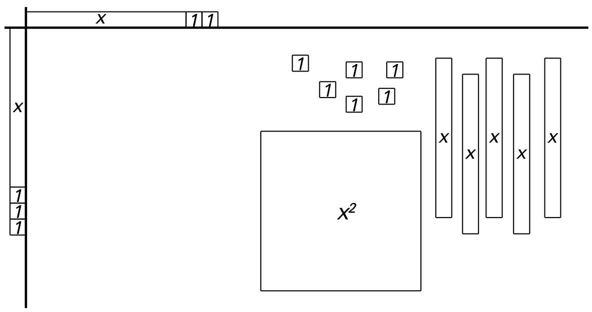
La terminologie associée aux polynômes a été présentée en Mathématiques 9. Les enseignants devraient continuer à utiliser ces termes en contexte pour permettre aux élèves de les intégrer dans leur langage. Le nouveau langage comprend les termes **terme**, **variable**, **constante**, **coefficient**, **polynôme**, **degré d'un terme**, **degré d'un polynôme**, **monôme**, **binôme** et **trinôme**.

En Mathématiques 9, les élèves ont additionné, soustrait, multiplié et divisé – de façon concrète, imagée et symbolique – des polynômes, limités à des polynômes de degré 1 ou 2. Ils ont multiplié des puissances à bases entières. Ils ont représenté des polynômes à l'aide de carreaux algébriques, de schémas et d'images, ainsi que de symboles. La multiplication et la division des polynômes ont été limitées aux monômes.

En Mathématiques 10, la multiplication des polynômes est élargie à la multiplication de polynômes par d'autres polynômes. Le présent résultat d'apprentissage vise à rendre les élèves en mesure de représenter de façon concrète, imagée et symbolique la multiplication d'expressions polynomiales.

Les carreaux algébriques et les modèles d'aire approfondissent la compréhension des concepts à la base des symboles; ils **ne sont pas** considérés comme facultatifs pour les élèves en mesure de maitriser les modèles symboliques plus traditionnels sans ces outils. Même si la dépendance à l'égard des représentations symboliques s'accroitra au fur et à mesure que les élèves progresseront aux niveaux supérieurs, la maitrise des modes de représentation concrets et imagés aidera les élèves à approfondir leur compréhension des concepts et leurs applications. Il faudrait mettre l'accent sur la capacité de passer d'un mode de représentation à un autre pour assurer une maitrise de la représentation symbolique.

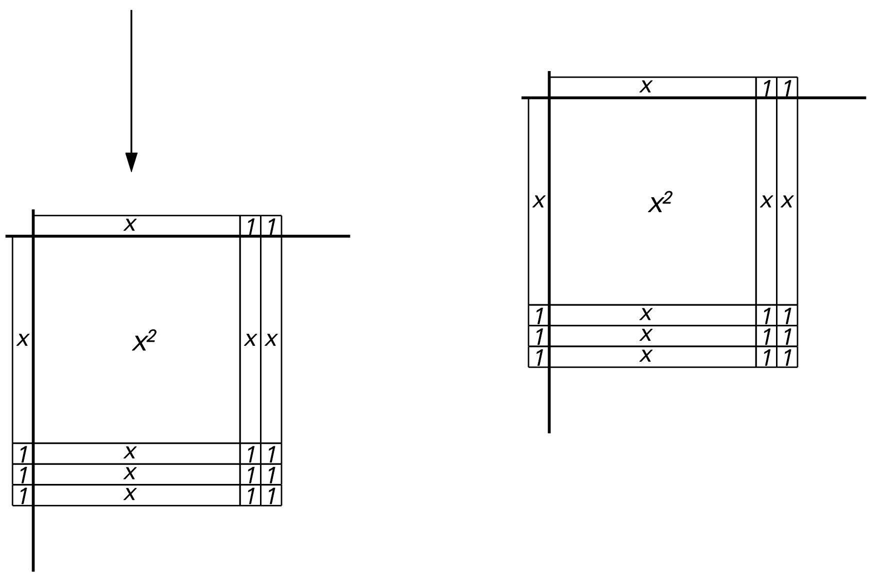
Le schéma qui suit illustre la multiplication du polynôme $(x + 2)(x + 3)$, en exprimant l’opération sous une forme concrète, imagée et symbolique. Prendre soin de vérifier les valeurs de chaque carreau et la façon dont les carreaux sont combinés pour créer l’aire.



	x	2
x	$x \bullet x = x^2$	$x \bullet 2 = 2x$
3	$3 \bullet x = 3x$	$(2)\ (3) = 6$

$(x + 2)\ (x + 3)$
$= x^2 + 2x + 3x + 6$
$= x^2 + 5x + 6$

$(x + 2)\ (x + 3)$
$= x^2 + 3x + 2 + 6$
$= x^2 + 5x + 6$



Représentation concrète (à l’aide de carreaux algébriques) ⟷ Représentation imagée (sur papier) ⟷ Représentation symbolique

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d’évaluation

L’évaluation au service de l’apprentissage consiste à évaluer ce que les élèves apprennent et comment ils l’apprennent. Elle doit se produire au quotidien dans le cadre de l’enseignement/apprentissage. **L’évaluation de l’apprentissage** consiste à recueillir des renseignements fiables qui permettent de porter un jugement sur le progrès des élèves. Elle doit se faire fréquemment. On utilise diverses approches et divers contextes pour évaluer l’ensemble des élèves, en tant que classe, en groupe et individuellement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l’apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d’évaluation avec mes stratégies d’enseignement?

ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

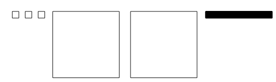
Les élèves pourraient exécuter des exercices comme ceux qui suivent pour que vous puissiez mieux évaluer leurs acquis antérieurs.

- L’expression $4x + 3x^2 + 2$ est-elle équivalente à l’expression $3x^2 + 4x + 2$? Expliquer au moyen d’un modèle concret.

- Décrire une situation de la vie réelle qui illustrerait le binôme $2x + 3$.

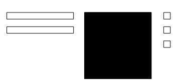
- Signaler parmi les expressions ci-dessous celles qui équivalent à $-2y^2 + y - 3$.

  a) $y - 3 - 2y^2$

  b) 

  c) $y^2 - 1 + 4y - 3y^2 - 3y - 2$

  d) $-y^2 - 3$

  e) 

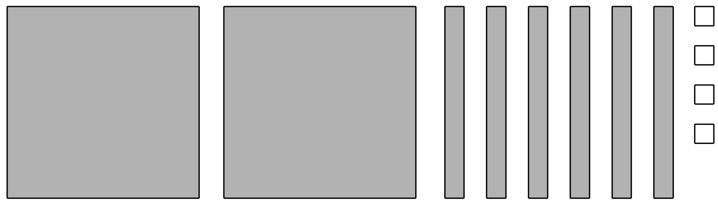
- Repérer et corriger les erreurs dans les expressions qui suivent.
  1^re^ étape : $(2x^2 - 3x + 2) - (x^2 + x - 1)$
  2^e^ étape : $2x^2 - 3x + 2 - x^2 + x - 1$
  3^e^ étape : $x^2 - 2x - 1$

- Illustrer comment on peut déterminer le produit ou le quotient de chacune des expressions ci-dessous au moyen de carreaux algébriques ou de schémas. Consigner la démarche suivie sous une forme symbolique.
  a) $3(2x - 1)$
  b) $\dfrac{3x^2 - 6x}{-3x}$

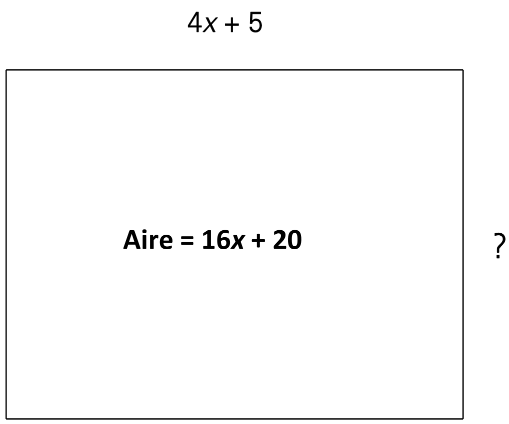
TÂCHES D’ÉVALUATION AVEC L’ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPE/INDIVIDUELLES

Envisager les exemples de tâches et d’activités suivants (pouvant être adaptés) pour l’évaluation au service de l’apprentissage ou pour l’évaluation de l’apprentissage.

- Écrire le trinôme représenté par les carreaux algébriques ci-dessous.



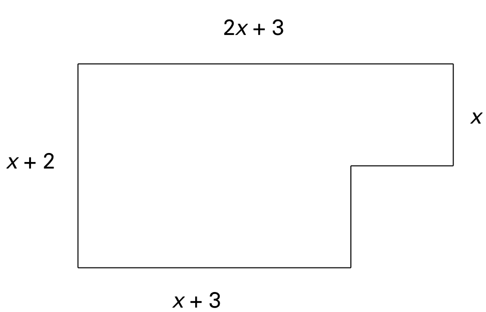
- Déterminer la valeur des côtés manquants du rectangle.

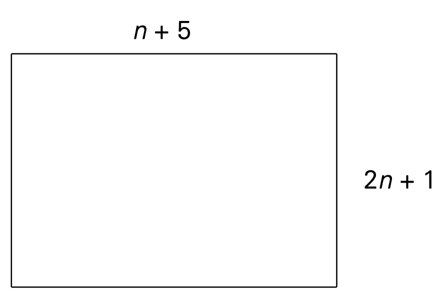


- Utiliser la propriété de la distributivité pour multiplier les polynômes ci-dessous de façon concrète à l'aide de carreaux algébriques, de façon imagée et de façon symbolique. Vérifier le produit en substituant la variable par une valeur numérique.

a) $2(y + 3)$	e) $(3x + 2)(x)$
b) $3b(4 + 2b)$	f) $(5 + x)(2x + 1)$
c) $2(x^2 + 5x + 4)$	g) $(6 + 2y)(1 + y)$
d) $(x + 4)(x + 3)$	h) $(2x + 3)(x + 9)$

- Trouver une expression correspondant à l'aire de chacune des figures ci-dessous (les schémas ne sont pas dessinés à l'échelle).





- Un camarade de classe a manqué la leçon sur la multiplication des binômes. Comment lui expliqueriez-vous la méthode utilisée pour déterminer le produit de deux binômes?

- Utiliser un schéma rectangulaire pour illustrer la multiplication des nombres à deux chiffres ci-dessous.

a) 17×14 b) 16×11 c) 21×12

- Utiliser unschéma rctangulaire pour multiplier les expressions ci-dessous.
  a) $(4x + 6)(3x - 5)$
  b) $(2m + 2)(5m - 4)$
  c) $(-3x + 2)(2x - 7)$

- Utiliser des carreaux algébriques pour illustrer les produits binomiaux et consignez vos réponses.
  a) $(x + 3)(x + 5)$
  b) $(x + 1)(x - 4)$
  c) $(x - 2)(x - 5)$

- Utiliser la propriété de la distributivité pour trouver le produit des binômes ci-dessous :
  a) $(x + 5)(x + 4)$
  b) $(d - 1)(d + 14)$
  c) $(2 + f)(f - 7)$
  d) $(9 - w)(5 - w)$
  e) $(k + 10)(k - 40)$

- Répondre aux questions ci-dessous :
  a) Combien de termes sont créés lorsqu’on multiplie $(x + 1)(x + 2)$?
  b) Quand le produit de $(x + 1)(x + 2)$ est exprimé sous la forme $x^2 + 2x + 1x + 2$, deux termes peuvent être combinés. Sera-ce toujours le cas lorsqu’on multipliera ensemble deux binômes?
  c) Combien de termes sont créés lors de la détermination du produit de $(x + 1)(x^2 + 4x + 2)$? Combien de paires de termes semblables peuvent être combinées? Sera-ce toujours le cas lorsqu’on multipliera un binôme par un trinôme?
  d) Combien de termes sont créés lors de la détermination du produit de $(x + 1)(x^3 + x^2 + 4x + 2)$? Combien d’ensembles de termes semblables peuvent être combinés? Sera-ce toujours le cas lorsqu’on multipliera un binôme par un polynôme de quatrième degré?
  e) Quel schème pouvez-vous dégager des réponses ci-dessus?

- Rima a résolu le problème de multiplication ci-dessous :
  $(3x + 4)(x + 3)$
  $= 3x + 9x + 4x + 12$
  $= 16x + 12$
  a) La réponse de Rima est-elle juste?
  b) Rima a vérifié son travail en remplaçant $x = 1$. S’agit-il d’un bon choix pour la vérification de la multiplication?
  c) Quels nombres faut-il éviter quand on vérifie son travail? Pourquoi?

- Répondre aux questions qui suivent :
  a) Pourquoi $(x + 4)(x^2 - 3x + 2) = (x^2 - 3x + 2)(x + 4)$?
  b) Comment pouvez-vous vérifier que $(b - 1)(b - 2)(b - 3) = b^3 - 6b^2 + 11b - 6$?
  c) Trouver un raccourci pour multiplier $(x + 5)^2$. Pourquoi ce raccourci fonctionne-t-il? Le même genre de raccourci fonctionne-t-il pour la multiplication de $(x + 5)^3$?

SUIVI DE L’ÉVALUATION

La preuve d’apprentissage que procurent la participation et le travail des élèves devrait servir à guider l’enseignement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l’évaluation?
- Quelle a été l’efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l’enseignement à l’échelle de la classe et auprès de chaque élève?
- De quelle façon peut-on fournir une rétroaction opportune aux élèves?

Planification de l’enseignement

La planification d’un cheminement pédagogique cohérent constitue une partie essentielle d’un programme de mathématiques efficace.

Questions pour guider la réflexion

- Est-ce que la leçon s’inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d’apprentissage dans l’enseignement?
- Quelles activités et possibilités d’apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l’obtention des résultats d’apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu’ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?
- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d’apprentissage des élèves?

***Nota* –** Il faut se montrer prudent lorsqu’on enseigne aux élèves à multiplier deux binômes. Les enseignants pourraient auparavant avoir employé la méthode PEID (**p**remier terme, terme **e**xtérieur, terme **i**ntérieur et **d**ernier terme). Il faut éviter une telle façon de procéder. Les élèves doivent comprendre que même s’il est important de disposer d’un plan organisé de gestion de la multiplication des binômes, l’ordre de multiplication n’a pas d’importance. Ils doivent noter que chaque terme de la première expression doit être multiplié par chacun des termes de la seconde expression. Certains élèves pourraient généraliser l’utilisation de la méthode PEID en l’étendant à la multiplication d’un binôme par un trinôme et négliger de multiplier certains des termes.

TÂCHES D’APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Un enseignement efficace doit faire appel à diverses stratégies.

Question pour guider la réflexion

- Comment peut-on utiliser la portée et l’ordre des résultats d’apprentissage pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d’entamer l’enseignement de notions nouvelles?

Envisager les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons quotidiennes.

- Présenter aux élèves une sélection de binômes multipliés par des expressions binomiales incluant le produit. Demander aux élèves de dégager le schème commun ou le lien entre les questions et leur produit. Demander aux élèves de découvrir par eux-mêmes des stratégies en leur montrant plusieurs exemples jusqu’à ce qu’ils dégagent le schème commun. Une fois que chaque élève s’est doté d’une stratégie, lui demander d’en faire l’essai pour s’assurer qu’elle s’applique à une multitude d’exemples.

- Après que les élèves ont réalisé la multiplication de binômes, leur demander de vérifier leurs solutions en recourant à la substitution. Par exemple, dans le cas de $(x + 2)(x + 3) = x^2 + 5x + 6$

  Substituer $x = 3$ pour effectuer une vérification

Membre gauche	**Membre droit**
$(x + 2)(x + 3)$	$x^2 + 5x + 6$
$= (3 + 2)(3 + 3)$	$= 3^2 + 5(3) + 6$
$= (5)(6)$	$= 9 + 15 + 6$
$= 30$	$= 30$

- Demander aux élèves d'explorer la multiplication de divers types de binômes et leur demander de se doter d'une stratégie pour la multiplication de binômes de ce type.
  a) $(x - a)(x + a)$
  b) $(x + a)^2$
  c) $(x - a)^2$
  d) $(ax - b)(ax + b)$
  e) $(ax + b)^2$
  f) $(ax - b)^2$

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'OBJETS À MANIPULER

- carreaux algébriques

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Les élèves doivent utiliser avec aise les termes qui suivent.

- binôme
- coefficient
- constante
- degré d'un polynôme
- degré d'un terme
- monômes
- multiplication de polynômes
- polynômes
- substitution
- terme
- trinômes
- variable

Ressources/notes

Internet

- Multiplication de polynômes
  http://www.youtube.com/watch?v=c1o6S7H8GVA
- La multiplication d'un binôme par un binôme
  http://www.youtube.com/watch?v=QliuTHKKoWE

Ressources imprimées

- *Mathématiques 10 : fondements et pré-calcul* (BURGLIND ET COLL., Pearson, 2010)
  - Manuel de l'élève (version papier, version numérique sur DVD et e-textes)
    > Chapitre 3, section 3.4, 3.5, 3.6 et 3.7 p. 157-187

- Ressources destinées à l’enseignant (version papier et version numérique sur DVD)

Notes

RAS AN05 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris les facteurs communs et la décomposition en facteurs de trinômes de façon concrète, imagée et symbolique. [C, CE, R, V]			
[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CE]** Calcul mental et estimation

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d’indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d’apprentissage spécifique correspondant.

AN05.01 Déterminer les facteurs communs des termes d’un polynôme et exprimer le polynôme sous la forme d’un produit de facteurs.
AN05.02 Représenter, de façon concrète ou imagée, la décomposition en facteurs d’un trinôme et noter le processus symboliquement.
AN05.03 Décomposer en facteurs un polynôme représentant une différence de deux carrés et expliquer pourquoi il s’agit d’un cas particulier de décomposition en facteurs de trinômes où $b = 0$.
AN05.04 Repérer et expliquer les erreurs survenues dans la décomposition en facteurs d’un polynôme.
AN05.05 Décomposer un polynôme en facteurs et vérifier le résultat en multipliant les facteurs.
AN05.06 Expliquer, à l’aide d’exemples, la relation entre la multiplication et la décomposition en facteurs de polynômes.
AN05.07 Généraliser et expliquer des stratégies pour décomposer un trinôme en facteurs.
AN05.08 Exprimer un polynôme sous la forme du produit de ses facteurs.

Portée et ordre des résultats d’apprentissage

Mathématiques 9	**Mathématiques 10**	**Mathématiques 11**
RR05 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris les polynômes se limitant à des polynômes d’un degré égal ou inférieur à 1. **RR06** On s’attend à ce que les élèves sachent représenter, noter et expliquer les opérations d’addition et de soustraction d’expressions polynomiales, se limitant aux polynômes d’un degré inférieur ou égal à 2, de façon concrète, imagée et symbolique.	**AN05** On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris les facteurs communs et la décomposition en facteurs de trinômes de façon concrète, imagée et symbolique.	**RF02** On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris les caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris le sommet, les coordonnées à l’origine, le domaine et l’image, et l’axe de symétrie. (M11)* **AN04** On s’attend à ce que les élèves sachent déterminer des formes équivalentes d’expressions rationnelles (limité aux numérateurs et aux dénominateurs monômes, binômes ou des trinômes). (PC11)**

Mathématiques 9 (suite)	Mathématiques 10 (suite)	Mathématiques 11 (suite)
RR07 On s’attend à ce que les élèves sachent représenter, noter et expliquer les opérations de multiplication et de division d’expressions polynominales, se limitant aux polynômes d’un degré inférieur ou égal à 2, par des monômes, de façon concrète, imagée et symbolique.		**AN05** On s’attend à ce que les élèves sachent effectuer des opérations sur des expressions rationnelles (limité aux numérateurs et aux dénominateurs qui sont des monômes, des binômes ou des trinômes). (PC11)** **AN06** On s’attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant des équations rationnelles (limité aux numérateurs et aux dénominateurs qui sont des monômes, des binômes ou des trinômes). (PC11)** **RF01** On s’attend à ce que les élèves sachent décomposer en facteurs des expressions polynomiales de la forme : ▪ $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ ▪ $a^2x^2 - b^2y^2$, $a \neq 0$, $b \neq 0$ ▪ $a(f(x))^2 + b(f(x)) + c$, $a \neq 0$ ▪ $a^2(f(x))^2 - \mathrm{b}^2(\mathrm{g}(\mathrm{y}))^2$, $a \neq 0$, $b \neq 0$ où a, b et c sont des nombres rationnels. (PC11)** **RF05** On s’attend à ce que les élèves résolvent des problèmes comportant des équations quadratiques. (PC11)**

* M11—Mathématiques 11
** PC11—Précalcul 11

Contexte

Le concept de la décompostion en facteurs des nombres naturels a été présenté au début du présent module sous AN01 et la multiplication des binômes et des trinômes a été traitée sous AN04.

Dans le cas du présent résultat, les élèves acquerront une compréhension des facteurs communs et de la décomposition en facteurs des trinômes de la forme $ax^2 + bx + c$ où b et c sont des entiers relatifs. À des fins de différenciation, $a = 1$ ou $a > 1$. Cette décomposition en facteurs inclura les carrés parfaits et la différence de carrés.

L'exploration des facteurs communs et de la décomposition en facteurs des trinômes devraient débuter par la décomposition en facteurs à titre d'opération inverse de la multiplication; les concepts devraient être présentés à l'aide de carreaux algébriques et de modèles d'aire. On devrait progresser des modes de représentation concrets à imagés, puis symboliques, pour assurer une compréhension des concepts que représentent les symboles. La maitrise des modes de représentation concrets et imagés *ne devrait pas être considérée comme facultative* pour les élèves en mesure de maitriser les modèles symboliques sans de tels outils.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage consiste à évaluer ce que les élèves apprennent et comment ils l'apprennent. Elle doit se produire au quotidien dans le cadre de l'enseignement/apprentissage. **L'évaluation de l'apprentissage** consiste à recueillir des renseignements fiables qui permettent de porter un jugement sur le progrès des élèves. Elle doit se faire fréquemment. On utilise diverses approches et divers contextes pour évaluer l'ensemble des élèves, en tant que classe, en groupe et individuellement.

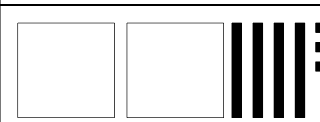
Questions pour guider la réflexion

- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d'évaluation avec mes stratégies d'enseignement?

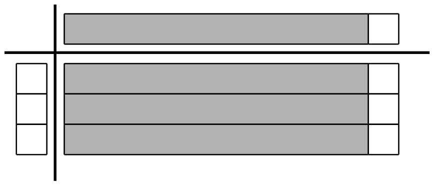
ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

Les élèves pourraient exécuter des exercices comme ceux qui suivent pour que vous puissiez mieux évaluer leurs acquis antérieurs.

- Définir à partir de divers polynômes les termes **degré**, **variable**, **coefficient** et **constante** dans chaque polynôme. Utiliser un modèle pour représenter le polynôme. Utiliser un tableau (fourni par l'enseignant) semblable à celui-ci-dessous et insérer l'expression polynomiale ou un modèle à l'intérieur du tableau pour remplir les cases qui restent.

Expression	Nombre de termes	Degré	Variable	Coefficient(s)	Constante	Modèle
3	1	0	Aucune	Aucun	3	
$x^2 + 2x - 3$	3	2	x	1, 2	–3	
$4x - 2x^2 + 3$	3	2	x	4, –2	3	

Expliquer comment le modèle ci-dessous peut servir à déterminer la réponse à $\frac{3x+3}{3}$.



TÂCHES D'ÉVALUATION AVEC L'ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPE/INDIVIDUELLES

Envisager les exemples de tâches et d'activités suivants (pouvant être adaptés) pour l'évaluation au service de l'apprentissage ou pour l'évaluation de l'apprentissage.

- Remplir les vides pour rendre l'énoncé vrai :
  a) $12x + 18y = (\square)(2x + 3y)$
  b) $3x^2 - 5x = (\square)(3x - 5)$
  c) $4ab + 3ac = (\square)(4b + 3c)$
  d) $3y^2 + 18y = 3y(y + \square)$
  e) $14a - 12b = 2(\square - 6b)$
  f) $x^2 + 6x + \square = (x + \square)(x + \square)$
  g) $x^2 + \square x + 12 = (x + \square)(x + \square)$
  h) $x^2 - \square x + 5 = (x + \square)(x + \square)$
  i) $x^2 - \square x - 12 = (x - \square)(x + \square)$
  j) $2x^2 - x - 6 = (2x + \square)(x - \square)$
  k) $\square x^2 + \square x + \square = (3x + 1)(2x + 5)$

  Nota – Les questions a) à k) correspondent à des niveaux croissants de difficulté.

- Citer deux trinômes différents ayant tous deux $(x + 3)$ comme facteur. Vérifier votre réponse en substituant la variable par une valeur donnée, par exemple $x = 2$.

  Nota – Répéter l'activité avec divers facteurs.

- Factoriser les expressions ci-dessous. Vérifier votre réponse en remplaçant la variable par une valeur particulière.
  a) $x^2 - 9$
  b) $12x^2 - 12x + 3$
  c) $9x^2 - 4y^2$
  d) $y^2 - 16$
  e) $1 - 64t^2$
  f) $x^2 + 6x + 9$
  g) $15 - x - 2x^2$
  h) $4m^2 - 25$

- Demander aux élèves d'utiliser des carreaux algébriques pour décomposer en facteurs les expressions qui suivent et expliquer pourquoi certaines expressions ne peuvent pas être factorisées.
  a) $5m^2 - 35m$
  b) $3x^4 + x^2$
  c) $15e^2g^5 - 20e^7g^2$

- Expliquer pourquoi $x^2 + 3x + 4$ ne peut pas être décomposé en facteurs.

- Combien de valeurs numériques entières k peut-il avoir pour que $x^2 + kx + 24$ puisse être factorisé?

- Trouver et corriger l’erreur survenue dans la décomposition en facteurs du trinôme $s^2 – 3s – 10$.

  Somme = –3, produit = –10
  Les nombres sont –2 et 5
  $(s – 2)(s + 5)$

- Trouver et corriger les erreurs survenues la décomposition en facteurs du trinôme $2x^2 + 6x – 40$.

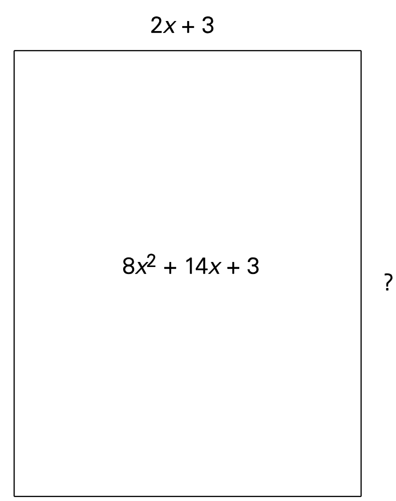
  $2x^2 + 6x – 40$
  $= 2(x^2 + 3x – 40)$
  $= 2(x – 8)(x + 5)$

- L’aire d’un rectangle en cm^2 correspond à l’expression $15x^2 – 7x – 30$.
  a) Trouver une expression correspondant à la longueur et à la largeur du rectangle.
  b) Calculer la longueur du rectangle si sa largeur est de 4 cm.

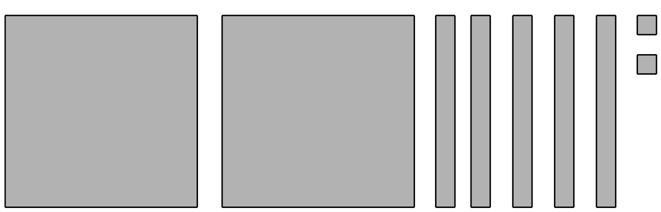
- Si $6x^2 + kx – 7$ peut être factorisé, combien de valeurs numériques entières différentes sont possibles pour k? Expliquer.

- Fournir un exemple de polynôme complètement décomposé en facteurs et un exemple d’un autre qui ne l’est pas. Expliquer les différences entre eux.

- L’aire d’un rectangle est représentée par le produit $8x^2 + 14x + 3$ unités carrées. Demander aux élèves de déterminer la longueur d’un côté si la largeur de l’autre côté est de $(2x + 3)$ unités. De quelle façon le fait de connaitre l’un des facteurs aide-t-il les élèves à déterminer l’autre facteur?



- Décomposer en facteurs le trinôme représenté par les carreaux algébriques ci-dessous et inscrire le résultat (les carreaux ombrés représentent des éléments positifs).



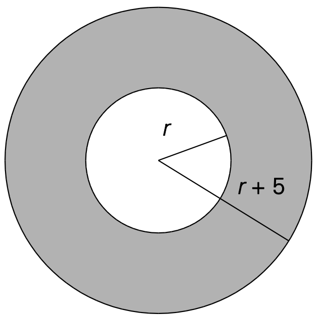
- Trouver à partir du facteur binominal qui vous a été fourni un ou plusieurs trinômes affichés dans la classe ayant votre binôme comme facteur. Trouver ensuite la personne qui a l’autre facteur de l’un de « vos » trinômes affichés. Vous devrez ensuite tous deux vous tenir à côté de ce trinôme.

  Nota – Pour réaliser cette activité, créer des cartes faisant mention de facteurs à l’intention des élèves et de cartes de dimensions supérieures sur lesquelles figurent des trinômes que vous pouvez afficher dans la classe.

- Quelle est la relation qui existe dans chaque trinôme entre le coefficient du terme en x et le produit du coefficient du terme en x^2 et de la constante?
  a) $4x^2 – 12x + 9$

b) $25x^2 - 20x + 4$
c) $16x^2 + 24x + 9$

- Le schéma illustre deux cercles concentriques ayant des rayons de r et de $r + 5$. Écrire une expression représentant l’aire de la région ombrée et décomposer en facteurs l’expression complètement. Si $r = 4$ cm, calculer l’aire de la région ombrée au dixième de centimètre carré près.



- Déterminer deux valeurs de n permettant au polynôme $25b^2 + nb + 49$ de constituer un trinôme carré parfait. Utiliser les deux valeurs pour décomposer en facteurs le trinôme.

- Expliquer pourquoi $x^2 - 81$ peut être décomposé en facteurs, mais $x^2 + 81$ ne peut pas l’être.

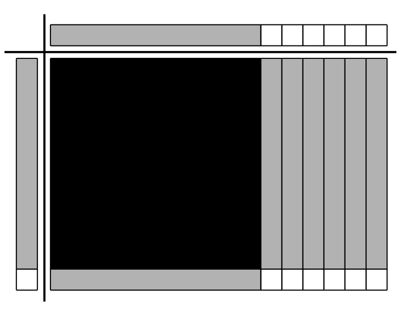
- Trouver un raccourci pour multiplier $(x + 5)(x - 5)$. Expliquer pourquoi le raccourci fonctionne.

- Expliquer pourquoi $(x + 3)^2 \neq x^2 + 9$.

- Maintenant que vous avez décomposé en facteurs les différents types de polynômes, quel type de décomposition en facteurs trouvez-vous la plus facile et pourquoi? Quel type de décomposition en facteurs trouvez-vous la plus difficile et pourquoi?

- *Bingo de décomposition en facteurs :* Vous avez une carte de bingo vide et 24 expressions polynominales sous une forme décomposée en facteurs. Écrire au hasard une expression dans chaque case de votre carte. Laisser une case libre. Montrer un polynôme (développé) et l’apparier à la forme décomposée en facteurs correspondante sur votre carte de bingo, puis le rayer. Les alignements traditionnels de bingo permettent de gagner – horizontale, verticale et diagonale. On pourrait aussi recourir aux options comme les quatre coins. (***Nota –*** Il est possible de varier ce jeu en fournissant aux élèves seulement les polynômes développés ou un mélange de polynômes décomposés en facteurs et développés.)

- Expliquer comment le modèle ci-dessous peut servir à déterminer la réponse à $\dfrac{x^2 + 7x + 6}{x + 1}$.



SUIVI DE L’ÉVALUATION

La preuve d’apprentissage que procurent la participation et le travail des élèves devrait servir à guider l’enseignement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l’évaluation?
- Quelle a été l’efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l’enseignement à l’échelle de la classe et auprès de chaque élève?
- De quelle façon peut-on fournir une rétroaction opportune aux élèves?

Planification de l’enseignement

La planification d’un cheminement pédagogique cohérent constitue une partie essentielle d’un programme de mathématiques efficace.

Questions pour guider la réflexion

- Est-ce que la leçon s’inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d’apprentissage dans l’enseignement?
- Quelles activités et possibilités d’apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l’obtention des résultats d’apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu’ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?
- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d’apprentissage des élèves?

TÂCHES D’APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Un enseignement efficace doit faire appel à diverses stratégies.

Question pour guider la réflexion

- Comment peut-on utiliser la portée et l’ordre des résultats d’apprentissage pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d’entamer l’enseignement de notions nouvelles?

Envisager les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons quotidiennes.

- Pour approfondir la compréhension, il est recommandé d’effectuer une progression des modes de représentation concrets aux modes imagés, puis aux modes symboliques. Il faudrait graduellement accroitre la complexité. Par exemple, commencer par des binômes ayant des valeurs positives, passer aux binômes ayant des valeurs négatives, puis à des valeurs mélangées; finalement, utiliser des trinômes ayant des coefficients de plus de 1 pour faire appel au niveau de compréhension le plus élevé.

- Éviter d’enseigner la décoposition en facteurs comme un algorithme. Prendre le temps d’assurer une compréhension des notions et de laisser les élèves découvrir les régularités et les règles au lieu de présenter une méthode.

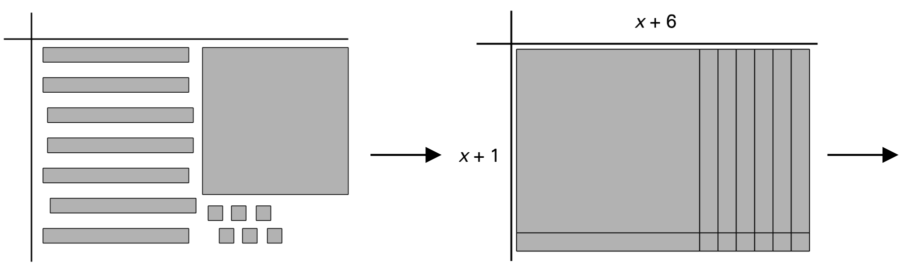
- Au lieu d'enseigner explicitement aux élèves que la décomposition en facteurs est l'opposé de la distributivité, les encourager à se doter de leurs propres stratégies par l'utilisation d'exemples répétés. S'assurer que les élèves font l'essai de leurs stratégies pour s'assurer qu'elles fonctionnent avec divers exemples. Lors de la présentation d'une différence de deux carrés, laisser de nouveau les élèves découvrir la règle au lieu de l'enseigner explicitement.

- Vous pouvez plastifier des napperons algébriques que vous fournirez aux élèves afin qu'ils leur servent d'espaces de travail individuels lorsqu'ils travaillent avec des carreaux algébriques. Ou bien (ou en plus), utiliserz des morceaux de carton plastifiés avec des marqueurs à essuyage à sec pour la représentation visuelle du travail.

- La décomposition en facteurs peut être présentée en tant qu'opération inverse de la multiplication au moyen de carreaux algébriques et d'un modèle d'aire. On peut, en commençant par le produit à factoriser, disposer les carreaux algébriques sous la forme d'un rectangle, dont les dimensions constitueront les facteurs.

- Pour factoriser un polynôme à partir d'un napperon algébrique, les élèves regrouperont les carreaux en formant une figure rectangulaire. Les facteurs correspondront aux dimensions du rectangle. Lorsqu'il existe plus d'une solution, le rectangle pourra être disposé de façons différentes. Par exemple, pour factoriser $4x + 2$, disposer les carreaux sur le napperon de manière à former un rectangle ayant des dimensions de 2 et $2x + 1$. Les côtés du rectangle seront ses facteurs, de sorte que $4x + 2 = 2(2x + 1)$.

- Par exemple, pour factoriser $x^2 + 7x + 6$, disposer sur le napperon des carreaux formant un rectangle ayant des dimensions de $(x + 1)$ et $(x + 6)$. Les côtés du rectangle constituent ses facteurs; en conséquence



$x^2 + 7x + 6 = (x + 1)(x + 6)$

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'OBJETS À MANIPULER

- carreaux algébriques

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Les élèves doivent utiliser avec aise les termes qui suivent.

- différence de carrés
- forme factorisée
- décomposition en facteurs
- trinôme carré parfait

Ressources/notes

Internet

- Le langage des polynômes (KhanAcademy Français)
  https://www.google.ca/?gfe_rd=cr&ei=qHHeUq_oIKmC8Qe0p4GQCA#q=Factoriser+un+polyn%C3%B4me%2C+youtube
- Décomposition en facteurs des polynômes PGFC (KhanAcademy Français)
  http://www.youtube.com/watch?v=U8kXfcLzw6g
- Décomposition en facteurs par mise en évidence double 9khanAcademy Français)
  http://www.youtube.com/watch?v=E8hKHsUcoMM
- Décomposition en facteurs et développement
  http://www.youtube.com/watch?v=8TJaVdGEoQ4

Ressources imprimées

- *Mathématiques 10 : fondements et pré-calcul* (BURGLIND ET COLL., Pearson, 2010)
  - Manuel de l'élève (version papier, version numérique sur DVD et e-textes)
    - Chapitre 3, section 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 et 3.8 p. 157-181, 188-197
  - Ressources destinées à l'enseignant (version papier et version numérique sur DVD)

Notes

Les relations et les fonctions
70 – 75 heures

RAG : On s'attend à ce que les élèves acquièrent le raisonnement algébrique et graphique à l'aide de l'étude des relations.

Résultats d'apprentissage spécifiques

Légende des références aux processus

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

RF01 On s'attend à ce que les élèves sachent interpréter et expliquer les relations parmi des données, des graphiques et des situations. [C, L, R, T, V]

RF02 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les relations et les fonctions. [C, R, V]

RF03 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris la pente en ce qui a trait au déplacement vertical ou horizontal, à des segments de droite et des droites, au taux de variation, à des droites parallèles et à des droites perpendiculaires. [RP, R, V]

RF04 On s'attend à ce que les élèves sachent décrire et représenter des relations linéaires à l'aide de descriptions verbales, de paires ordonnées, de tables de valeurs, de graphiques et d'équations. [C, L, R, V]

RF05 On s'attend à ce que les élèves sachent déterminer les caractéristiques des graphiques de relations linéaires, y compris les coordonnées à l'origine, la pente, le domaine et l'image. [L, RP, R, V]

RF06 On s'attend à ce que les élèves sachent associer les relations linéaires exprimées sous la forme
- pente-ordonnée à l'origine ($y = mx + b$)
- générale ($Ax + By + C = 0$)
- pente-point [$y - y_1 = m(x - x_1)$]

[L, R, T, V]

RF07 On s'attend à ce que les élèves sachent déterminer l'équation d'une relation linéaire à partir d'un graphique, d'un point et d'une pente, de deux points et d'un point et de l'équation d'une droite parallèle ou perpendiculaire pour résoudre des problèmes. [L, RP, R, V]

RF08 On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant la détermination de la distance entre deux points et les coordonnées du point milieu d'un segment de droite. [C, L, RP, T, V]

RF09 On s'attend à ce que les élèves sachent représenter une fonction linéaire par notation fonctionnelle. [L, CE, V]

RF10 On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre, graphiquement et algébriquement, des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires ayant deux variables. [L, RP, R, T, V]

RAS RF01 On s'attend à ce que les élèves sachent interpréter et expliquer les relations parmi des données, des graphiques et des situations. [C, L, R, T, V]			
[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CE]** Calcul mental et estimation

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

RF01.01 Tracer, avec ou sans l'aide de la technologie, le graphique d'un ensemble de données et déterminer les restrictions sur le domaine et sur l'image.
RF01.02 Expliquer pourquoi des points de données devraient ou ne devraient pas être reliés dans le graphique d'une situation**.**
RF01.03 Décrire une situation possible pour un graphique donné.
RF01.04 Esquisser un graphique possible pour une situation donnée.
RF01.05 Déterminer le domaine et l'image à partir du graphique, d'un ensemble de paires ordonnées ou d'une table de valeurs, et les exprimer de diverses façons.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 9	Mathématiques 10	Mathématiques 11
RR02 On s'attend à ce que les élèves sachent tracer le graphique d'une relation linéaire, l'analyser et interpoler ou extrapoler pour résoudre des problèmes.	**RF01** On s'attend à ce que les élèves sachent interpréter et expliquer les relations parmi des données, des graphiques et des situations.	**RF01** On s'attend à ce que les élèves sachent représenter et résoudre des problèmes comportant des systèmes d'inéquations linéaires à deux inconnues. (M11)* **RF02** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris le sommet, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image, et l'axe de symétrie. (M11)* **RF02** On s'attend à ce que les élèves sachent représenter graphiquement et analyser des fonctions valeur absolue (limité aux fonctions linéaires et quadratiques) pour résoudre des problèmes. (PC11)**

Mathématiques 9 (suite)	Mathématiques 10 (suite)	Mathématiques 11 (suite)
		RF04 On s'attend à ce que les élèves sachent analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$ pour déterminer les caractéristiques du graphique correspondant, y compris le sommet, le domaine et l'image, l'orientation de l'ouverture, l'axe de symétrie, ainsi que les coordonnées à l'origine pour résoudre des problèmes. (PC11)**

* M11—Mathématiques 11 ** PC11—Précalcul 11

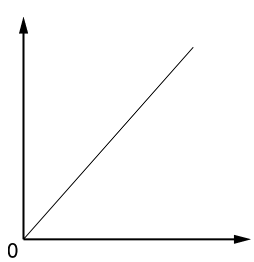
Contexte

Tout au long du secondaire premier cycle, les élèves ont étudié le traçage de points sur des graphiques et sur un plan cartésien, ainsi que l'interpolation et l'extrapolation à partir d'un graphique donné. En Mathématiques 9, les élèves ont utilisé une table de valeurs pour créer des graphiques linéaires de situations de la vie réelle et ils ont utilisé ces graphiques pour extrapoler et interpoler des données. En Mathématiques 10, ils décriront une situation possible dans le cas d'un graphique donné et ils créeront un graphique correspondant à une situation donnée. Ils analyseront divers graphiques, dont des graphiques de types non linéaires. Les élèves seront par exemple exposés à des graphiques de la distance en fonction du temps et à des graphiques de la vitesse en fonction du temps.

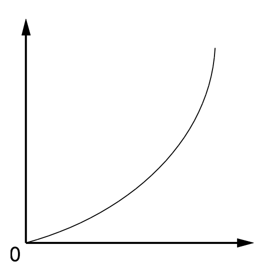
Les élèves doivent se familiariser avec les concepts ci-dessous :

- Un graphique est un moyen efficace d'illustrer la relation existant entre deux quantités.
- Un taux constant de variation est représenté sous une forme graphique au moyen d'une droite et le degré d'inclinaison de la pente indique le taux selon lequel une quantité varie par rapport à l'autre.

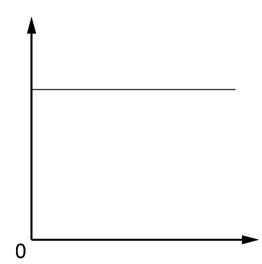
Les rapports existants ne peuvent pas tous être représentés au moyen de droites. Il est par conséquent essentiel que les élèves comprennent qu'une courbe révèle que le taux de variation n'est pas constant. Une droite horizontale signifie une absence de variation, car toutes les valeurs sur l'axe horizontal se rapportent à la même valeur sur l'axe vertical.



Taux de variation constant



Taux de variation non constant



Absence de taux de variation

Les élèves interprèteront les données qui leur sont fournies sous diverses formes, comme une table de valeurs ou des situations de la vie réelle. Ils pourront créer un graphique à partir d'un ensemble de données ou d'une situation donnée; à l'opposé, ils pourront décrire une situation à partir d'un graphique.

Données discrètes : Des données sont dites *discrètes* lorsque les valeurs correspondent à un nombre limité ou déterminé de valeurs possibles, comme le nombre d'élèves dans une classe, le nombre de billets vendus, le salaire horaire ou le nombre d'articles ayant été achetés. Les points inscrits ne sont pas réunis les uns aux autres.

Données continues : Les données sont dites *continues* dans un intervalle donné lorsqu'il existe un nombre infini de points possibles de données à l'intérieur de cet intervalle, comme la température ou le temps. Leur représentation graphique correspond à des points reliés les uns aux autres.

En Mathématiques 7, les élèves ont étudié le concept de la mesure de tendance centrale et on leur a présenté l'image dans le contexte de la statistique (une variable). En Mathématiques 9, les élèves ont résolu et illustré au moyen de graphiques des inégalités linéaires (9RR04). Ils connaissent les signes d'inégalité, >, ≥, ≤, <. En Mathématiques 10, le présent résultat d'apprentissage leur présente maintenant les concepts du domaine et de l'Image. ***Nota* –** L'image est maintenant présentée dans le contexte des fonctions (deux variables). Les élèves détermineront à partir d'une relation donnée les restrictions visant le domaine (ensemble des valeurs de la variable indépendante ou valeurs x) et l'image (ensemble des valeurs de la variable dépendante ou valeurs y).

Les élèves utiliseront maintenant les signes d'inégalité pour exprimer le domaine et l'image à partir des différentes représentations d'une fonction. Ils apprendront à bien exprimer le domaine et l'image sous une forme littérale, par notation ensembliste et par notation d'intervalle. Les élèves continueront à recourir à la notation ensembliste et à la notation d'intervalle en Mathématiques 11.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage consiste à évaluer ce que les élèves apprennent et comment ils l'apprennent. Elle doit se produire au quotidien dans le cadre de l'enseignement/apprentissage. **L'évaluation de l'apprentissage** consiste à recueillir des renseignements fiables qui permettent de porter un jugement sur le progrès des élèves. Elle doit se faire fréquemment. On utilise diverses approches et divers contextes pour évaluer l'ensemble des élèves, en tant que classe, en groupe et individuellement.

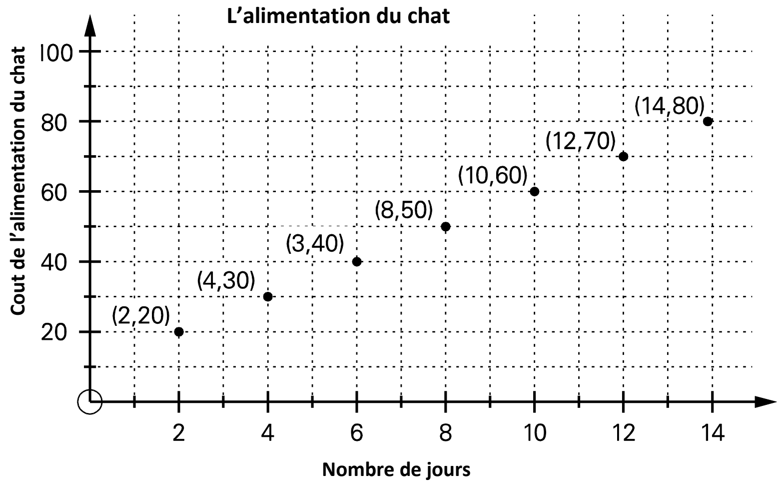
Questions pour guider la réflexion

- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d'évaluation avec mes stratégies d'enseignement?

ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

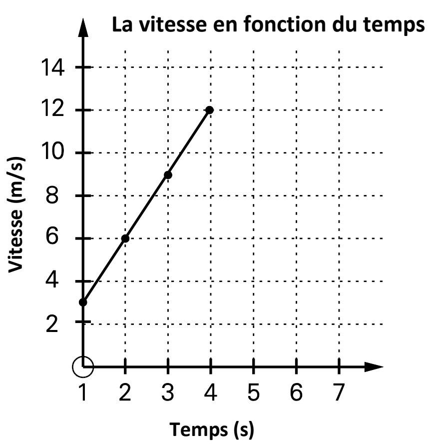
Les élèves pourraient exécuter des exercices comme ceux qui suivent pour que vous puissiez mieux évaluer leurs acquis antérieurs.

- Cassia décide de payer un voisin pour qu'il nourrisse son chat, Sir Fluff, pendant qu'elle s'absente pour rendre visite à des parents. Elle illustre le cout pertinent sur le graphique ci-dessous.



a) Combien Cassia devra-t-elle débourser par jour pour que son voisin prenne soin de Sir Fluff?
b) Si elle prolonge sa visite à trois semaines (21 jours), combien Cassia devra-t-elle débourser de plus pour que son voisin s'occupe de Sir Fluff?

- Décrire la régularité présente dans le graphique ci-dessous. Décrire une situation qui pourrait donner un tel graphique.



- Déterminer si les valeurs du tableau ci-dessous représentent l'inégalité correspondante.

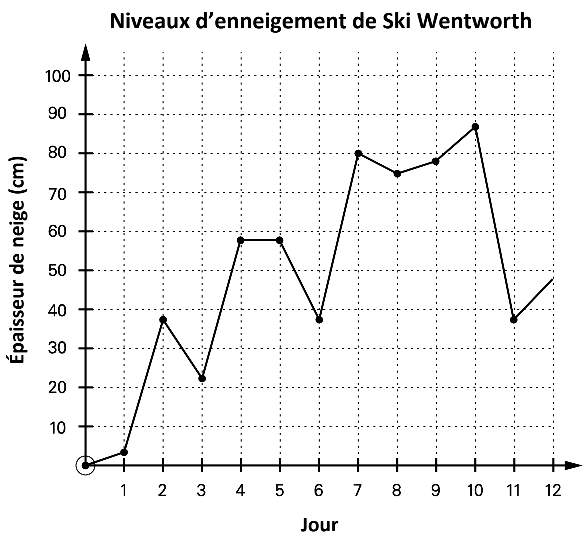
Inégalité	Valeurs
$x > 3$	5; 7; 9; 10
$-3x + 12 < 36$	–9; –10; –15,2
$\frac{x}{4} + 6 \geq -2$	–10; 15; $\frac{2}{3}$; 7

TÂCHES D'ÉVALUATION AVEC L'ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPE/INDIVIDUELLES

Envisager les exemples de tâches et d'activités suivants (pouvant être adaptés) pour l'évaluation au service de l'apprentissage ou pour l'évaluation de l'apprentissage.

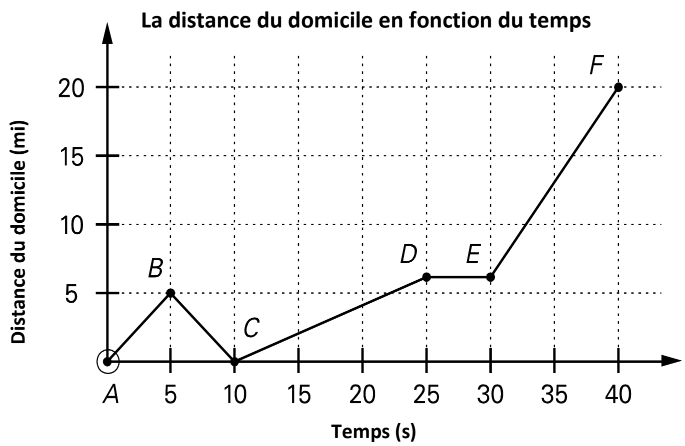
- Un photographe perçoit des frais de pose de 20 $ et un montant de 1,50 $ par photographie commandée.
  a) Tracer un graphique de la situation en question en utilisant au moins cinq points.
  b) Expliquer pourquoi les points ne sont pas reliés entre eux.
  c) Est-il possible qu'une personne se voie imposer des frais de 30 $? Justifier votre réponse.

- Rédiger un paragraphe interprétant le graphique ci-dessous.



- Réaliser pour chacune des situations qui suivent un croquis rapide de la relation existante et inclure un domaine et une image raisonnables.
  a) Lorsque vous ouvrez un robinet d'eau chaude, la température de l'eau dépend du nombre de secondes pendant lesquelles l'eau a coulé. Dessiner un graphique de la température par rapport au temps.
  b) Jusqu'à la fin de l'adolescence, votre taille est fonction de votre âge. Dessiner un graphique de la taille par rapport à l'âge.
  c) Le nombre de cartes des fêtes vendues dépend du moment de l'année. Dessiner un graphique du nombre de cartes vendues par rapport au mois de l'année en vous basant sur les fêtes que votre famille ou les membres de votre milieu célèbrent. (Il pourrait s'agir de jours comme Pâques, le Ramadan, Dîivâli, Hannoucah, Mabon, la Fête du Bouddha et le Nouvel An chinois. Si vous ne pouvez penser à aucune fête ou si vous n'en célébrez aucune, utiliser des dates d'anniversaire comme ensemble de données.)
  d) Déposer quelques glaçons dans un verre et emplir le verre d'eau froide un jour d'été. Dessiner un graphique de la température de l'eau par rapport au temps où elle demeure sur une table.
  e) Le moment du coucher du soleil dépend du moment de l'année. Dessiner un graphique du moment du coucher du soleil par rapport au moment de l'année.

- Le graphique ci-dessous montre Duane qui quitte son domicile au point A pour se rendre à une soirée au point F.



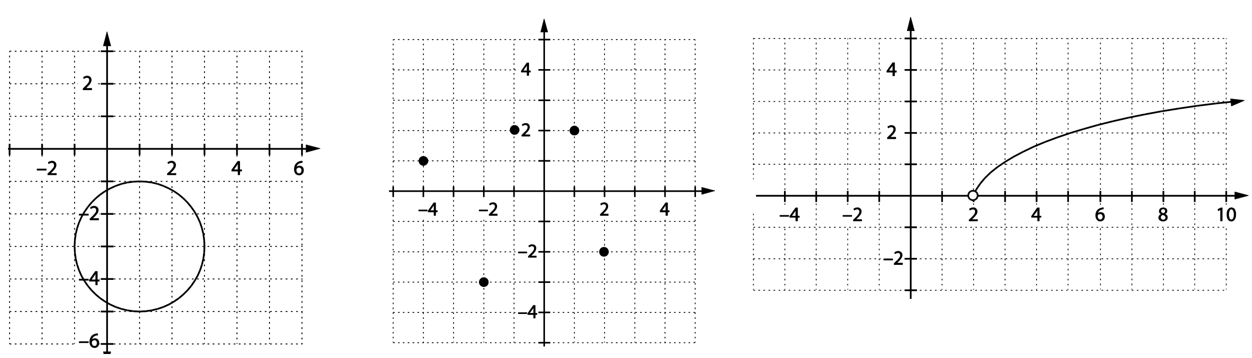
a) Quelle a été la vitesse la plus lente de Duane? Quelle a été sa vitesse maximale?
b) Que pourrait représenter le segment $\overline{BC}$? Expliquer votre raisonnement.
c) Que pourrait représenter le segment $\overline{DE}$? Expliquer votre raisonnement.
d) Décrire un scénario représentant le graphique.

- Les données ci-dessous représentent les ventes d'une chanson sur iTunes en Nouvelle-Écosse durant une période de sept jours.

Jour	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Nombre d'exemplaires vendus en centaines	5	7	9	11	13	15	17

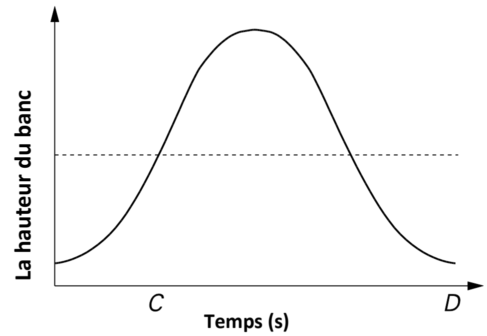
a) Expliquer pourquoi la relation est une fonction.
b) S'agit-il de données continues ou discrètes? Expliquer pourquoi.
c) Dessiner un graphique représentant les données.
d) Préciser le domaine et l'image de la fonction.

- Préciser le domaine et l'image de chacun des graphiques ci-dessous en utilisant, le cas échéant,
  - des mots,
  - une liste,
  - la notation ensembliste,
  - la notation d'intervalle.



- Alexis court dans un marathon. Elle court à un rythme régulier. La distance, *d*, en kilomètres, dont elle se trouve de la ligne d'arrivée en temps, *t* (en heures), depuis qu'elle a commencé la course peut être décrite par l'équation $d = 20 - 2{,}5t$. Déterminer l'image si le domaine de la relation correspond à tous les nombres réels entre 0 et 8. Expliquer ce que représentent le domaine et l'image dans le contexte de cette question.

- Une grande roue a un diamètre de 30 m et son centre se trouve à 18 m au-dessus du sol. La roue effectue une rotation complète toutes les 60 secondes. Le graphique de droite illustre la hauteur de l'un des bancs de la grande roue à partir du point le plus bas.
  a) Quelles sont les valeurs de *A*, *B*, *C* et *D*? Que représentent-elles?
  b) Quels sont le domaine et l'image du graphique?



- Ce tableau fait état de la population de quatre localités de la Nouvelle-Écosse en 2012.

Localité	Population (2011)
Halifax	390 100
Truro	45 900
New Glasgow	35 800
Kentville	26 400

  a) Décrire la relation de façon littérale.
  b) Représenter cette relation sous la forme d'un ensemble de paires ordonnées.
  c) Représenter cette relation sous la forme d'un diagramme sagittal.

SUIVI DE L'ÉVALUATION

La preuve d'apprentissage que procurent la participation et le travail des élèves devrait servir à guider l'enseignement.

Questions pour guider la réflexion
- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l'enseignement à l'échelle de la classe et auprès de chaque élève?
- De quelle façon peut-on fournir une rétroaction opportune aux élèves?

Planification de l'enseignement

La planification d'un cheminement pédagogique cohérent constitue une partie essentielle d'un programme de mathématiques efficace.

Questions pour guider la réflexion
- Est-ce que la leçon s'inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et possibilités d'apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l'obtention des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?

- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d'apprentissage des élèves?

TÂCHES D'APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Un enseignement efficace doit faire appel à diverses stratégies.

Question pour guider la réflexion

- Comment peut-on utiliser la portée et l'ordre des résultats d'apprentissage pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d'entamer l'enseignement de notions nouvelles?

Envisager les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons quotidiennes.

- S'assurer que les élèves peuvent réaliser les tâches qui suivent pour faire preuve de leur compréhension de la relation existant entre les graphiques et les données avec la vie de tous les jours.
  - Expliquer la situation qu'un graphique représente.
  - Créer un graphique des données après avoir obtenu des explications sur une situation particulière.
  - Créer un graphique dont les axes sont identifiés *x* et *y*, puis échanger leur graphique avec quelqu'un d'autre et formuler un scénario du graphique reçu.
  - Expliquer des situations à leurs pairs pour montrer leur compréhension.

- Au lieu d'utiliser *x* et *y*, il faudrait mettre l'accent sur l'identification des axes du graphique pour représenter la situation fournie. On peut le faire au moyen d'un graphique de la distance en fonction du temps. Si la distance représente la distance à partir du domicile, par exemple, l'interprétation du graphique sera différente de celle d'un graphique où la distance représente la distance à partir de l'école. Encourager les élèves à utiliser des légendes décrivant clairement ce que représente le graphique et à définir ce que représente chaque variable.

- Pour aider les élèves à parfaire leur compréhension des diverses relations, les inviter à utiliser des outils technologiques ainsi que du papier et un crayon. Pour représenter des données sur des graphiques au moyen de la technologie, les élèves peuvent utiliser une calculatrice à affichage graphique ou divers logiciels, comme des tableurs, Autograph (Eastmond Publishing Ltd., 2013), Smart Notebook Math Tools (SMART Technologies, 2013), MimioStudio's Mimio Math Tools (2013) ou Geometer's Sketchpad (Key Curriculum, 2013) (Cybergéomètre). Il s'agirait d'une excellente occasion de passer en revue les moments où les points des données devraient être reliés ou non dans le cadre d'un scénario donné. Les flèches sur les graphiques indiquent que le graphique continue; il faut encourager les élèves à les utiliser au besoin.

- Certains élèves éprouvent de la difficulté à exprimer une relation de façon littérale. Demander à chaque élève de choisir une paire ordonnée au sein de la relation, puis de rédiger une phrase comportant les deux éléments. Par exemple, (10 cents, 0,10) pourrait être interprété ainsi : « une pièce de 10 cents a une valeur de 0,10 $ » ou « dix cents correspond à la valeur d'une pièce de dix sous ».)

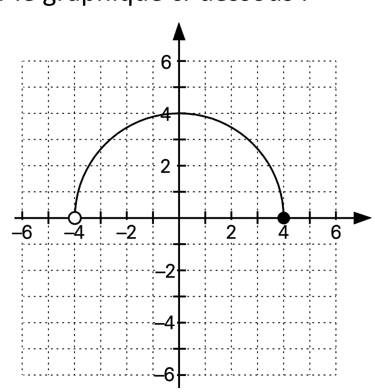
- Certains élèves utiliseront des graphiques de la distance en fonction temps ou de la vitesse en fonction du temps pour interpréter un segment de droite montant de gauche à droite au fur et à mesure qu'une personne gravit une colline. Rappeler aux élèves qu'un segment de droite qui monte de gauche à droite signale que les deux variables augmentent. En conséquence, un segment de droite de ce genre sur un graphique de la distance en fonction du temps signale que la distance parcourue augmente au fur et à mesure que le temps augmente. Sur un graphique de la vitesse en fonction du temps, il révèle que la vitesse augmente au fur et à mesure qu'augmente le temps.

- Il est important de fournir aux élèves divers problèmes utilisant à la fois des données discrètes et des données continues. Il faut procurer aux élèves diverses possibilités de parfaire leur aptitude à la pensée critique en déterminant quels nombres sont raisonnables dans un contexte donné, notamment au moyen d'exemples de données discrètes et continues. Leur rappeler qu'il est seulement possible de dresser une liste de tous les points de données s'il s'agit de données discrètes.

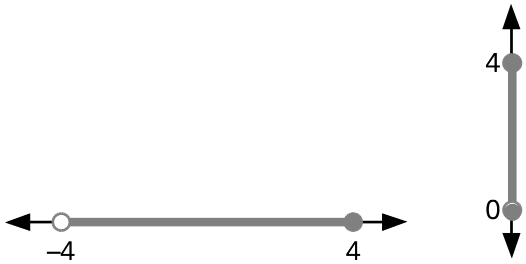
- Il faut explorer le domaine et l'image au moyen de données, de graphiques et de situations particulières. Les élèves doivent comprendre quels nombres sont « raisonnables » dans n'importe quel contexte donné. Par exemple, il serait illogique d'utiliser des valeurs négatives pour mesurer la largeur.

- Lorsque les élèves étudient les fonctions et leurs graphiques, il est important qu'ils comprennent que certaines propriétés d'un graphique peuvent fournir de l'information au sujet d'une situation donnée. La forme générale du graphique, l'échelle utilisée et les points de départ et de fin constituent des éléments déterminants. Il faudrait également examiner si un segment de droite est horizontal, si la pente monte vers la droite ou descend vers la droite. On utilisera des courbes, par exemple, lorsque la variation de la variable indépendante et dépendante n'est pas constante. Il faudrait permettre aux élèves de réfléchir sur les questions qui suivent et d'en discuter :
  a) Pourquoi certains graphiques passent-ils par l'origine alors que d'autres ne passent pas par celle-ci?
  b) Que représente une droite horizontale sur un graphique de la vitesse en fonction du temps?
  c) Que représente une droite horizontale sur un graphique de la distance en fonction du temps?
  d) Que représente un segment décrivant une pente ascendante vers la droite sur un graphique de la distance en fonction du temps?
  e) Quand les points de données devraient-ils être reliés entre eux? Comment pouvons-nous déterminer si les données constituent des données continues ou discrètes?

- Les élèves éprouvent souvent de la difficulté à déterminer le domaine et l'image de divers graphiques. Avant que les élèves utilisent la notation ensembliste et la notation d'intervalle, ils pourraient trouver utile d'expliquer oralement le domaine et l'image, puis de convertir leur réponse sous une forme littérale. Considérer le graphique ci-dessous :



- Il pourrait s'avérer extrêmement utile d'ombrer les sections pertinentes des axes horizontal et vertical pour visualiser les restrictions rattachées aux variables indépendante et dépendante. Une telle démarche permettrait une excellente transition à la notation d'intervalle. Cette dernière utilise différentes parenthèses et crochets pour indiquer un intervalle. Les élèves commettent souvent moins d'erreurs en utilisant ce mode de notation, car il n'est pas lié à des signes d'inégalité.



- Vous pouvez ensuite exposer les élèves à la notation ensembliste. Les élèves commettent fréquemment l'erreur d'utiliser le signe d'inégalité incorrect. La notation ensembliste devrait préciser si les données sont des données continues ou discrètes. L'inégalité $x < 2$, par exemple, pourrait ne pas préciser si les données sont des données continues ou discrètes à moins que le symbole de l'ensemble numérique ne soit précisé. Il pourrait être nécessaire d'effectuer une revue des systèmes numériques à ce stade.

- Le tableau ci-dessous illustre les différentes façons d'exprimer le domaine et l'image.

	Domaine	**Image**
Description littérale	Ensemble de tous les nombres réels entre –4 et 4, inclusivement, mais à l'exclusion de –4.	Ensemble de tous les nombres réels entre 0 et 4, inclusivement.
Notation ensembliste	$\{x \mid -4 < x \leq 4, x \in \mathbf{R}\}$ **Se lit habituellement comme suit :** *x* tel que *x* est plus grand que –4 et plus petit ou égal à 4, et *x* appartient à l'ensemble de nombres réels (**R**).	$\{y \mid 0 \leq y \leq 4, y \in R\}$ **Se lit habituellement comme suit :** *y* tel que *y* est plus grand ou égal à 0 et plus petit ou égal à 4, et *y* appartient à l'ensemble de nombres réels (**R**).
Liste	Aucune liste (données continues)	Aucune liste (données continues)
Notation d'intervalle	(−4, 4]	[0, 4]
Notation d'intervalle de rechange (utilisé dans BI)	]−4, 4]	[0, 4]

Suggestions de modèles d'objets à manipuler

- papier quadrillé

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Les élèves doivent utiliser avec aise les termes qui suivent.

- données continues
- données discrètes
- domaine
- notation d'intervalle
- image
- notation ensembliste

Ressources/notes

Ressources imprimées

- *Mathématiques 10 : fondements et pré-calcul* (BURGLIND ET COLL., Pearson, 2010)
  - Manuel de l'élève (version papier, version numérique sur DVD et e-textes)
    - Chapitre 5, section 5.1, 5.2, 5.3, 5.4 et 5.5, p. 254-299
  - Ressources destinées à l'enseignant (version papier et version numérique sur DVD)

Logiciels

- Autograph (Eastmond Publishing Ltd., 2013)
- Geometer's Sketchpad (Key Curriculum, 2013) (Cybergéomètre)
- MimioStudio (Mimio, 2013)
- Smart Notebook (SMART Technologies, 2013)
- Logiciel de tableur

Notes

RAS RF02 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris les relations et les fonctions. [C, R, V]

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d’indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d’apprentissage spécifique correspondant.

RF02.01 Expliquer, à l’aide d’exemples, pourquoi certaines relations ne sont pas des fonctions tandis que toutes les fonctions sont des relations.
RF02.02 Déterminer si un ensemble de paires ordonnées représente une fonction.
RF02.03 Trier un ensemble de graphiques en fonctions et non-fonctions.
RF02.04 Formuler et expliquer des règles générales pour déterminer si des graphiques et des ensembles de paires ordonnées représentent des fonctions.

Portée et ordre des résultats d’apprentissage

Mathématiques 9	Mathématiques 10	Mathématiques 11
RR01 On s’attend à ce que les élèves sachent généraliser une régularité découlant d’un contexte de résolution de problèmes en utilisant des équations linéaires, et les vérifier par substitution. **RR02** On s’attend à ce que les élèves sachent tracer le graphique d’une relation linéaire illustrent, l’analyser et interpoler ou extrapoler pour résoudre des problèmes.	**RF02** On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris les relations et les fonctions.	**RF02** On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris les caractéristiques des fonctions quadratiques, le sommet, les coordonnées à l’origine, le domaine et l’image, et l’axe de symétrie. (M11)* **RF02** On s’attend à ce que les élèves sachent représenter graphiquement et analyser des fonctions valeur absolue (limité aux fonctions linéaires et quadratiques) pour résoudre des problèmes. (PC11)** **RF03** On s’attend à ce que les élèves sachent analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - p)^2 + q$ et déterminer le sommet, le domaine et l’image, l’orientation de l’ouverture, l’axe de symétrie ainsi que les coordonnée à l’origine. (PC11) **

Mathématiques 9 (suite)	Mathématiques 10 (suite)	Mathématiques 11 (suite)
		RF04 On s'attend à ce que les élèves sachent analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$ pour déterminer les caractéristiques du graphique correspondant, y compris le sommet, le domaine et l'image, l'orientation de l'ouverture, l'axe de symétrie ainsi que les coordonnées à l'origine pour résoudre des problèmes. (PC11)**

* M11—Mathématiques 11
** PC11—Précalcul 11

Contexte

En Mathématiques 8, les élèves ont examiné les diverses façons de décrire une relation (8RR01). On leur a fourni une relation linéaire et ils l'ont représentée au moyen de paires ordonnées, de tables de valeurs et de graphiques. En Mathématiques 9, l'accent a été mis sur l'écriture d'une expression ou d'une équation à partir de la forme imagée, orale ou écrite de la relation. Les élèves ont créé des graphiques de relations linéaires et ont eu recours à l'interpolation et à l'extrapolation pour résoudre des problèmes. Ils ont été exposés à des données discrètes et à des données continues (9RR02). En Mathématiques 10, les élèves apprennent que les fonctions constituent un type particulier de relation. On leur présente également les termes **domaine** et **image** dans le contexte d'un graphique. C'est la première fois que le concept d'une fonction est présenté.

Au fur et à mesure que les élèves travaillent avec les régularités, les tableaux et les graphiques, ils devraient se rendre compte qu'une relation peut être représentée de diverses façons et que chaque forme de représentation représente une façon valable d'explorer un problème. Une relation peut être décrite par les moyens suivants :

- des diagrammes sagittaux
- des équations
- des graphiques
- des paires ordonnées
- une table de valeurs
- sous une forme littérale

Il s'agira d'une introduction au concept des relations et des fonctions. Les élèves devraient pouvoir, à partir d'un graphique ou d'une table de valeurs, déterminer et expliquer la différence entre une relation et une fonction.

Relation : Il existe une relation entre *x* (la variable indépendante) et *y* (la variable dépendante) si pour chaque valeur de *x* il correspond *au moins* une valeur de *y*.

Fonction : Une fonction est une relation particulière qui associe chaque élément *x* (la variable indépendante) du domaine *au plus* à un seul élément *y* (la variable dépendante) de l'image.

Les relations peuvent être représentées sous diverses formes, comme le révèlent les exemples ci-dessous.
Exemples de fonctions :

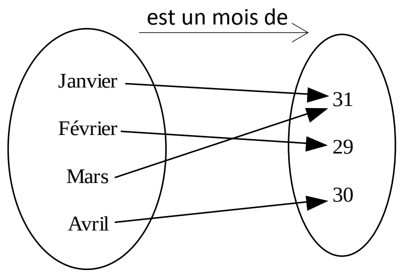
Table

Points sur un graphique

x	*y*
2	4
3	6
4	10
5	10
6	10

Mise en correspondance ou diagramme sagittal

Nombre de jours dans le mois



Paires ordonnées

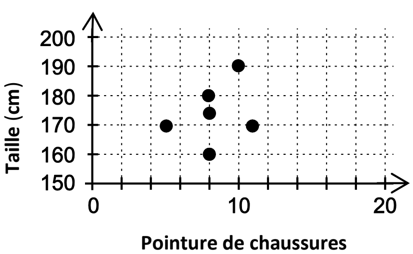
Véhicule muni de ce nombre de roues.

{(monocycle, 1), (bicyclette, 2), (motocyclette, 2), (tricycle, 3), (automobile, 4)}

Exemples de situations ne constituant pas des fonctions :

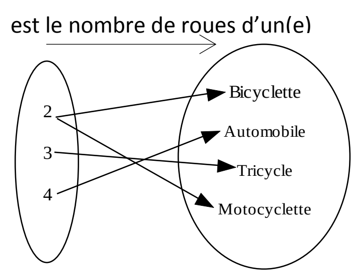
Graphique

Pointure de chaussures comparativement à la taille



Mise en correspondance ou diagramme à flèches

Nombre de roues d'un véhicule



Paires ordonnées

Nom et domicile des élèves participant à un atelier

{(Marie, Ottawa), (Cheng, Toronto), (Matthew, Halifax), (Saadia, Bathurst), (Mathieu, Rivière-du-Loup)}

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage consiste à évaluer ce que les élèves apprennent et comment ils l'apprennent. Elle doit se produire au quotidien dans le cadre de l'enseignement/apprentissage. **L'évaluation de l'apprentissage** consiste à recueillir des renseignements fiables qui permettent de porter un jugement sur le progrès des élèves. Elle doit se faire fréquemment. On utilise diverses approches et divers contextes pour évaluer l'ensemble des élèves, en tant que classe, en groupe et individuellement.

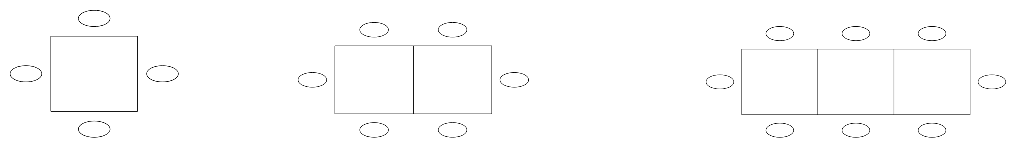
Questions pour guider la réflexion

- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d'évaluation avec mes stratégies d'enseignement?

ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

Les élèves pourraient exécuter des exercices comme ceux qui suivent pour que vous puissiez mieux évaluer leurs acquis antérieurs.

- Amad s’aperçoit en plaçant des chaises autour d’une table qu’il peut placer quatre chaises autour de la table; s’il place deux tables ensemble, il peut placer six chaises autour des deux tables; et s’il pousse trois tables ensemble, il peut placer huit chaises autour de celles-ci comme le montre le schéma ci-dessous.



  a) Décrire sous une forme littérale comment déterminer le nombre de chaises lorsqu’on connait le nombre de tables en complétant la phrase « On peut déterminer le nombre de chaises en _______ ».
  b) Combien de chaises faudra-t-il à Amad si on pousse huit tables ensemble pour former une rangée de tables à un banquet?
  c) Écrire une équation qui décrit le nombre de chaises nécessaires d’après le nombre de tables ayant été regroupées.

- Votre classe prévoit faire un voyage au parc faunique de Shubenacadie. L’école devra débourser 200 $ pour l’autobus plus un montant de 5 $ par élève. Expliquer comment vous détermineriez le cout du transport de 42 élèves.

TÂCHES D’ÉVALUATION AVEC L’ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPE/INDIVIDUELLES

Envisager les exemples de tâches et d’activités suivants (pouvant être adaptés) pour l’évaluation au service de l’apprentissage ou pour l’évaluation de l’apprentissage.

- La section ci-dessous comprend deux groupes de tables de valeurs. Le premier groupe fait état de quatre ensembles de données de relations constituant des fonctions et le second groupe comprend quatre ensembles de données de relations ne constituant pas des fonctions. Exprimer chacune des relations sous la forme d’un graphique, d’un diagramme à flèches et d’un ensemble de paires ordonnées. Décrire à un partenaire comment vous détermineriez si chaque mode de représentation constitue une fonction ou non.

Relations constituant des fonctions.

x	***y***
2	1
4	2
6	7
8	3
10	4

x	***y***
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10

x	***y***
0	–2
1	4
2	–3
3	5
4	6

X	***y***
1	7
2	–1
3	2
4	6
5	4

Relations ne constituant pas des fonctions.

x	y
1	2
2	4
3	6
4	8
1	10

x	y
2	1
4	2
2	7
8	3
10	4

x	y
3	–2
1	4
2	–3
3	5
4	6

x	y
1	7
5	–1
3	2
4	6
5	4

- Créer à partir d'exemples de la vie réelle deux relations dont vous ferez part à un partenaire. Chacune des relations aura une forme différente (table de valeurs, diagramme sagittal, graphique, ensembles de paires ordonnées). L'une doit constituer une fonction et l'autre ne pas en constituer une. Votre partenaire doit ensuite expliquer quelle relation est la fonction et laquelle ne l'est pas.

- Déterminer si les ensembles ci-dessous de paires ordonnées représentent des fonctions.
  a) (2, 4), (3, 6), (4, 6), (5, 6), (6, 12), (7, 14)
  b) (–3, 7), (0, 10), (3, 13), (3, –5), (6, 16), (9, 19)

- Fournir un exemple de graphique ou d'ensemble de paires ordonnées représentant une fonction. Utiliser la définition d'une fonction à l'appui de votre réponse.

- Fournir un exemple de graphique ou d'ensemble de paires ordonnées ne représentant pas une fonction. Utiliser la définition d'une fonction à l'appui de votre réponse.

SUIVI DE L'ÉVALUATION

La preuve d'apprentissage que procurent la participation et le travail des élèves devrait servir à guider l'enseignement.

Questions pour guider la réflexion
- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l'enseignement à l'échelle de la classe et auprès de chaque élève?
- De quelle façon peut-on fournir une rétroaction opportune aux élèves?

Planification de l'enseignement

La planification d'un cheminement pédagogique cohérent constitue une partie essentielle d'un programme de mathématiques efficace.

Questions pour guider la réflexion
- Est-ce que la leçon s'inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et possibilités d'apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l'obtention des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?
- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d'apprentissage des élèves?

TÂCHES D'APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Un enseignement efficace doit faire appel à diverses stratégies.

Question pour guider la réflexion

- Comment peut-on utiliser la portée et l'ordre des résultats d'apprentissage pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d'entamer l'enseignement de notions nouvelles?

Envisager les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons quotidiennes.

- Commencer par demander aux élèves de réfléchir à des situations où il pourrait exister plus d'une réponse à une question correspondante. Il pourrait s'agir par exemple de questions comme « Quel nombre mis au carré donne 25? » et « Quelle est la durée des chansons se vendant 99 cents sur iTunes? »

- Demander ensuite aux élèves de réfléchir à des situations où il ne pourrait exister qu'une réponse possible à une question. Il pourrait par exemple s'agir de « Quel nombre, lorsqu'il est doublé, donne 22? » ou « Combien de taxe payez-vous lorsque vous achetez une paire d'espadrilles à 100 $ ». On appelle ce genre de relations des fonctions.

- Les élèves devraient en arriver à comprendre que les fonctions constituent toutes des relations, mais que les relations ne constituent pas toutes des fonctions.

- Les élèves utiliseront diverses stratégies personnelles pour déterminer si une relation donnée est une fonction.
  - Il est important que vous ne précisiez pas directement aux élèves comment déterminer si une relation est une fonction.
  - Les élèves peuvent déterminer à partir de la définition d'une fonction si un ensemble de paires ordonnées constitue une fonction en examinant les valeurs répétées de la variable indépendante.
  - Lorsque les élèves créeront des graphiques représentant des relations, il faut les encourager à utiliser des modes de représentation visuels leur signalant quelles relations constituent une fonction et lesquelles n'en constituent pas une.
  - Une fois que les élèves se sont munis de leurs diverses stratégies, ils seront prêts à découvrir qu'un graphique ne représente pas une fonction lorsqu'une droite verticale recoupe le graphique en plus d'un point, ce qui révèle que l'une des valeurs de départ correspond à plus d'une valeur d'arrivée. Le test de la droite verticale peut ensuite servir au tri d'un ensemble de graphiques en fonctions ou relations ne constituant pas des fonctions.
  - Encourager les élèves, lorsqu'ils utilisent différentes stratégies, à expliquer leur raisonnement en précisant pourquoi une relation représente une fonction ou n'en représente pas une.

- Vous pouvez photocopier des tables de valeurs et des graphiques de fonctions et de relations ne constituant pas des fonctions, et les distribuer aux élèves pour discuter et déterminer si les relations constituent des fonctions ou n'en constituent pas.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'OBJETS À MANIPULER

- papier quadrillé
- rubans à mesurer

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Les élèves doivent utiliser avec aise les termes qui suivent.

- extrapoler
- fonction
- interpoler
- relation
- test de la droite verticale

Ressources/notes

Internet

- Les relations et les fonctions
  http://www.youtube.com/watch?v=6M7gMukwuOo

Ressources imprimées

- *Mathématiques 10 : fondements et pré-calcul* (BURGLIND ET COLL., Pearson, 2010)
  - Manuel de l'élève (version papier, version numérique sur DVD et e-textes)
    - Chapitre 5, section 5.1, 5.2, p. 256-275
    - Chapitre 5, section 5.5, p. 287-297
  - Ressources destinées à l'enseignant (version papier et version numérique sur DVD
- *Omnimaths 10, Édition de l'ouest,* Chenelière/McGraw-Hill, chapitre 5, 212-215, 232-235

Notes

RAS RF03 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris la pente en ce qui a trait au déplacement vertical ou horizontal, à des segments de droite et des droites, au taux de variation, à des droites parallèles et à des droites perpendiculaires. [RP, R, V]

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

RF03.01 Déterminer la pente d'un segment de droite en mesurant ou en calculant le déplacement vertical et le déplacement horizontal.
RF03.02 Classer les droites d'un ensemble donné selon que leur pente est positive ou négative.
RF03.03 Expliquer le sens de la pente d'une droite horizontale ou verticale.
RF03.04 Expliquer pourquoi la pente d'une droite peut être déterminée à partir de deux points quelconques de cette droite.
RF03.05 Expliquer, à l'aide d'exemples, la pente d'une droite en tant que taux de variation.
RF03.06 Tracer une droite à partir de sa pente et d'un point appartenant à la droite.
RF03.07 Déterminer un autre point appartenant à une droite à partir de la pente et d'un point de la droite.
RF03.08 Formuler et appliquer une règle générale pour déterminer si deux droites sont parallèles ou perpendiculaires.
RF03.09 Résoudre un problème contextualisé comportant une pente.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 9	Mathématiques 10	Mathématiques 11
RR02 On s'attend à ce que les élèves sachent tracer le graphique d'une relation linéaire, l'analyser et interpoler ou extrapoler pour résoudre des problèmes.	**RF03** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris la pente en ce qui a trait au déplacement vertical ou horizontal, à des segments de droite et des droites, au taux de variation, à des droites parallèles et à des droites perpendiculaires.	**M01** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant l'application de taux.

Contexte

Les élèves ont exploré les relations linéaires au cours des années précédentes. Même s'ils ont déjà créé des graphiques de relations linéaires à partir d'une table de valeurs (8RR01, 9RR02), il s'agit de la première occasion formelle où les élèves doivent étudier la pente dans un cours de mathématiques. La pente ou le taux de variation (ou le gradient, *BI*) constitue toutefois un concept courant de tous les jours et les élèves pourraient également avoir déjà vu la pente dans une classe de sciences.

***Nota* –** il est important d'éviter de présenter aux élèves l'équation d'une droite en expliquant la formule $y = mx + b$. L'utilisation par cœur d'une formule tend à encourager la mémorisation au lieu de la compréhension.

Les élèves établiront à l'intérieur du présent module un lien entre le concept d'une pente et l'idée de la mesure du taux de variation. Ils détermineront la pente de segments de droite donnés et exploreront les pentes de droites parallèles et perpendiculaires.

Les élèves devraient comprendre et maitriser, dans le cadre du présent résultat, l'utilisation de différentes méthodes de détermination de la pente d'une droite.

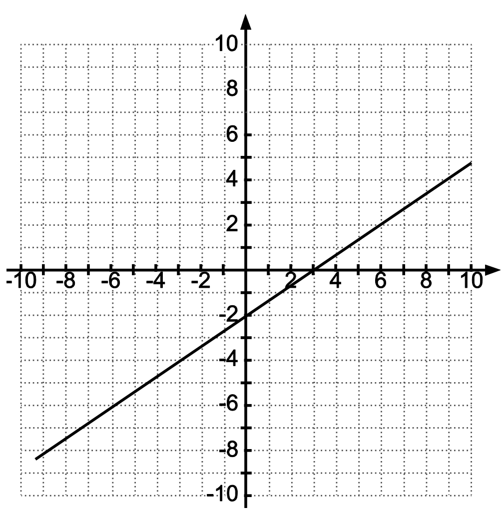
On peut déterminer la pente sur un graphique en définissant la déclivité comme étant le rapport $\frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$ ou $\frac{\text{variation verticale}}{\text{variation horizontale}}$

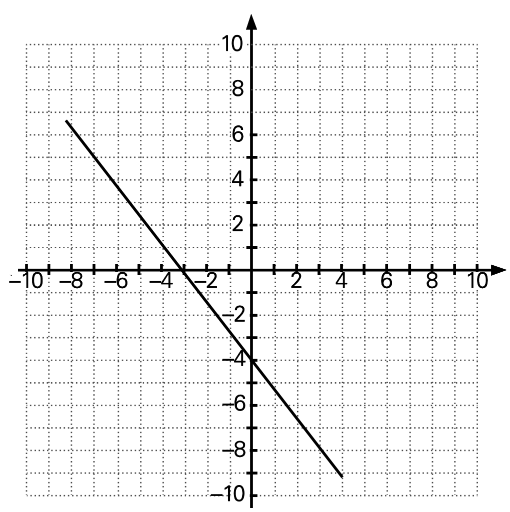
La pente peut être exprimée ainsi en tant que taux de variation : la pente = $\frac{\text{variation verticale}}{\text{variation horizontale}} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$.

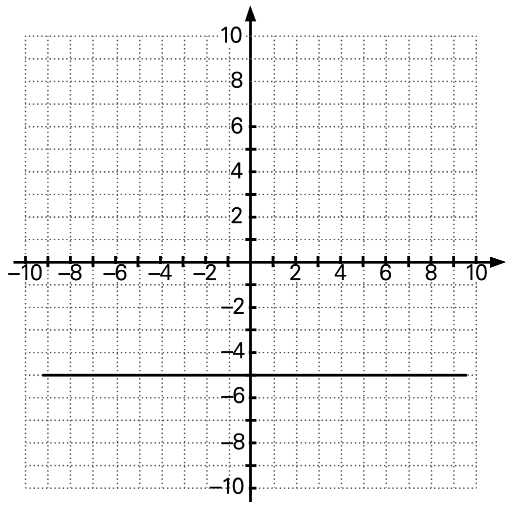
On peut déterminer la pente, en tant qu'algorithme, au moyen des formules $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ou $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$.

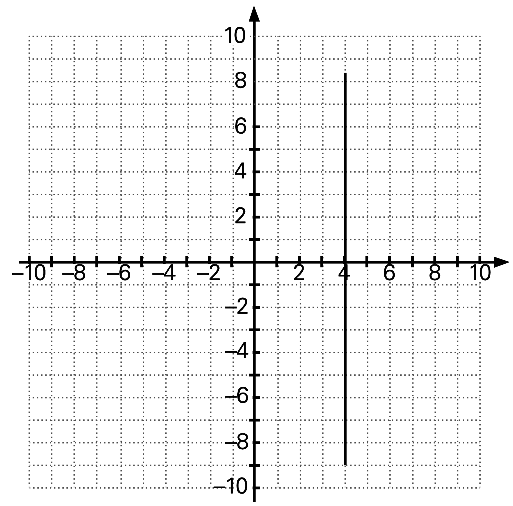
Les élèves ont été exposés aux droites verticales et horizontales en Mathématiques 9 (RR02). Ils ont reconnu les équations d'une droite verticale ($x = a$) et d'une droite horizontale ($y = b$) ainsi que les graphiques correspondants. On élargira maintenant ces notions pour inclure la pente des droites verticales et horizontales. Les élèves devront déterminer la pente d'une droite dans les cas où aucune variation de x ne survient ou ceux où aucune variation de y ne survient.

Les élèves devraient rapidement pouvoir déterminer si les pentes figurant sur les graphiques sont positives, négatives, nulles ou indéfinies.

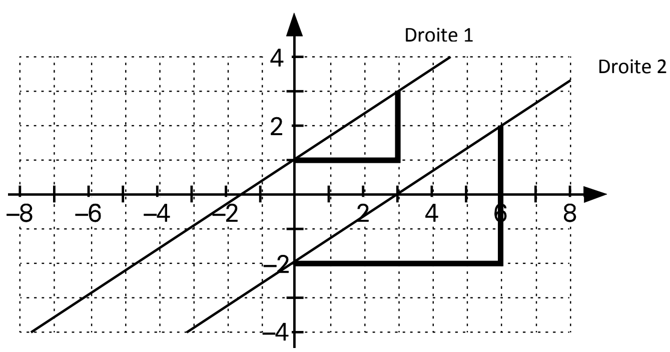








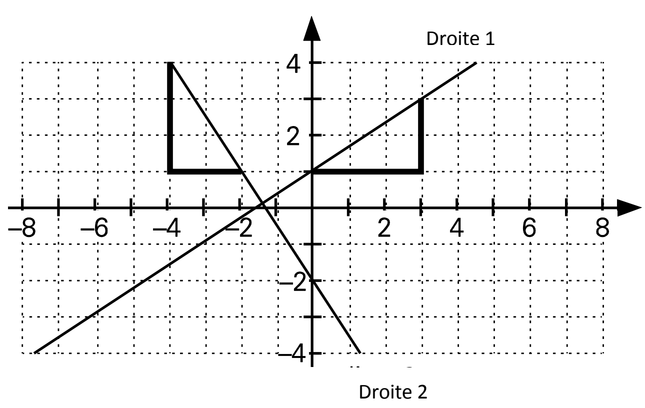
À l'intérieur du présent module, les élèves découvriront que les pentes des droites parallèles sont égales et que les pentes des droites perpendiculaires correspondent à des inverses négatifs l'une de l'autre. Par exemple,



La droite 1 a une pente de $\frac{2}{3}$.

La droite 2 a une pente de $\frac{4}{6}$.

Comme $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$, ces deux droites sont parallèles.



La droite 1 a une pente de $\frac{2}{3}$.

La droite 2 a une pente de $-\frac{3}{2}$.

Comme $\frac{2}{3}$ représente l'inverse négatif de $-\frac{3}{2}$, les droites sont perpendiculaires.

Les élèves établiront un lien entre la variation de la variable indépendante *x* (déplacement horizontal), et la variation de la variable dépendante *y* (déplacement vertical), avec la pente.

Les élèves peuvent déterminer le taux de variation d'un graphique en déterminant les variations des variables indépendante et dépendante. Le taux de variation devrait être lié à la déclivité et à l'orientation de la droite.

Les élèves constateront ensuite que le taux de variation représente en fait la pente d'une droite. Il fournit de l'information sur la façon dont une quantité varie par rapport à une seconde quantité.

Les élèves pourront tracer une droite en connaissant sa pente et un point de la droite. Ils pourront utiliser la pente et un point conjointement à l'interpolation ou à l'extrapolation pour déterminer un deuxième point sur la droite.

Les élèves doivent bien comprendre le concept de la pente au lieu de se limiter au calcul nécessaire afin d'acquérir la base requise pour les analyses de la pente faisant partie de l'étude ultérieure des mathématiques.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage consiste à évaluer ce que les élèves apprennent et comment ils l'apprennent. Elle doit se produire au quotidien dans le cadre de l'enseignement/apprentissage. **L'évaluation de l'apprentissage** consiste à recueillir des renseignements fiables qui permettent de porter un jugement sur le progrès des élèves. Elle doit se faire fréquemment. On utilise diverses approches et divers contextes pour évaluer l'ensemble des élèves, en tant que classe, en groupe et individuellement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d'évaluation avec mes stratégies d'enseignement?

ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

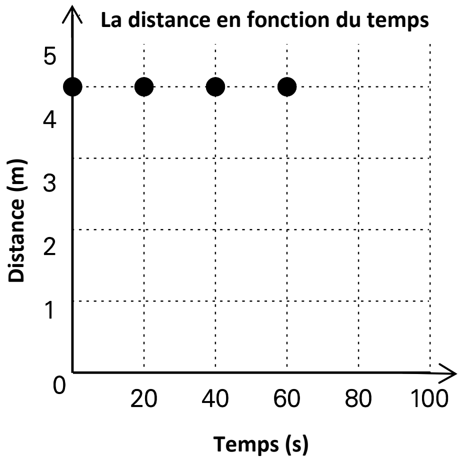
Les élèves pourraient exécuter des exercices comme ceux qui suivent pour que vous puissiez mieux évaluer leurs acquis antérieurs.

- Un chauffeur de taxi perçoit les tarifs cités dans le tableau ci-dessous.

Durée du trajet (km)	5	10	15
Cout total ($)	9,25	15,50	21,75

  a) Inscrire ces points sur une grille de coordonnées.
  b) Préciser si les points devraient être réunis les uns aux autres.
  c) Expliquer pourquoi le graphique ne commence pas à l'origine.
  d) Déterminer à partir du graphique la longueur d'un trajet coutant 25 $.
  e) Déterminer à partir du graphique le cout d'un trajet de 12 km.

- Remettre le graphique ci-dessous aux élèves et leur demander de réaliser les exercices ci-après.

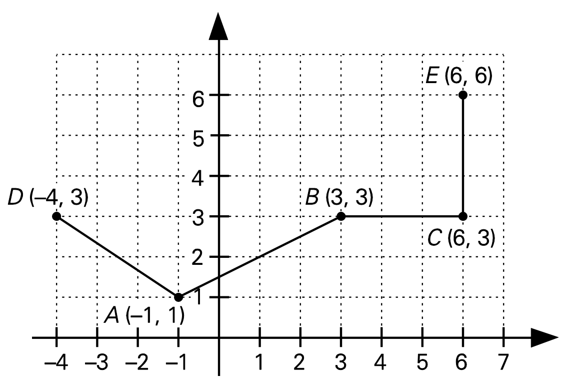


a) Créer une table de valeurs.
b) Décrire la régularité présente dans le graphique.
c) Décrire une situation que le graphique pourrait représenter.
d) Écrire une équation représentant la situation en question.

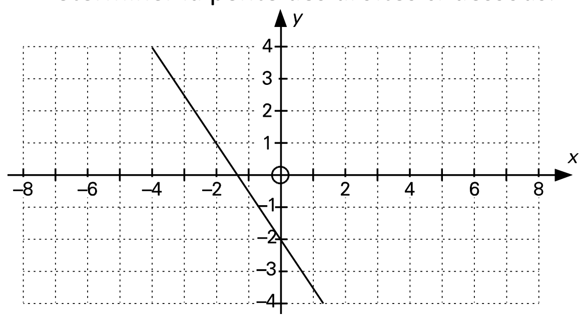
TÂCHES D'ÉVALUATION AVEC L'ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPE/INDIVIDUELLES

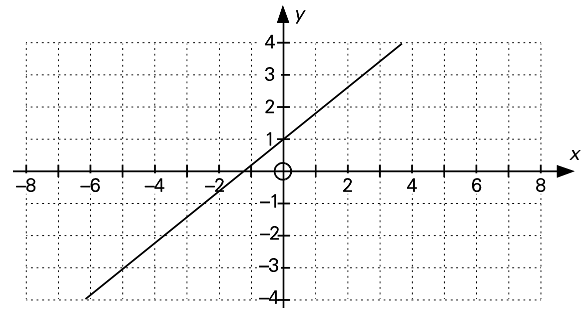
Envisager les exemples de tâches et d'activités suivants (pouvant être adaptés) pour l'évaluation au service de l'apprentissage ou pour l'évaluation de l'apprentissage.

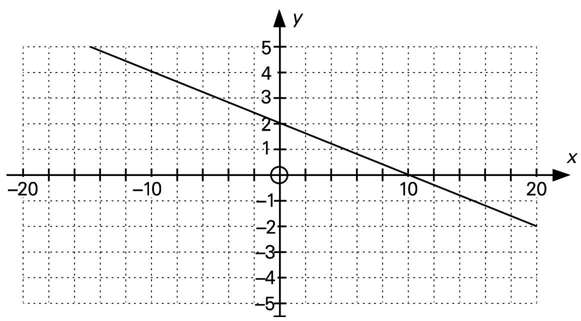
- Demander aux élèves de préciser quel segment dans le graphique ci-dessous a une pente positive, lequel a une pente négative, lequel a une pente nulle ou lequel a une pente non définie.

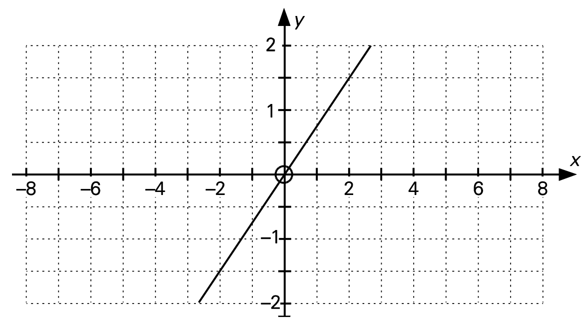


- Déterminer la pente des droites ci-dessous.



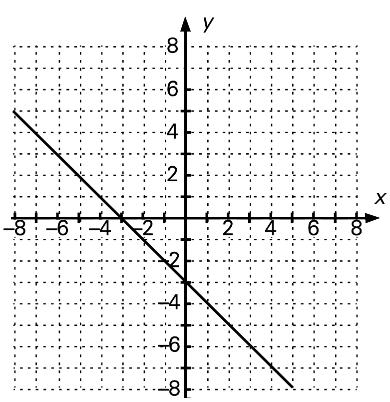


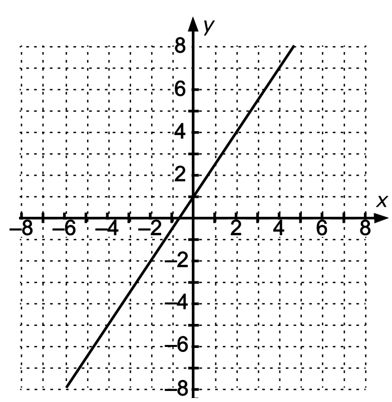




- Créer un collage d'objets de tous les jours évoquant le concept de la pente (les exemples possibles comprennent des montagnes, des rampes pour fauteuils roulants, des bretelles d'accès et ainsi de suite).

- Déterminer si chacune des droites ci-dessous a une pente positive ou négative.





- Créer une brochure, une murale, une affiche, un dessin, un diaporama, une animation Flash ou une bande dessinée qui :
  - Décrit le processus de détermination de la pente d'une droite et classifie les droites en tant que droites à pente positive et à pente négative.
  - Illustre votre compréhension de la pente en tant que rapport entre le dépplacement vertical et le déplacement horizontal et votre compréhension des pentes positives et négatives.

- Expliquer pourquoi la pente d'une droite horizontale correspond à 0 et pourquoi la pente d'une droite verticale est non définie.

- Tracer une droite à partir des renseignements qui suivent et expliquer comment utiliser la pente pour situer deux points supplémentaires sur chaque droite.
  a) Droite passant par (–2, 5) et ayant une pente de 2.
  b) Droite passante par (1, 4) et ayant une pente de $-\frac{4}{5}$.
  c) Droite passante par (–2, –5) et ayant une pente de $\frac{2}{3}$.

- Trouver la valeur de y si $A(-3, -1)$, $B(0, y)$ et $C(3, -9)$ sont des points colinéaires (situés sur la même droite).

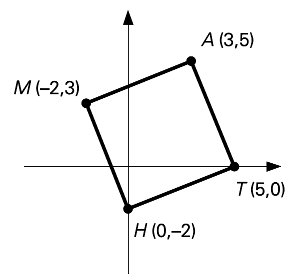
- Déterminer la pente du segment reliant les points ci-dessous :
  a) (–1, 6) et (4, 8) b) (–6, –4) et (–4, 6)

- Le parc aquatique de Pouch Cove, Terre-Neuve, est doté de deux glissoires d'eau géantes de 40 pieds de hauteur et de 200 pieds de longueur. Déterminer la pente des glissoires.

- La pente de AB est $-\frac{4}{5}$. La pente de CD est $\frac{w}{35}$. Si AB // CD, déterminer la valeur de w.

- Une droite ayant une pente de –2 passe par les points $(9, 3x)$ et $(5, 2x)$. Trouver la valeur de x.

- Démontrer que MH et AT sont parallèles à l'intérieur du quadrilatère illustré à droite.



SUIVI DE L'ÉVALUATION

La preuve d'apprentissage que procurent la participation et le travail des élèves devrait servir à guider l'enseignement.

Questions pour guider la réflexion
- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l'enseignement à l'échelle de la classe et auprès de chaque élève?
- De quelle façon peut-on fournir une rétroaction opportune aux élèves?

Planification de l'enseignement

La planification d'un cheminement pédagogique cohérent constitue une partie essentielle d'un programme de mathématiques efficace.

Questions pour guider la réflexion
- Est-ce que la leçon s'inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?

- Quelles activités et possibilités d'apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l'obtention des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?
- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d'apprentissage des élèves?

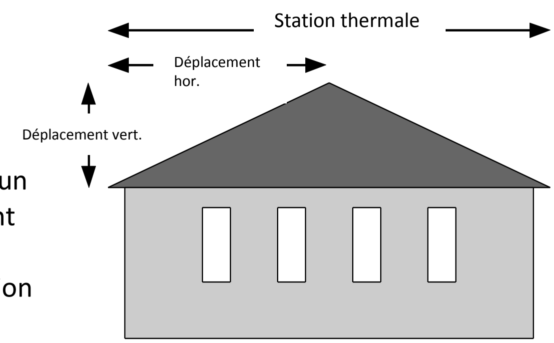
TÂCHES D'APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Un enseignement efficace doit faire appel à diverses stratégies.

Question pour guider la réflexion

- Comment peut-on utiliser la portée et l'ordre des résultats d'apprentissage pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d'entamer l'enseignement de notions nouvelles?

Envisager les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons quotidiennes.



- Fournir aux élèves des photos de pentes de la vie quotidienne. Les exemples possibles comprennent la pente d'un terrain, une pente de ski, le toit d'un bâtiment, une rampe pour fauteuils roulants ou un escalier. Demander aux élèves pourquoi la pente est un concept important. Les relations entre le déplacement vertical et le déplacement horizontal peuvent être explorées ici et aboutir au concept général de définition de la pente en tant que $\frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$.

- Fournir aux élèves un papier quadrillé sur lequel diverses pentes sont identifiées. Demander aux élèves de calculer chacune des pentes et de décrire les concepts des pentes positives, négatives et indéfinies.

- Encourager les élèves à explorer des applications de la vie réelle mettant en scène la pente d'une droite ou d'un segment de droite. Les élèves pourraient par exemple étudier la déclivité d'un toit, l'inclinaison d'un tapis roulant ou une rampe pour fauteuils roulants à leur école. Il est recommandé que les élèves acquièrent une certaine facilité à déterminer la pente d'une droite oblique avant de traiter des pentes de droites verticales et horizontales.

- Les élèves commettent couramment l'erreur, lorsqu'ils déterminent une pente, d'ignorer les échelles et de compter simplement les carreaux sur un plan cartésien. Ils devraient d'abord déterminer quelle est l'échelle de chaque axe avant de déterminer la pente. Une autre erreur que commettent les élèves est d'interpréter la pente en tant que rapport du déplacement horizontal sur le déplacement vertical. Une telle faute procure à l'enseignant une excellente occasion de traiter du caractère raisonnable de leur réponse. La pente représente le degré d'inclinaison d'une droite. Lorsqu'on compare plus d'une droite, la droite la plus abrupte devrait avoir la pente la plus prononcée; si les élèves utilisent le rapport $\frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$ ce ne sera pas le cas.

- Demander aux élèves de tracer une droite ayant une pente particulière. Effectuer une comparaison entre les élèves pour montrer que toutes les droites ayant une pente commune n'occuperont pas la même position à l'intérieur du graphique. Les élèves devraient reconnaitre que seulement un segment de droite ayant une pente donnée peut être tracé à un point donné.

- Encourager les élèves à expliquer pourquoi la pente d'une droite horizontale est nulle et la pente d'une droite verticale est non définie. Ils devraient en arriver à la conclusion que le déplacement vertical d'une droite horizontale est 0. Comme la pente correspond à $\triangle y$ sur $\triangle x$, la valeur de ce rapport est de 0 vu que $\triangle y = 0$. Ils devraient également en venir à la conclusion que dans le cas d'une droite verticale, le déplacement horizontal est de 0, car x ne varie pas, donc $\triangle x = 0$. La pente d'une droite verticale est non définie parce que la division par 0 est indéfinie.

- Si on fournit aux élèves la pente et un point sur la droite et qu'ils utilisent cette information pour déterminer un autre point sur la droite, ils peuvent recourir aux régularités ou à un graphique. Par exemple, lorsqu'une droite d'une pente de $\frac{1}{3}$ passe par le point (–2, 4), les élèves pourraient aborder le problème au moyen des régularités.

  +3 jusqu'à $x = 1$

  (-2,4), (1,5), (4,6)

  +1 jusqu'à $y = 5$

  Les élèves pourraient songer à inscrire le point fourni sur un plan cartésien et utiliser la pente pour situer d'autres points. Dans l'exemple ci-dessus, ils inscriraient le point (–2, 4) et situeraient les autres points en se déplaçant de trois unités vers la droite et d'une unité vers le haut. Il est primordial que les élèves reconnaissent qu'une pente de $\frac{1}{3}$ équivaut à $\frac{-1}{-3}$. Ils pourraient en conséquence également situer d'autres points en se déplaçant de trois unités vers la gauche et d'une unité vers le bas. Cette notion est particulièrement importante lorsque les élèves explorent les systèmes d'équations.

  Nota – Il est important d'utiliser les termes **vers la gauche** ou **vers la droite** *plutôt que* de se limiter à évoquer l'horizontale lorsqu'on décrit un mouvement horizontal. Mentionner qu'il faut se déplacer de trois unités, par exemple, ne précise pas la direction dans laquelle l'élève doit se déplacer.

- Le traçage de droites ayant une pente donnée représente une excellente occasion d'encourager les élèves à vérifier la valeur de la pente et l'orientation de la droite. Une pente positive indique par exemple une augmentation de y au fur et à mesure que x augmente, ce qui produit une droite inclinée montant de la gauche à la droite. Les élèves commettent couramment l'erreur d'interpréter $-\frac{1}{3}$ en tant que $\frac{-1}{-3}$, expression dans laquelle la négative s'applique à la fois au déplacement vertical et au déplacement horizontal, lorsqu'ils travaillent avec des pentes négatives.

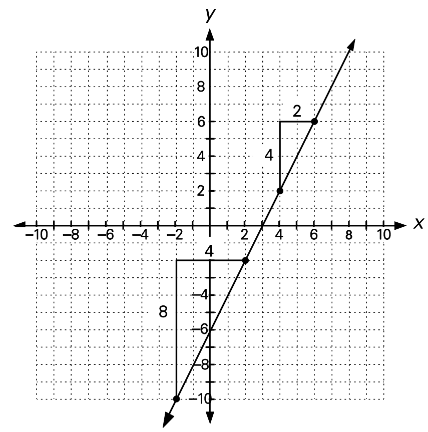
  Il faut encourager les élèves à déterminer la pente d'une droite en utilisant plusieurs paires de points non consécutifs. Les élèves peuvent comparer les pentes au moyen de paires ordonnées ou ils peuvent utiliser un graphique. Considérer les exemples illustrés à droite.

  +8 +4

  (–2, –10), (1, –4), (2, –2), (4, 2), (6, 6)

  +4 +2

Les élèves devraient en arriver à partir des deux exemples à la conclusion que la pente est constante (identique), peu importe quels sont les deux points de la droite qu'ils examinent. En conséquence, la pente de la droite correspond à la pente de n'importe quel segment de la droite.



- Une fois que les élèves ont défini la pente d'une droite en tant que taux de variation de *y* par rapport à la variation de *x*, on élargira cette définition pour en dégager la formule de la pente. Pour trouver les distances verticales et horizontales entre deux points, les élèves peuvent utiliser un graphique ou ils peuvent soustraire les coordonnées des deux points, soit (x_1, y_1) et (x_2, y_2). Les élèves seront exposés à la définition de la variation de la valeur de *y* en tant que différence entre les ordonnées *y*. Dans le même ordre d'idées, la variation de la valeur de *x* correspond à la différence entre les abscisses *x*. Ce raisonnement les amènera à la formule de la pente ci-dessous :

$$\text{pente} = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

- Les élèves se demandent souvent quels points devraient être identifiés (x_1, y_1). Les indices inférieurs indiquent que vous avez deux points avec lesquels travailler. Les élèves décident quel point identifier en tant que point 1 et quel point identifier en tant que point 2. Lors de l'utilisation de la formule de la pente, l'important à se rappeler est de trouver la différence de la valeur de *x* et la différence de la valeur de *y* dans le même ordre dans le cas de chaque soustraction. C'est pourquoi il est primordial que vous variiez le point que vous déciderez d'utiliser en tant que (x_1, y_1).

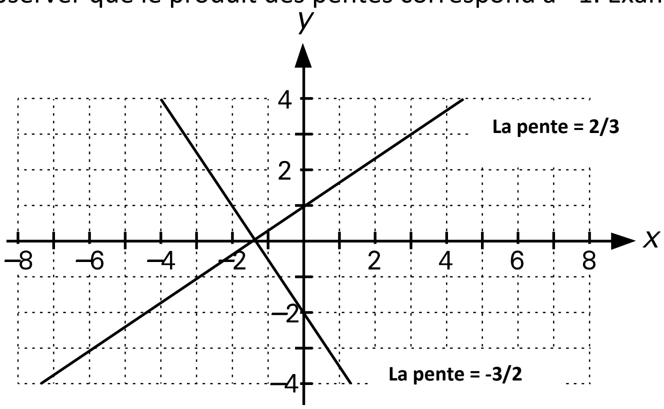
- Les élèves utiliseront la pente pour déterminer si deux droites sont parallèles, perpendiculaires ou ni l'un ni l'autre. Il est important d'explorer ces aspects et de comprendre que les droites parallèles ont des pentes égales et que les droites perpendiculaires ont des pentes dont l'une égale le négatif inverse de l'autre. Une activité utile à ce stade est de demander aux élèves de tracer trois droites parallèles. Ils devraient ensuite trouver et comparer leur pente à partir de la formule.

- Pour étudier les pentes des droites perpendiculaires, fournir aux élèves trois ensembles de droites perpendiculaires ou leur demander de construire des ensembles de droites perpendiculaires, puis de trouver et de comparer la pente de chaque ensemble de droites.

- Lors de la détermination du taux de variation, encourager les élèves à utiliser des unités dans leurs calculs. Leur utilisation aide les élèves à comprendre ce que représente le taux de variation. Une telle compréhension est cruciale pour les études ultérieures de la pente.

  Exemple :
  - On place une casserole dans le four. La température de la casserole augmente au fur et à mesure que s'écoule le temps. Le taux de variation pourrait ainsi être précisé en « degrés Celsius/minute ».

- Si on ajoutait des travailleurs supplémentaires à un quart de travail dans une usine fabriquant des casseaux à fraises, le taux de variation de la production pourrait être indiqué « en nombre de casseaux/travailleur ».
- Lorsqu'une personne gravit un sentier montueux, la distance parcourue pourrait être comparée à la hauteur gravie de sorte que le taux de variation serait exprimé en « m/mètre » ou « km/mètre ».
- Lorsque les élèves travaillent avec des droites perpendiculaires, ils pourraient également observer que le produit des pentes correspond à –1. Examiner l'exemple ci dessous.

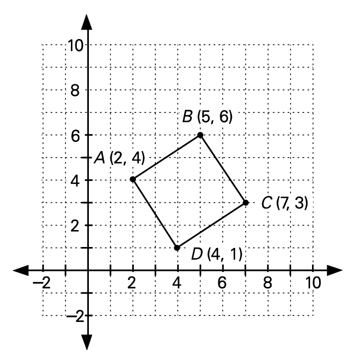


Le produit de $\frac{2}{3}$ et de $-\frac{3}{2}$ est -1.

- Demander aux élèves d'élargir le concept des droites perpendiculaires pour inclure les droites verticales et horizontales.

- Demander aux élèves de travailler en groupes de deux ou plus pour réaliser les exercices ci-dessous.
  - Remettre à chaque groupe 12 cartes sur lesquelles figureront des graphiques. Les élèves travailleront ensemble pour déterminer si les graphiques comportent une pente positive ou négative.
  - Les élèves travaillant en paires recevront un paquet de 26 cartes, soit 13 cartes comportant un graphique et 13 cartes sur lesquelles est inscrite une pente. Le brasseur brassera toutes les cartes et les distribuera. Les élèves apparieront le graphique avec la pente pertinente. Ils enlèveront les paires formées et les placeront face retournée sur la table. Les joueurs tireront ensuite une carte du jeu de leur partenaire. Ils devront trouver le graphique ou la pente correspondant et l'ajouter à leurs paires. Les élèves tireront des cartes des mains de leurs partenaires à tour de rôle. Le jeu se poursuit jusqu'au moment où toutes les paires possibles auront été formées.
  - Remettre à chaque élève une carte sur laquelle figure un graphique. Les élèves doivent trouver un camarade de classe ayant une droite parallèle à la leur, puis en trouver un autre ayant une droite perpendiculaire à la leur.

- Les problèmes relatifs à la pente peuvent être élargis à la classification des figures géométriques. Les élèves peuvent par exemple déterminer si un quadrilatère est un rectangle en démontrant que les côtés opposés sont parallèles et qu'ils renferment en plus un angle droit.



SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'OBJETS À MANIPULER

- papier quadrillé
- rapporteur d'angle
- règles

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Les élèves doivent utiliser avec aise les termes qui suivent.

- colinéaire
- constante
- notation delta △
- variation horizontale
- inverse négatif
- parallèle
- perpendiculaire
- pente
- variation verticale

Ressources/notes

Internet

- Formule de la pente
- Le plan cartésien
  http://www.youtube.com/watch?v=W8kjpvqjaqE
- La pente
  http://www.youtube.com/watch?v=mluAlisKrlM
- Les relations et les fonctions
  http://www.youtube.com/watch?v=DrzXraSKdDE
- Comment calculer la pente d'une droite
  http://www.youtube.com/watch?v=p2i-zX5KV_s

Ressources imprimées

- *Mathématiques 10 : fondements et pré-calcul* (BURGLIND ET COLL., Pearson, 2010)
  - Manuel de l'élève (version papier, version numérique sur DVD et e-textes)
    - > Chapitre 6, section 6.1 et 6.2, p. 330-353
    - > Chapitre 5, section 5.6 et 5.7, p. 300-323
  - Ressources destinées à l'enseignant (version papier et version numérique sur DVD
- *Omnimaths 10, Édition de l'ouest,* Chenelière/McGraw-Hill, chapitre 6, 263-269

Notes

RAS RF04 On s'attend à ce que les élèves sachent décrire et représenter des relations linéaires à l'aide de descriptions verbales, de paires ordonnées, de tables de valeurs, de graphiques et d'équations. [C, L, R, V]

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

RF04.01 Reconnaitre les variables indépendante et dépendante dans un contexte donné.
RF04.02 Déterminer si une situation représente une relation linéaire et expliquer pourquoi elle en est une ou non.
RF04.03 Déterminer si un graphique représente une relation linéaire et expliquer pourquoi il en est une ou non.
RF04.04 Déterminer si une table de valeurs ou un ensemble de paires ordonnées représentent une relation linéaire et expliquer pourquoi ils en sont une ou non.
RF04.05 Tracer un graphique à partir d'un ensemble de paires ordonnées tiré d'une situation donnée et déterminer si la relation entre les variables est linéaire.
RF04.06 Déterminer si une équation représente une relation linéaire et expliquer pourquoi elle en est une ou non.
RF04.07 Apparier les représentations correspondantes de relations linéaires.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 9	**Mathématiques 10**	**Mathématiques 11**
RR01 On s'attend à ce que les élèves sachent généraliser une régularité découlant d'un contexte de résolution de problèmes en utilisant des équations linéaires, et les vérifier par substitution. **RR02** On s'attend à ce que les élèves sachent tracer le graphique d'une relation linéaire illustrent, l'analyser et interpoler ou extrapoler pour résoudre des problèmes.	**RF04** On s'attend à ce que les élèves sachent décrire et représenter des relations linéaires à l'aide de descriptions verbales, de paires ordonnées, de tables de valeurs, de graphiques et d'équations.	**RF02** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris le sommet, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image, et l'axe de symétrie. (M11) * **RF02** On s'attend à ce que les élèves sachent représenter graphiquement et analyser des fonctions valeur absolue (limité aux fonctions linéaires et quadratiques) pour résoudre des problèmes. (PC11)**

* M11—Mathématiques 11
** PC11—Précalcul 11

Contexte

Les élèves ont résolu divers problèmes contextualisés à l'aide d'équations linéaires depuis Mathématiques 7. Ils ont également représenté des données linéaires sous diverses formes, comme des tableaux, des graphiques, des équations ou des situations.

En Mathématiques 9, les élèves ont utilisé les régularités à l'intérieur de tables de valeurs et de graphiques pour repérer la présence d'une relation linéaire lorsque survient une variation constante des variables indépendante et dépendante (9R01). Les exemples vus ont été limités à des augmentations de 1 de la variable indépendante. On élargira maintenant cette notion à des augmentations autres que des augmentations de 1.

Les élèves ont déjà représenté les relations de diverses façons. Dans le cadre du présent résultat d'apprentissage, les élèves se concentreront sur les relations linéaires et ils passeront de façon interchangeable aux divers modes de représentation.

En Mathématiques 10, les élèves détermineront si une relation est linéaire ou non au moyen de diverses méthodes : différences communes, forme du graphique, degré de l'équation et création d'une table de valeurs. Ils apprendront à distinguer quelle variable est indépendante et laquelle est dépendante. Les élèves trouveront la pente dans chacune des diverses formes de relations étudiées et ils constateront que la pente est constante dans n'importe relation linéaire, peu importe le mode de représentation utilisé.

Les élèves détermineront si une relation est linéaire ou non linéaire. Ils vérifieront à l'aide d'une table de valeurs ou de paires ordonnées si les variations des variables indépendante et dépendante sont constantes. Les relations linéaires correspondent à des graphiques à lignes droites. La comparaison d'une table et de son graphique permet aux élèves de constater que la variation constante de la variable indépendante représente la variation horizontale à l'intérieur du graphique. Dans le même ordre d'idées, la variation constante de la variable dépendante représente la variation verticale à l'intérieur du graphique. On présentera la variation constante aux élèves en la qualifiant de taux de variation.

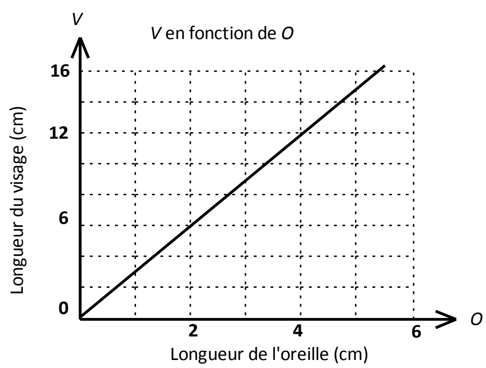
Au fur et à mesure que les élèves travailleront avec les divers modes de représentation des relations, ils devraient mieux comprendre les liens entre ceux-ci. Les modes de représentation de rechange peuvent approfondir la connaissance que les élèves possèdent des équations et des expressions symboliques.

Explorons en guise d'exemple une relation donnée au moyen de divers modes de représentation.

- Supposons qu'on a recueilli des données comparant la longueur d'une oreille à la longueur du visage d'une personne. Il a été déterminé que la longueur du visage correspond à peu près au triple de celle de l'oreille. Un tel rapport pourrait être exprimé
  - *de façon littérale :* Le triple de la longueur de votre oreille, o, équivaut à la longueur de votre visage, v, du menton à la naissance des cheveux.
  - *sous la forme d'une équation* : $v = 3o$
  - *sous la forme d'un ensemble de paires ordonnées :* (4, 12), (4,5, 13,5), (5, 15), (5,5, 16,5), (6, 18), (6,5, 19,5)
  - sous la forme d'une table de valeurs :

Longueur de l'oreille, *o* (cm)	Longueur du visage, *v* (cm)
4,0	12,0
4,5	13,5
5,0	15,0
5,5	16,5
6,0	18,0
6,5	19,5

– sous la forme d'un graphique :



En Mathématiques 9, les élèves ont dessiné des graphiques de relations linéaires représentées par des équations en créant une table de valeurs. Ils ont constaté que dans le cas d'une relation linéaire, une variation constante de la valeur indépendante entrainait une variation constante de la valeur dépendante. Encourager les élèves à établir une distinction entre les équations linéaires et les équations non linéaires sans créer de graphiques. Ils peuvent également explorer si les équations sont linéaires, par exemple, en observant le degré de l'équation.

Les élèves tireront de l'exercice la conclusion qu'il existe un certain nombre de façons de déterminer si une relation est une relation linéaire ou non linéaire.

- Les graphiques des relations linéaires sont des graphiques des droites.
- Dans la table de valeurs d'une relation linéaire, les valeurs de *y* augmentent ou diminuent d'une quantité constante parallèlement à l'augmentation ou à la diminution d'une quantité constante des valeurs de *x*.
- Lorsqu'une relation linéaire est exprimée sous la forme d'une équation, elle conserve une ou deux variables et elle ne comporte aucun terme d'un degré supérieur à 1.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage consiste à évaluer ce que les élèves apprennent et comment ils l'apprennent. Elle doit se produire au quotidien dans le cadre de l'enseignement/apprentissage. **L'évaluation de l'apprentissage** consiste à recueillir des renseignements fiables qui permettent de porter un jugement sur le progrès des élèves. Elle doit se faire fréquemment. On utilise diverses approches et divers contextes pour évaluer l'ensemble des élèves, en tant que classe, en groupe et individuellement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d'évaluation avec mes stratégies d'enseignement?

ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

Les élèves pourraient exécuter des exercices comme ceux qui suivent pour que vous puissiez mieux évaluer leurs acquis antérieurs.

- Décrire de façon littérale la relation que représente l'équation $y = 2x + 5$. Composer un problème qui pourrait être résolu au moyen de cette équation.

- Écrire une équation linéaire représentant la régularité présente dans la table de valeurs fournie.

Temps (s)	0	1	2	3	4
Hauteur (m)	2	3,5	5	6,5	8

a) Décrire un contexte convenant à l'équation.
b) Comment décririez-vous la pente obtenue dans une telle situation?

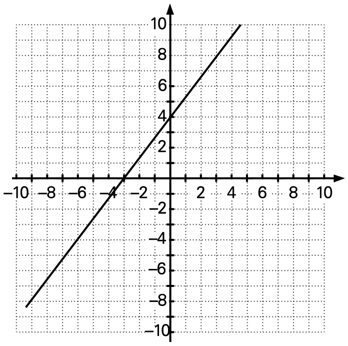
TÂCHES D'ÉVALUATION AVEC L'ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPE/INDIVIDUELLES

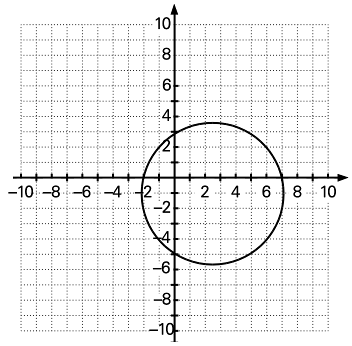
Envisager les exemples de tâches et d'activités suivants (pouvant être adaptés) pour l'évaluation au service de l'apprentissage ou pour l'évaluation de l'apprentissage.

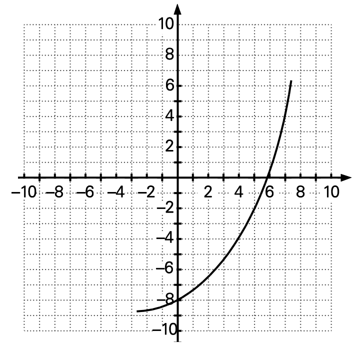
- Choisir dans les pages boursières du journal (que l'enseignant aura affichées sur le mur ou en consultant Internet pour accéder au TSX) une société par actions à responsabilité limitée, puis consigner et représenter au moyen d'un graphique la valeur de l'action au cours d'une période d'un mois. Utiliser votre graphique pour déterminer
  - les sections linéaires et non linéaires
  - la pente de la droite de meilleur ajustement des sections linéaires (déterminée à l'œil)

  Discuter avec vos camarades de classe des facteurs qui pourraient affecter la valeur de l'action et établir un lien entre ces facteurs et des évènements courants. (Ou bien les élèves pourraient examiner le passé de l'action au cours du mois précédent et extrapoler des données pour déterminer s'ils devraient investir dans cette action en étudiant les pentes obtenues.)

  Quelles relations parmi celles-ci-dessous sont linéaires?







Temps (mois)	Hauteur (pouces)
0	22
6	23
12	25
18	27
24	32

Prix ($)	Taxes ($)
10	1,50
60	9,00
110	16,50
160	24,00
210	31,50

Aire (pi^2)	Cout ($)
100	600
150	900
200	1 200
225	1 350
250	1 500

- Quelles relations parmi celles ci-dessous sont des relations linéaires?
  a) {(2, 10), (4, 15), (6, 20), (8, 25), (10, 30), 12, 35)}
  b) {(0, 1), (20, 2), (40, 4), (60, 8), (80, 1), (100, 32)}
  c) $x^2 - 5x + 3 = y$
  d) $x + 5 = 13$
  e) $y = 23$
  f) $y - 5 = - x^3 + 2x + 1$
  g) $y = 3x + 12$

- Créer une table de valeurs pour chacune des fonctions ci-dessous, inscrire les données sur un graphique et déterminer si la fonction représente une relation linéaire.
  a) $y = -4x + 7$
  b) $d = t^2 + t - 2$
  c) $g = 0.5t + 8$

- Déterminer si les situations ci-après représentent une relation linéaire et expliquer votre raisonnement.
  a) Une entreprise locale de taxis impose un tarif fixe de 3,75 $ plus un montant de 0,75 $ le kilomètre.
  b) Paola utilise des blocs pour bâtir une tour. Elle commence avec trois blocs et ajoute deux blocs pour la construction de chaque tour successive.
  c) La valeur d'un placement augmente de 10 % chaque année.

SUIVI DE L'ÉVALUATION

La preuve d'apprentissage que procurent la participation et le travail des élèves devrait servir à guider l'enseignement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l'enseignement à l'échelle de la classe et auprès de chaque élève?
- De quelle façon peut-on fournir une rétroaction opportune aux élèves?

Planification de l'enseignement

La planification d'un cheminement pédagogique cohérent constitue une partie essentielle d'un programme de mathématiques efficace.

Questions pour guider la réflexion

- Est-ce que la leçon s'inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et possibilités d'apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l'obtention des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?
- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d'apprentissage des élèves?

TÂCHES D'APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Un enseignement efficace doit faire appel à diverses stratégies.

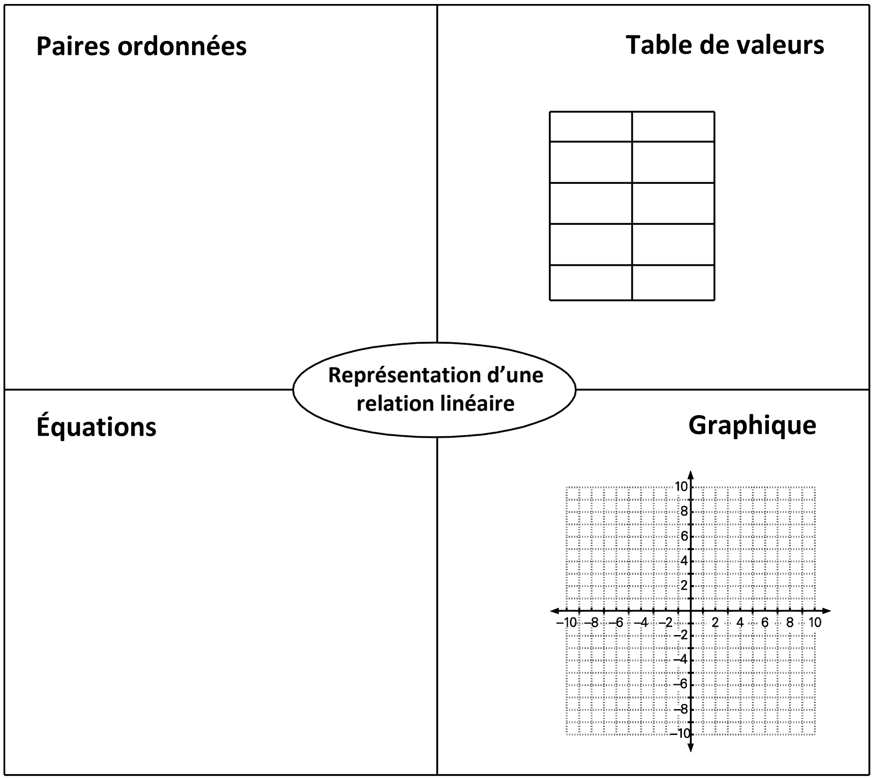
Question pour guider la réflexion

- Comment peut-on utiliser la portée et l'ordre des résultats d'apprentissage pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d'entamer l'enseignement de notions nouvelles?

Envisager les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons quotidiennes.

- Fournir aux élèves des données provenant de diverses situations de la vie réelle et leur demander de déterminer quelles relations sont des relations linéaires et lesquelles sont des relations non linéaires. Leur demander d'expliquer ce que ces termes signifient.

- Fournir aux élèves l'un des articles suivants : une équation, un ensemble de paires ordonnées ou une table de valeurs, un graphique et une description littérale d'une situation. Demander aux élèves de produire les trois autres modes de représentation. Par exemple,
  - créer à partir de l'équation $y = 3x - 5$, une table de valeurs ou un ensemble de paires ordonnées, un graphique et une description littérale d'une situation correspondant à l'équation
  - Vous pourriez utiliser un organisateur graphique comme celui illustré ci-dessous. (L'annexe B renferme une version à photocopier.)



- Fournir aux élèves une liste de situations et de relations, et leur donner le temps de travailler ensemble pour déterminer si la situation évoquée correspondrait à une relation linéaire ou non linéaire. Par exemple, le rapport entre la longueur d'un pas et la distance parcourue est une relation linéaire, mais le rapport entre la longueur des côtés et l'aire d'un carré est une relation non linéaire.

- Demander aux élèves de comparer des équations linéaires et non linéaires. Leur fournir des équations linéaires et non linéaires et leur demander de remplir une table des valeurs et de créer un graphique pour chacune. Les équations pourraient par exemple comprendre celles-ci :

  $y = x + 2$ $\quad$ $y = 6x - 7$ $\quad$ $y = x$ $\quad$ $y = x^2 + 2x + 1$ $\quad$ $y = x^2$

  Vous pourriez également utiliser des outils technologiques pour réaliser les graphiques.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'OBJETS À MANIPULER

- papier quadrillé

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Les élèves doivent utiliser avec aise les termes qui suivent.

- différence commune
- degré
- variable dépendante
- variable indépendante
- linéaire

Ressources/notes

Internet

- Représentation graphique de fonctions par GEOGEBRA
  http://www.youtube.com/watch?v=M4lrQ5hN-so
- Réaliser un tableau de valeurs avec GEOGEBRA
  http://www.youtube.com/watch?v=mjbiqJg3P4w
- Placer un point à partir de ses coordonnées par GEOGEBRA
  http://www.youtube.com/watch?v=psXrvLAhGzE
- Comment tracer une fonction linéaire à partir de sa forme fonctionnelle par GEOGEBRA
  http://www.youtube.com/watch?v=NEqtPCSoDBA

Ressources imprimées

- *Mathématiques 10 : fondements et pré-calcul* (BURGLIND ET COLL., Pearson, 2010)
  - Manuel de l'élève (version papier, version numérique sur DVD et e-textes)
    - > Chapitre 5, section 5.2, 5.5 et 5.6, p. 264-273, 287-310
  - Ressources destinées à l'enseignant (version papier et version numérique sur DVD

Notes

RAS RF05 On s'attend à ce que les élèves sachent déterminer les caractéristiques des graphiques de relations linéaires, y compris les coordonnées à l'origine, la pente, le domaine et l'image. [L, RP, R, V]			
[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CE]** Calcul mental et estimation

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

RF05.01 Déterminer les coordonnées à l'origine du graphique d'une relation linéaire et les représenter sous la forme de valeurs numériques ou de paires ordonnées.
RF05.02 Déterminer la pente du graphique d'une relation linéaire.
RF05.03 Déterminer le domaine et l'image du graphique d'une relation linéaire.
RF05.04 Esquisser le graphique d'une relation linéaire ayant une, deux ou une infinité de coordonnées à l'origine.
RF05.05 Déterminer le graphique correspondant à une pente et à une ordonnée à l'origine données.
RF05.06 Déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine correspondant à un graphique donné.
RF05.07 Résoudre un problème contextualisé comportant les coordonnées à l'origine, la pente, le domaine ou l'image d'une relation linéaire.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 9	Mathématiques 10	Mathématiques 11
RR02 On s'attend à ce que les élèves sachent tracer le graphique d'une relation linéaire illustrent, l'analyser et interpoler ou extrapoler pour résoudre des problèmes.	**RF05** On s'attend à ce que les élèves sachent déterminer les caractéristiques des graphiques de relations linéaires, y compris les coordonnées à l'origine, la pente, le domaine et l'image.	**RF02** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris le sommet, les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image, et l'axe de symétrie. (M11) * **RF02** On s'attend à ce que les élèves sachent représenter graphiquement et analyser des fonctions valeur absolue (limité aux fonctions linéaires et quadratiques) pour résoudre des problèmes. (PC11)** **RF03** On s'attend à ce que les élèves sachent analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - p)^2 + q$ et déterminer le sommet, le domaine et l'image, l'orientation de l'ouverture, l'axe de symétrie ainsi que les coordonnées à l'origine. (PC11) **

Mathématiques 9 (suite)	Mathématiques 10 (suite)	Mathématiques 11 (suite)
		RF04 On s'attend à ce que les élèves sachent analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$ pour déterminer les caractéristiques du graphique correspondant, y compris le sommet, le domaine et l'image, l'orientation de l'ouverture, l'axe de symétrie ainsi que les coordonnées à l'origine pour résoudre des problèmes. (PC11)** **RF05** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant des équations quadratiques. (PC11)** **M01** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant l'application de taux. (M11)

*   M11—Mathématiques 11
** PC11—Précalcul 11

Contexte

Les élèves ont déjà interpolé ou extrapolé des données pour résoudre des problèmes à l'aide des relations linéaires en Mathématiques 9.

Dans le cadre du présent résultat, les élèves repèreront les coordonnées à l'origine et les exprimeront sous la forme de valeurs ou de paires ordonnées (par exemple, une abscisse à l'origine de 2 ou (0, 2) pourrait servir à exprimer la même coordonnée). Les élèves expliqueront également ce que les coordonnées à l'origine représentent lorsque le graphique leur est fourni. Ils représenteront les relations linéaires sur un graphique lorsqu'une coordonnée à l'origine et la pente leur sont fournies ou lorsque les deux coordonnées à l'origine leur sont fournies.

Les élèves devraient travailler avec des situations dans lesquelles le taux de variation est positif, négatif ou nul.

Les élèves peuvent utiliser des graphiques pour déterminer les coordonnées de l'abscisse et de l'ordonnée à l'origine. Veiller à ce que les élèves représentent les points d'intersection avec les deux axes sous la forme de paires ordonnées, (x, 0) et (0, y) respectivement. Encourager les élèves à expliquer ce que désignent les points de rencontre horizontal et vertical dans un problème contextualisé. Par exemple, le point d'intersection avec l'axe vertical pourrait être la valeur initiale dans un contexte donné et le point d'intersection avec l'axe horizontal pourrait être la valeur finale dans un autre contexte.

Les élèves utiliseront les notions mathématiques apprises au sujet des relations pour déterminer les caractéristiques d'une relation linéaire. Ils reverront le domaine et l'image dans la mesure dans le contexte des graphiques linéaires. Les élèves se serviront en plus du taux de variation et des points d'intersection avec l'axe vertical pour définir les graphiques et vice versa. Ces exercices devraient contribuer à renforcer les liens entre les divers modes de représentation et le taux de variation ainsi que les ordonnées à l'origine. Les élèves devraient par exemple se rendre compte que si le taux de variation est positif, le segment de droite sera incliné et montera vers la droite.

Les élèves ont maintenant été exposés au taux de variation et aux points d'intersection avec l'axe vertical d'une relation linéaire. Il s'agirait d'une excellente occasion d'établir un lien entre un graphique linéaire et son équation dans le contexte d'un problème. Les élèves ne seront pas exposés à la forme pente-ordonnée à l'origine avant la section subséquente.

***Nota* –** Il est important d'éviter de présenter l'équation d'une droite aux élèves en évoquant l'expression $y = mx + b$. L'utilisation d'une formule par cœur a tendance à encourager la mémorisation plutôt que la compréhension.

L'illustration d'une relation linéaire pourrait comporter un, deux ou un nombre infini de points d'intersection avec les axes. Encourager les élèves à explorer les trois possibilités en leur demandant de créer des graphiques et de décrire leurs constatations. Une droite qui repose sur un axe comporte par exemple un nombre infini de points d'intersection sur cet axe. Une droite horizontale ou verticale qui ne repose pas sur un axe ne compte qu'un point d'intersection avec l'autre axe. Une droite oblique comporte deux points d'intersection, l'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine. Lorsque l'enseignant fournit aux élèves une représentation visuelle des situations, les élèves comprennent mieux le concept.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage consiste à évaluer ce que les élèves apprennent et comment ils l'apprennent. Elle doit se produire au quotidien dans le cadre de l'enseignement/apprentissage. **L'évaluation de l'apprentissage** consiste à recueillir des renseignements fiables qui permettent de porter un jugement sur le progrès des élèves. Elle doit se faire fréquemment. On utilise diverses approches et divers contextes pour évaluer l'ensemble des élèves, en tant que classe, en groupe et individuellement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d'évaluation avec mes stratégies d'enseignement?

ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

Les élèves pourraient exécuter des exercices comme ceux qui suivent pour que vous puissiez mieux évaluer leurs acquis antérieurs.

- Vous venez d'acheter un nouveau téléphone mobile. Le forfait de ce téléphone coute 10 $ par mois et 0,10 cents la minute. Créer un graphique représentant la situation. Estimer au moyen du graphique le cout de l'envoi de 100 messages textes.

- Nelson note la quantité d'essence qui reste dans son réservoir au cours d'une certaine période de temps pendant qu'il conduit son véhicule tout-terrain (VTT) sur un sentier hors route de grande randonnée.

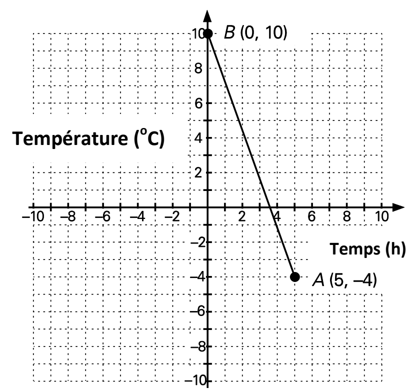
Distance parcourue (km)	50	100	150	200	250
Quantité d'essence restant dans le réservoir (L)	18	14	10	6	2

  a) Déterminer la quantité d'essence dans le réservoir au moment où Nelson commence son excursion.
  b) Quelle distance Nelson peut-il parcourir avant de manquer d'essence?

TÂCHES D'ÉVALUATION AVEC L'ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPE/INDIVIDUELLES

Envisager les exemples de tâches et d'activités suivants (pouvant être adaptés) pour l'évaluation au service de l'apprentissage ou pour l'évaluation de l'apprentissage.

- Le graphique à droite représente la température de l'eau de mer placée dans un congélateur. Expliquer la signification de la pente, ce que représente le point *A*, ce que représente l'abscisse et l'ordonnée à l'origine, ainsi que le domaine et l'image.



  Nota – La pente représente le taux de diminution de la température. L'ordonnée à l'origine représente la température de l'eau au moment où on la met dans le congélateur. L'abscisse à l'origine représente la température après quatre heures. Le point *A* représente le moment où l'eau commence à geler et sa température. (L'eau de mer gèle à –4°C.

- Jian a un forfait mensuel d'utilisation de son téléphone mobile représenté par l'équation $C(n) = 0{,}15n + 25$ où C équivaut aux frais totaux et n représente le nombre de messages textes envoyés et reçus.
  a) Expliquer pourquoi l'équation représente une relation linéaire.
  b) Préciser le taux de variation. Que représente-t-il?

- Parvana veut vendre sa voiture. Le cout de l'insertion d'une annonce dans le journal est de 15,30 \$. Cela comprend trois lignes de texte et une photo. Chaque ligne de texte supplémentaire couterait 2,50 \$. Écrire une équation représentant la fonction linéaire qui représenterait une telle situation.

- De nombreux élèves participent à une course de bienfaisance de 5 km. Adrienne fait don de 30 \$ de ses propres fonds. Elle recueille également 20 \$/km couru en promesses de dons.
  a) Déterminer le domaine et l'image pertinents de la situation évoquée et utiliser une table de valeurs pour dessiner un graphique de la fonction.
  b) L'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine signifient-elles quoi que ce soit dans une telle situation? Expliquer.
  c) Écrire la fonction sous la forme d'une équation linéaire à deux variables.

- Déterminer l'abscisse et l'ordonnée à l'origine de chacune des expressions ci-dessous.
  a) $2x - 3y = 12$

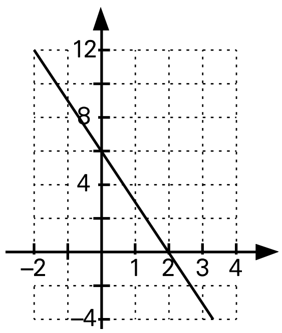
b) $3x - 24 = 8y$
c) $5x - 2y + 12 = 0$

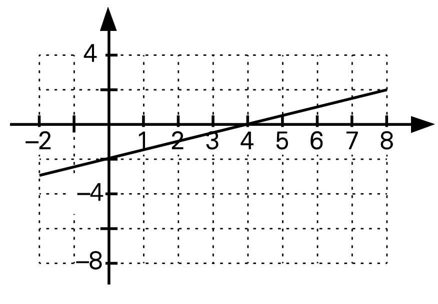
- Marie note la quantité d'essence qui reste dans son réservoir au cours d'une certaine période de temps pendant qu'elle conduit son camion sur une piste hors route de grande distance.

Distance parcourue (km)	50	100	150	200	250
Quantité d'essence restant dans le réservoir (L)	35	30	25	20	15

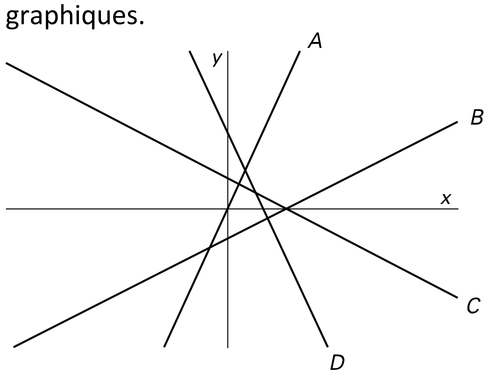
a) Déterminer l'abscisse à l'origine de ces données et expliquer ce qu'elle signifie.
b) Déterminer l'ordonnée à l'origine de ces données et expliquer ce qu'elle signifie.

- Définir la pente et les coordonnées à l'origine dans chacun des graphiques ci-dessous.

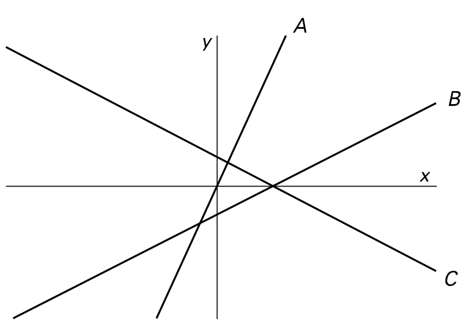




- Les graphiques ci-dessous ont des pentes de 2, $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$ et -2. Associer la pente à chacun des graphiques.



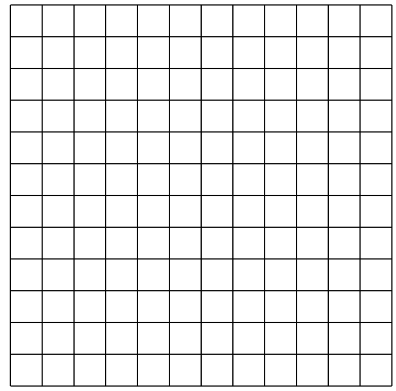
- Les ordonnées à l'origine dans les graphiques ci-dessous sont 2, 0 et –2. Les assortir à chacun des graphiques.



- Un spa (station thermique) renferme 1 600 L d'eau et peut être vidé à un taux constant de 20 L la minute.

  a) Remplir la table de valeurs et dessiner un graphique représentant la relation.
  b) Déterminer l'ordonnée à l'origine. Que représente cette valeur dans ce contexte?
  c) Déterminer l'abscisse à l'origine. Que représente cette valeur dans ce contexte?
  d) Déterminer la pente. Que représente cette valeur dans ce contexte?
  e) Définir le domaine et l'image, et expliquer leur importance dans le contexte de la situation décrite.

Temps (min)	**Volume (L)**
0	
20	
40	
60	
80	
100	



SUIVI DE L'ÉVALUATION

La preuve d'apprentissage que procurent la participation et le travail des élèves devrait servir à guider l'enseignement.

Questions pour guider la réflexion
- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l'enseignement à l'échelle de la classe et auprès de chaque élève?
- De quelle façon peut-on fournir une rétroaction opportune aux élèves?

Planification de l'enseignement

La planification d'un cheminement pédagogique cohérent constitue une partie essentielle d'un programme de mathématiques efficace.

Questions pour guider la réflexion
- Est-ce que la leçon s'inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et possibilités d'apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l'obtention des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?
- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d'apprentissage des élèves?

TÂCHES D'APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Un enseignement efficace doit faire appel à diverses stratégies.

Question pour guider la réflexion

- Comment peut-on utiliser la portée et l'ordre des résultats d'apprentissage pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d'entamer l'enseignement de notions nouvelles?

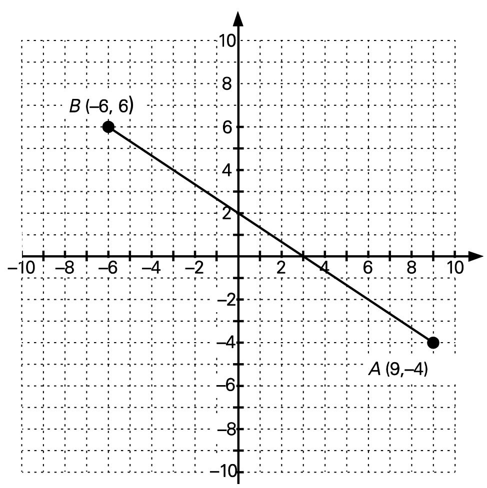
Envisager les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons quotidiennes.

P Il est conseillé d'effectuer une révision rapide des divers modes de détermination de la pente. On pourrait présenter aux élèves des graphiques d'équations linéaires et leur demander de préciser les pentes, les coordonnées à l'origine ainsi que le domaine et l'image. Lorsque les élèves font état du domaine et de l'image renfermant les points finals, ils devraient exprimer le domaine et l'image par notation ensembliste ou d'intervalle :

Domaine : $\{x \mid -6 \leq x \leq 9, x \in R\}$ et $[-6, 9]$

Image : $\{y \mid -4 \leq y \leq 6, y \in R\}$ et $[-4, 6]$

L'abscisse à l'origine peut être exprimée ainsi : abscisse à l'origine à 3 ou (3, 0).
L'ordonnée à l'origine peut être exprimée ainsi : ordonnée à l'origine à 2 ou (0, 2).



P Les élèves commettent parfois l'erreur d'identifier le point d'intersection avec l'axe vertical avec un point sur l'axe des x. Rappeler aux élèves que l'axe vertical est l'axe des *y* et que l'axe horizontal est l'axe des *x*.

P Il faudrait fournir aux élèves des exemples dans lesquels les caractéristiques des relations linéaires se rapportent à des situations de la vie réelle. Lorsque les élèves voient un lien entre leur apprentissage des mathématiques et la vie réelle, ils comprennent mieux les notions inculquées. Ils devraient de plus voir des exemples dans lesquels les deux points d'intersection avec les axes sont significatifs et d'autres exemples où un seul des points d'intersection avec un axe a un sens quelconque en contexte.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'OBJETS À MANIPULER

- papier quadrillé

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Les élèves doivent utiliser avec aise les termes qui suivent.

- points d’intersection
- coordonnées à l’origine
- abscisse à l’origine
- ordonnée à l’origine

Ressources/notes

Ressources imprimées

- *Mathématiques 10 : fondements et pré-calcul* (BURGLIND ET COLL., Pearson, 2010)
  - Manuel de l’élève (version papier, version numérique sur DVD et e-textes)
    - Chapitre 5, section 5.7, p. 311-323
    - Chapitre 6, section 6.1, 6.4, 6.5 et 6.6, 330-343, 357-387
  - Ressources destinées à l’enseignant (version papier et version numérique sur DVD

Notes

RAS RF06 On s'attend à ce que les élèves sachent associer les relations linéaires exprimées sous la forme ▪ pente-ordonnée à l'origine ($y = mx + b$) ▪ générale ($Ax + By + C = 0$) ▪ pente-point ($y - y_1 = m(x - x_1)$ [L, R, T, V]	
[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation
[L] Liens **[R]** Raisonnement	**[CE]** Calcul mental et estimation

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

RF06.01 Exprimer une relation linéaire sous différentes formes et en comparer les graphiques.
RF06.02 Réécrire une relation linéaire soit sous la forme pente-ordonnée à l'origine, soit sous la forme générale**.**
RF06.03 Généraliser et expliquer des stratégies pour tracer le graphique d'une relation linéaire exprimée sous la forme pente-ordonnée à l'origine, la forme générale ou la forme pente-point.
RF06.04 Tracer, avec et sans l'aide de la technologie, le graphique d'une relation linéaire exprimée sous la forme pente-ordonnée à l'origine, sous la forme générale ou sous la forme pente-point et expliquer la stratégie utilisée pour tracer le graphique.
RF06.05 Déterminer, dans un ensemble de relations linéaires, les relations linéaires équivalentes.
RF06.06 Apparier un ensemble de relations linéaires à leurs graphiques.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 9	**Mathématiques 10**	**Précalcul 11**
RR02 On s'attend à ce que les élèves sachent tracer le graphique d'une relation linéaire, l'analyser et interpoler ou extrapoler pour résoudre des problèmes. **RR03** On s'attend à ce que les élèves sachent représenter et résoudre des problèmes en utilisant des équations linéaires des formes suivantes $ax = b$ $\frac{x}{a} = b, a \neq 0$ $ax + b = c$ $\frac{x}{a} + b = c, a \neq 0$ $ax = b + cx$ $a(x + b) = c$ $ax + b = cx + d$ $a(bx + c) = d(ex + f)$ $\frac{a}{x} = b, x \neq 0$ où a, b, c, d, e et f sont des nombres rationnels	**RF06** On s'attend à ce que les élèves sachent associer les relations linéaires exprimées sous la forme ▪ pente-ordonnée à l'origine ($y = mx + b$) ▪ générale ($Ax + By + C = 0$) ▪ pente-point [$y - y_1 = m(x - x_1)$	**RF06** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre algébriquement et graphiquement des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires-quadratiques et quadratiques-quadratiques ayant deux variables. **RF07** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant des inéquations linéaires et quadratiques ayant deux variables.

Contexte

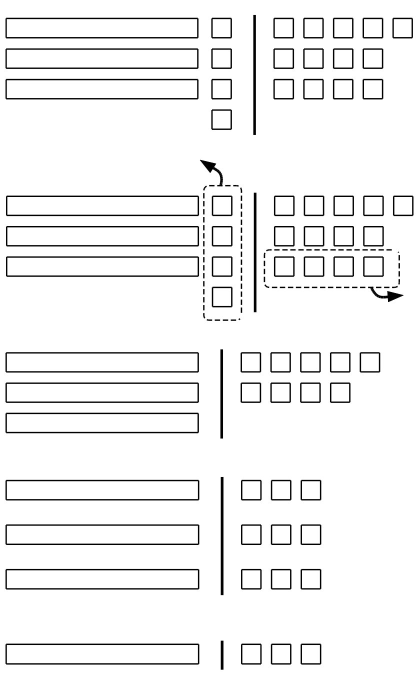
En Mathématiques 8, les élèves ont eu l'occasion de résoudre des équations à une et à deux étapes sous la forme

- $ax = b$
- $\frac{x}{a} = b,\ a \neq 0$
- $ax + b = c$
- $\frac{x}{a} + b = c,\ a \neq 0$
- $a(x + b) = c$

En Mathématiques 9, les élèves ont continué à résoudre des équations comprenant des nombres entiers et des nombres rationnels, et à représenter la solution au moyen de carreaux algébriques. Les équations en question étaient des équations où l'inconnue se trouvait des deux côtés du signe d'égalité ou où elle se trouvait dans le dénominateur. La détermination de l'inconnue de ces équations nécessitait en plus parfois plus de deux étapes.

Il faudrait utiliser des objets comme des carreaux algébriques pour aider les élèves à comprendre le processus de résolution des équations. Les élèves devraient bien savoir représenter la solution d'une équation linéaire à l'aide de carreaux algébriques et consigner la solution sous une forme symbolique comme illustré ci-dessous.

Carreaux algébriques



Symboles algébriques

$3x + 4 = 13$

$3x + 4 - 4 = 13 - 4$

$3x = 9$

$\frac{3x}{3} = \frac{9}{3}$

$x = 3$

Il pourrait s'avérer nécessaire de revoir les diverses méthodes de résolution des équations inculquées en Mathématiques 7 et 8 avant l'enseignement de la présente section. Les méthodes en question comprennent l'utilisation des carreaux algébriques, l'inspection et les essais systématiques (tâtonnement). Il avait été signalé dans le cadre des situations de résolution de problèmes qu'une fois qu'on a obtenu une solution, il faut vérifier son exactitude en substituant les nombres dans l'équation originale.

Il faudrait également donner l'exemple de l'utilisation pertinente du langage. Les termes que les enseignants devraient utiliser et comprendre comprennent : **relation, égalité, équation algébrique, distributivité, termes semblables, équilibrer, le principe zéro, le processus d'élimination, l'isolement des variables, coefficient, constante** et **équation vs expression.**

Les équations linéaires peuvent être réécrites sous différentes formes. Le présent résultat assure une introduction à trois formes d'équations de relations linéaires. Les élèves apprendront à reconnaitre les trois formes d'équations et à substituer une forme par une autre.

Les élèves créeront un graphique des relations linéaires de chacune des trois formes d'équations. Les trois formes ne doivent pas être enseignées en tant que méthodes à assimiler; il faut plutôt permettre aux élèves de découvrir les concepts et les stratégies en question au moyen d'exploration.

La forme pente-ordonnée à l'origine d'une relation linéaire correspond à $y = mx + b$, où m est la pente de la droite et b est l'ordonnée à l'origine. Les droites verticales ayant une pente non définie ne peuvent être représentées au moyen de cette forme d'équation.

On peut, à partir de la forme d'équation pente-ordonnée à l'origine créer un graphique en utilisant la pente (m) et l'ordonnée à l'origine (b).

Exemple : $y = 2x + 6$

- L'ordonnée à l'origine est 6, ou (0, 6).
- La pente est $2 = \frac{2}{1} = \frac{6}{3}$.
- Pour trouver un deuxième point, commencer au point d'intersection (0, 6), se déplacer d'une unité vers la droite et de deux unités vers le haut (1, 8) *ou* se déplacer de trois unités vers la droite et de six unités vers le haut (3, 12).

Tracer une droite passant par (0, 6) et (1, 8) ou (3, 12) pour créer le graphique de la fonction linéaire.

Lorsqu'on utilise la forme générale d'une équation, on peut créer un graphique de la relation linéaire à partir de l'abscisse à l'origine et de l'ordonnée à l'origine.

Exemple : $2x + 4y + 6 = 0$

- Il est possible de trouver l'abscisse à l'origine en attribuant à y la valeur de 0, puis en déterminant la valeur de x :

  $2x + 4(0) + 6 = 0$
  $2x + 6 = 0$
  $2x = -6$
  $x = -3$
  En conséquence, l'abscisse à l'origine est –3 ou (–3, 0).

- On peut trouver l'ordonnée à l'origine en attribuant à x la valeur de 0, puis en déterminant la valeur de y :

  $2(0) + 4y + 6 = 0$

$4y + 6 = 0$
$4y = -6$
$y = -\frac{3}{2}$

En conséquence, l'ordonnée à l'origine est $-\frac{3}{2}$ ou $(0, -\frac{3}{2})$.

Tracer une droite en passant par (–3, 0) et (0, –1,5) pour obtenir le graphique de la relation linéaire.

Tracer le graphique de la relation linéaire $2x + 4y + 6 = 0$ à l'aide d'une coordonnée à l'origine et un point

- l'abscisse à l'origine est (–3, 0)
- la pente est $\frac{-1{,}5 - 0}{0 - (-3)} = \frac{-1{,}5}{3} = -\frac{1}{2}$ ou $\frac{A}{B} = -\frac{2}{4}$, alors commencer au point (–3, 0), se déplacer de 4 vers la droite (additionnez 4 à x), puis se déplacer de 2 vers le bas (soustraire 2 de y) pour vous rendre au point (1, –2).

Tracer une droite passant par (–3, 0) et (1, –2) pour obtenir le graphique de la relation linéaire.

La forme pente-point d'une équation linéaire correspond à $(y - y_1) = m(x - x_1)$, où m représente la pente de la droite et (x_1, y_1) représente n'importe quel point sur la droite. Cette forme de représentation de l'équation découle directement de la formule de la pente. La formule pente-point reflète le fait que la différence dans les ordonnées y entre les deux points sur une droite $(y - y_1)$ est proportionnelle à la différence dans les abscisses x $(x - x_1)$. La constante de proportionnalité est m (pente de la droite). Lorsqu'on utilise la forme d'équation pente-point, on trace la relation linéaire en utilisant (x_1, y_1) et la pente (m).

Exemple : $(y - 6) = 2(x - 3)$

- Lorsqu'on dessine le graphique de la relation linéaire en reliant deux points
  - un point de la droite correspond à (x_1, y_1) ou (3, 6)
  - la pente est $2 = \frac{2}{1}$. Ainsi, pour trouver un deuxième point, commencer à (3, 6) et se déplacer vers la droite de 1 (additionner 1 à x_1) et se déplacer de 2 vers le haut (additionner 2 à y_1) pour vous rendre à (7, 5)

- Tracer une droite passant par (6, 3) et (7, 5) pour obtenir le graphique de la relation linéaire.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage consiste à évaluer ce que les élèves apprennent et comment ils l'apprennent. Elle doit se produire au quotidien dans le cadre de l'enseignement/apprentissage. **L'évaluation de l'apprentissage** consiste à recueillir des renseignements fiables qui permettent de porter un jugement sur le progrès des élèves. Elle doit se faire fréquemment. On utilise diverses

approches et divers contextes pour évaluer l'ensemble des élèves, en tant que classe, en groupe et individuellement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d'évaluation avec mes stratégies d'enseignement?

ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

Les élèves pourraient exécuter des exercices comme ceux qui suivent pour que vous puissiez mieux évaluer leurs acquis antérieurs.

P Leah a résolu l'équation ci-dessous. Vérifier si des erreurs ont été commises. Le cas échéant, préciser où elles se trouvent et apporter les changements nécessaires pour les corriger.

$\frac{1}{3}(x - 2) = 5(x + 6)$
$3(x - 2) = 5(x + 6)$
$3x - 6 = 5x + 30$
$3x - 6 + 6 = 5x + 30 + 6$
$3x - 5x = 5x - 5x + 36$
$-2x = 36$
$\frac{-2x}{-2} = \frac{36}{-2}$
$x = -18$

P Résoudre et vérifier les équations.

a) $\frac{-5}{x} = -2$

b) $\frac{x}{2} - 3 = 1\frac{1}{6}$

c) $\frac{m}{3} - \frac{3m}{4} = 10$

d) $\frac{1}{2}k - 5 = 4 - k$

P Résoudre à l'aide de carreaux algébriques l'équation ci-dessous et consigner chaque étape sous une forme algébrique.
$-6x + 2 = 8x - 12$

TÂCHES D'ÉVALUATION AVEC L'ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPE/INDIVIDUELLES

Envisager les exemples de tâches et d'activités suivants (pouvant être adaptés) pour l'évaluation au service de l'apprentissage ou pour l'évaluation de l'apprentissage.

P Trois équations sont fournies :

$y = 2x + 3$ $\quad 2x - y + 3 = 0$ $\quad (y - 7) = 2(x - 2)$

Sans réorganiser les équations, les représenter au moyen d'un graphique. Que notez-vous?

P Abdul a manqué la classe au cours de laquelle les élèves ont appris comment créer le graphique d'une équation linéaire exprimée sous la forme pente-ordonnée à l'origine. Il essaie de créer le graphique de $y = -0,25x + 6$. Expliquer comment il peut le faire.

P Expliquer votre stratégie pour représenter au moyen d'un graphique une relation linéaire comme $y - 4 = 3(x - 7)$.

P Déterminer la pente et un point sur la droite de chacune des équations ci-dessous, puis dessiner le graphique de la droite consécutive.

a) $y = 2x + 1$
b) $y = -\frac{1}{3}x + 2$
c) $y = 4$
d) $y - 3 = 2(x - 1)$
e) $2x - 3y + 12 = 0$
f) $y + 6 = -\frac{1}{4}(x - 5)$
g) $-3x + 4y + 24 = 0$

- Réécrire chacune des équations ci-dessous sous la forme pente-ordonnée à l'origine.
  a) $(y - 4) = -2(x + 1)$
  b) $-3x + 6y + 18 = 0$

- Réécrire chacune des équations ci-dessous sous la forme générale.
  a) $y + 1 = \frac{1}{2}(x - 6)$
  b) $y = 4x - 1$

- Les droites $nx + 12y - 2 = 0$ et $3x + ny + 6 = 0$ sont parallèles. Quelles sont les valeurs possibles de n?

SUIVI DE L'ÉVALUATION

La preuve d'apprentissage que procurent la participation et le travail des élèves devrait servir à guider l'enseignement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l'enseignement à l'échelle de la classe et auprès de chaque élève?
- De quelle façon peut-on fournir une rétroaction opportune aux élèves?

Planification de l'enseignement

La planification d'un cheminement pédagogique cohérent constitue une partie essentielle d'un programme de mathématiques efficace.

Questions pour guider la réflexion

- Est-ce que la leçon s'inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et possibilités d'apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l'obtention des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?
- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d'apprentissage des élèves?

TÂCHES D'APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Un enseignement efficace doit faire appel à diverses stratégies.

Question pour guider la réflexion

- Comment peut-on utiliser la portée et l'ordre des résultats d'apprentissage pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d'entamer l'enseignement de notions nouvelles?

Envisager les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons quotidiennes.

- Fournir aux élèves la possibilité de comparer le graphique et l'équation linéaire. Poser des questions au sujet des variations de *m* et de *b*, et de l'effet de leurs variations sur le graphique. Il faut s'efforcer avant tout de permettre aux élèves de constater que *m* représente la pente ou le taux de variation et que *b* représente l'ordonnée à l'origine.

- Les élèves devront illustrer une relation linéaire au moyen d'un graphique à partir de sa forme pente-ordonnée à l'origine et expliquer la stratégie utilisée pour créer le graphique. Les encourager à inscrire l'ordonnée à l'origine, puis à utiliser la pente pour définir des points supplémentaires. S'assurer que les élèves effectuent des prédictions au sujet de l'aspect du graphique avant d'effectivement créer le graphique. Par exemple, si la pente est négative, le graphique devrait descendre vers la droite. Les élèves devraient être exposés à divers outils technologiques, comme des calculatrices à affichage graphique et d'autres logiciels, lorsqu'ils dessinent une relation linéaire.

- Avant de présenter aux élèves la forme pente-point ou la forme générale de représentation d'une équation linéaire, s'assurer qu'ils peuvent illustrer au moyen d'un graphique une équation linéaire fournie sous la forme pente-ordonnée à l'origine.

- Une fois que les élèves connaissent bien la forme pente-ordonnée à l'origine d'expression d'une équation et qu'ils peuvent facilement travailler avec celle-ci, il faudrait déployer la forme pente-point d'une équation linéaire en utilisant la formule de la pente $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ou $\frac{y - y_1}{x - x_1}$ et en multipliant les deux membres de l'équation par $(x - x_1)$ pour présenter aux élèves la forme pente-point d'une équation linéaire, $y - y_1 = m(x - x_1)$.

- Les élèves doivent noter que lors de la représentation d'une relation linéaire par un graphique à partir de son équation sous sa forme pente-point, on peut directement déterminer la pente de la droite, m, et un point sur la droite, (x_1, y_1), au moyen de l'équation. Comme dans le cas de la représentation par un graphique de droite sous la forme pente-ordonnée à l'origine, les élèves inscriront le point et utiliseront la pente pour déterminer un autre point sur la droite. Les élèves commettent couramment l'erreur d'identifier incorrectement un point. Par exemple, dans le cas de l'équation $y - 5 = -2(x + 1)$, les élèves pourraient interpréter le point fourni en tant qu'équivalent de $(1, -5)$ ou de $(5, -1)$. Il s'agit là d'une belle occasion pour l'enseignant de discuter de l'opération de la soustraction des équations sous la forme pente-point. Fournir aux élèves des exemples où ils assortiront un graphique à son équation correspondante et leur demander de justifier leur choix.

- Avant de présenter aux élèves la forme générale d'une équation linéaire, s'assurer que les élèves sont en mesure de représenter au moyen d'un graphique une équation linéaire fournie sous la forme pente-ordonnée à l'origine ou pente-point.

- Une fois que les élèves comprennent les équations de relations linéaires sous la forme pente-ordonnée à l'origine et pente-point et qu'ils peuvent facilement travailler avec celles-ci, élargir leurs connaissances à cet égard en traitant de la forme générale de représentation des équations $Ax + By + C = 0$, dans laquelle A est un nombre naturel et B et C sont des entiers relatifs. Cette forme de représentation des équations est particulièrement importante en Mathématiques 11, car les élèves sont alors exposés aux équations quadratiques.

- Demander aux élèves d'explorer la relation entre l'abscisse à l'origine, l'ordonnée à l'origine et la pente du graphique d'une relation linéaire sous sa forme générale. Les élèves pourraient noter que la forme générale d'une relation linéaire représente un moyen efficace de déterminer les coordonnées à l'origine, mais il est plus important que les élèves comprennent comment obtenir l'abscisse à l'origine, l'ordonnée à l'origine et la pente sans ces formules généralisées.

- Il faut encourager les élèves à explorer plus à fond la forme générale $Ax + By + C = 0$. Ils pourraient explorer les effets du changement des paramètres sur un graphique de $Ax + By + C = 0$ en utilisant une calculatrice à affichage graphique, Autograph (Eastmond Publishing Ltd., 2013), TI-SmartView (Texas Instruments, 2013), ou FX Draw (Efofex Software, 2013). Dans le cas de valeurs particulières de A, B et C, par exemple, les droites peuvent être verticales, horizontales ou obliques.

- Une fois que vous avez présenté aux élèves les équations de relations linéaires des trois formes, les encourager à réécrire de façon interchangeable les équations sous leurs diverses formes. De tels exercices devraient permettre aux élèves de bien saisir les liens entre la forme générale de l'équation et la valeur de $-\frac{A}{B}$ de la pente ainsi que la valeur de $-\frac{C}{B}$ de l'ordonnée à l'origine.

- Encourager les élèves à utiliser des outils technologiques – comme des calculatrices à affichage graphique, Autograph (Eastmond Publishing Ltd., 2013), FX Draw (Efofex Software, 2013), Smart Notebook Math Tools (SMART Technologies, 2013) et d'autres logiciels – pour dessiner un graphique d'une relation linéaire. Si les élèves décident d'utiliser la calculatrice à affichage graphique, ils devront d'abord isoler la variable y. En Mathématiques 9, les élèves ont résolu des équations linéaires (9RR03) au moyen d'opérations inverses; le remaniement des équations n'est par conséquent pas neuf pour eux. Rappeler aux élèves que l'isolement de la variable y, formulée sous la forme pente-point ou sous la forme générale, n'implique pas un remaniement complet de l'équation sous la forme pente-ordonnée à l'origine.

- Demander aux élèves de créer le graphique de la même équation linéaire sous les trois formes en trouvant deux points des équations fournies. L'exercice montrera que le même graphique peut être exprimé au moyen de trois différents types d'équations. Demander aux élèves de discuter et de déterminer quelle forme d'équation ils trouvent la plus facile pour créer le graphique.

- Les élèves devraient décrire les stratégies utilisées lors du traçage des droites sous les trois différentes formes et se demander quelle forme d'équation linéaire est préférable lorsqu'ils dessinent un graphique.
  - Quand l'équation est exprimée sous sa forme générale, il est plus pratique de trouver les coordonnées à l'origine et de les utiliser pour tracer la droite.
  - Dans les équations sous la forme pente-point, n'importe quel point d'une droite peut servir à déterminer l'équation de la droite.
  - Dans les équations sous la forme pente-ordonnée à l'origine, il faut utiliser l'ordonnée à l'origine pour tracer la droite.

P À ce stade, les élèves devraient pouvoir dessiner le graphique d'une équation linéaire sans modifier la forme de l'équation, à partir de l'équation exprimée sous la forme pente-point, pente-ordonnée à l'origine ou générale. Ils peuvent préférer utiliser une forme donnée, mais ils doivent reconnaitre que chacune des formes présente ses avantages.

P Désigner parmi un groupe de trois élèves une personne qui sera rattachée à la « forme pente-ordonnée à l'origine », une autre qui sera rattachée à la « forme pente-point » et une dernière qui sera rattachée à la « forme générale ». Chaque membre du groupe créera une équation sous la forme qui lui a été attribuée, puis dessinera le graphique de l'équation. Chacun remettra ensuite l'équation et le graphique à la personne à sa droite. Celle-ci écrira alors l'équation sous la forme lui ayant été attribuée. Elle repassera ensuite encore une fois l'équation à son voisin pour que la dernière personne complète la formulation de l'équation sous les trois formes. Le groupe vérifiera les formulations de chaque membre de l'équipe pour s'assurer qu'elles sont correctes.

P Changer la responsabilité de chacun à une autre forme d'équation deux fois de plus et répéter le processus jusqu'à ce que chacun ait eu la possibilité de s'exercer à écrire l'équation sous chaque forme. Le groupe vérifiera les réponses de chacun et remettra les résultats.

P On peut obtenir des équations équivalentes d'une équation existante en additionnant ou en soustrayant le même terme aux deux membres de l'équation ou en multipliant ou en divisant l'équation entière par la même valeur. De nombreuses stratégies permettent de dégager les relations linéaires équivalentes.
  - Dans un premier temps, les élèves pourraient décider de réécrire toutes les équations sous une forme particulière pour vérifier si les équations sont identiques. Si les équations sont déjà formulées sous une forme générale, par exemple, les élèves pourraient vérifier si les équations constituent des multiples l'une de l'autre.
  - Les élèves pourraient utiliser deux points témoins et déterminer s'ils correspondent à plusieurs équations. Expliquer aux élèves pourquoi l'utilisation d'au moins deux points témoins est importante. Ce concept sera primordial pour le travail de résolution des systèmes d'équations linéaires vers la fin du module (RF9).
  - Les élèves pourraient souhaiter comparer la pente et l'ordonnée à l'origine des équations. Ils peuvent effectuer cette comparaison sous une forme graphique ou algébrique.

- L'exposition des élèves à d'autres méthodes permet non seulement d'approfondir leur connaissance du concept, mais elle leur procure aussi un choix lors de la détermination des relations linéaires équivalentes parmi un ensemble de relations linéaires.

- Demander aux élèves de travailler en groupes. Remettre à chaque groupe un paquet de cartes sur lesquelles figurent diverses équations linéaires. Les élèves devraient travailler ensemble pour repérer les relations linéaires équivalentes dans leur paquet.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'OBJETS À MANIPULER

- papier quadrillé

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Les élèves doivent utiliser avec aise les termes qui suivent.

- processus d'élimination
- égalité
- équations équivalentes
- forme générale
- forme pente-ordonnée à l'origine
- forme pente-point
- principe zéro

Ressources/notes

Internet

- Équation à deux étapes
  https://fr.khanacademy.org/video?lang=fr&format=lite&v=XjVBkzqCudI
- Pente et ordonnée à l'origine
  https://fr.khanacademy.org/video?lang=fr&format=lite&v=XjVBkzqCudI
- Pente d'une droite représentée sur le graphique
  https://fr.khanacademy.org/video?lang=fr&format=lite&v=XjVBkzqCudI
- Équation d'une droite à partir de deux points
  https://fr.khanacademy.org/video?lang=fr&format=lite&v=pPnXKwxh_Zo
- Équation d'une droite pente-point
  https://fr.khanacademy.org/video?lang=fr&format=lite&v=rcZlztaq7yg
- Droites parallèles
  https://fr.khanacademy.org/video?lang=fr&format=lite&v=9lPYMFSniEw
- Droites perpendiculaires
  https://fr.khanacademy.org/video?lang=fr&format=lite&v=F4gxYcD8jCg
- Comment tracer une fonction linéaire à partir de sa forme fonctionnelle par GEOGEBRA
  http://www.youtube.com/watch?v=NEqtPCSoDBA

Ressources imprimées

- *Mathématiques 10 : fondements et pré-calcul* (BURGLIND ET COLL., Pearson, 2010)
  - Manuel de l'élève (version papier, version numérique sur DVD et e-textes)
    - > Chapitre 6, section 6.3, 6.4, 6.5 et 6.6, p. 354-387

  - Ressources destinées à l'enseignant (version papier et version numérique sur DVD
- *Omnimaths 10, Édition de l'ouest,* Chenelière/McGraw-Hill, chapitre 6, section 6.5, 278-296

Logiciels

- Autograph (Eastmond Publishing Ltd., 2013)
- FX Draw (Efofex Software, 2013)
- Smart Notebook Math Tools (SMART Technologies, 2013)
- TI-SmartView (Texas Instruments, 2013)
- GeoGebra

Notes

RAS RF07 On s'attend à ce que les élèves sachent déterminer l'équation d'une relation linéaire à partir d'un graphique, d'un point et d'une pente, de deux points et d'un point et de l'équation d'une droite parallèle ou perpendiculaire pour résoudre des problèmes. [L, RP, R, V]

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

RF07.01 Déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine d'une relation linéaire donnée à partir de son graphique et en écrire l'équation sous la forme y = mx + b.
RF07.02 Écrire l'équation d'une relation linéaire à partir de sa pente et des coordonnées d'un point appartenant à cette droite et expliquer le raisonnement suivi.
RF07.03 Écrire l'équation d'une relation linéaire à partir des coordonnées de deux points appartenant à cette droite et expliquer le raisonnement suivi.
RF07.04 Écrire l'équation d'une relation linéaire à partir des coordonnées d'un point appartenant à cette droite et de l'équation d'une droite qui y est parallèle ou perpendiculaire et expliquer le raisonnement suivi.
RF07.05 Tracer le graphique de données linéaires découlant d'un contexte donné et écrire l'équation de la droite obtenue.
RF07.06 Déterminer l'équation de la droite de meilleur ajustement correspondant à un diagramme de dispersion (nuage de points) à l'aide d'un outil technologique et déterminer la corrélation.
RF07.07 Résoudre un problème à l'aide de l'équation d'une relation linéaire.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 9	Mathématiques 10	Précalcul 11
RR01 On s'attend à ce que les élèves sachent généraliser une régularité découlant d'un contexte de résolution de problèmes en utilisant des équations linéaires et les vérifier par substitution.	**RF07** On s'attend à ce que les élèves sachent déterminer l'équation d'une relation linéaire à partir d'un graphique, d'un point et d'une pente, de deux points et d'un point et de l'équation d'une droite parallèle ou perpendiculaire pour résoudre des problèmes.	**RF03** On s'attend à ce que les élèves sachent analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - p)^2 + q$ et déterminer le sommet, le domaine et l'image, l'orientation de l'ouverture, l'axe de symétrie ainsi que les coordonnée à l'origine. (PC11)** **RF04** On s'attend à ce que les élèves sachent analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$ pour déterminer les caractéristiques du graphique correspondant, y compris le sommet, le domaine et l'image, l'orientation de l'ouverture, l'axe de symétrie ainsi que les coordonnées à l'origine pour résoudre des problèmes. (PC11)**

** PC11–Précalcul 11

Contexte

Les élèves ont été exposés aux régularités dans le cadre de l'interprétation des graphiques des relations linéaires au cours des années antérieures. Ils devraient pouvoir dégager à partir d'une régularité imagée la règle de régularité utilisée et l'écrire, puis créer une table de valeurs permettant la formulation d'une expression mathématique représentant la situation. Lorsqu'on fournit une régularité verbale ou écrite aux élèves, ils devraient pouvoir formuler une expression directement à partir de la régularité fournie.

Les élèves ont appris à reconnaitre les équations linéaires et à les assortir à leurs graphiques respectifs, et ils ont appris à trouver la pente et les points pertinents à partir de graphiques. Le présent résultat d'apprentissage initie les élèves à la formulation d'équations à partir de la forme pente-point des équations linéaires lorsqu'on leur fournit un graphique dans lequel ils identifieront un point sur la droite et la pente ou divers points sur le graphique ou directement la pente.

Dans le cas d'un nuage de points (diagramme de dispersion), la droite de meilleur ajustement correspondra à la relation linéaire décrivant le plus fidèlement les données. Il faudrait déterminer l'équation de la droite en question et sa corrélation au moyen de la technologie (comme la calculatrice graphique ou d'autres outils). Les élèves devraient explorer le concept de la corrélation et la façon dont elle varie dans ce contexte, ainsi qu'en discuter.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage consiste à évaluer ce que les élèves apprennent et comment ils l'apprennent. Elle doit se produire au quotidien dans le cadre de l'enseignement/apprentissage. **L'évaluation de l'apprentissage** consiste à recueillir des renseignements fiables qui permettent de porter un jugement sur le progrès des élèves. Elle doit se faire fréquemment. On utilise diverses approches et divers contextes pour évaluer l'ensemble des élèves, en tant que classe, en groupe et individuellement.

Questions pour guider la réflexion

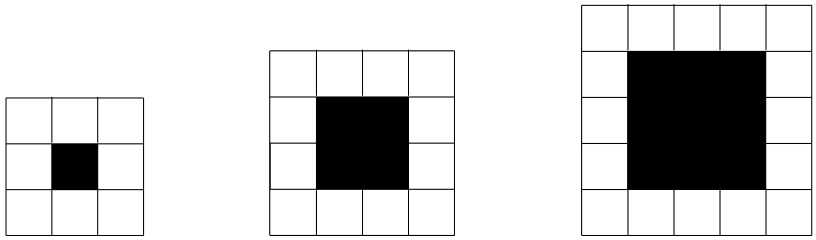
- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d'évaluation avec mes stratégies d'enseignement?

ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

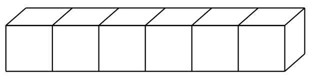
Les élèves pourraient exécuter des exercices comme ceux qui suivent pour que vous puissiez mieux évaluer leurs acquis antérieurs.

- Rédiger une phrase qui explique la régularité reliant le nombre de briques, *b*, à la longueur du côté, *c*.

- Rédiger une expression représentant le nombre de briques, *b*, autour d'un foyer carré ayant des côtés d'une longueur, *c*.



Déterminer une expression décrivant l’aire totale, *A*, obtenue lorsqu’un certain nombre de cubes, *n*, sont réunis ensemble pour la formation d’un train comme celui illustré ci-dessous.



TÂCHES D’ÉVALUATION AVEC L’ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPE/INDIVIDUELLES

Envisager les exemples de tâches et d’activités suivants (pouvant être adaptés) pour l’évaluation au service de l’apprentissage ou pour l’évaluation de l’apprentissage.

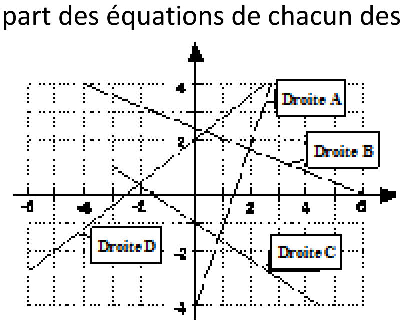
- Kuniko voulait participer à un échange étudiant au Mexique, mais elle a seulement 56 $ dans son compte de banque. Elle a décroché un travail consistant à faire marcher des chiens dans son quartier qui lui procure 50 $ par semaine. Si elle économise tout l’argent qu’elle fait, quelle équation représentera le mieux le montant total d’argent qu’elle aura dans son compte de banque après un certain nombre de semaines. Déterminer au moyen de cette équation combien de semaines il lui faudra pour économiser 2 000 $.

  Prolongation de l’exercice : Carmen, amie de Kuniko, avait 250 $ lorsqu’elle a commencé à travailler et elle touche le même montant. Calculer le nombre de semaines qu’il faudra à Carmen pour économiser 2 000 $.

  (***Nota* –** Il s’agit d’une belle occasion pour parler des données discrètes et continues, et pour expliquer si une relation linéaire pourrait représenter les deux types de données.)

- Créer un motif combinant des droites horizontales, verticales et obliques. Transférer le motif créé sur un plan cartésien et déterminer les équations des droites nécessaires pour la production du motif.

- Faire part des équations de chacun des graphiques ci-dessous.



- Déterminer l'équation d'une droite passant par (2, 6) et parallèle à la droite $2x + 3y = 12$.

- Déterminer l'équation d'une droite passant par (–1, –4) et perpendiculaire à $y = 3x - 1$.

- Des élèves d'Ingonish organisent un voyage au parc national du Canada Kejimkujik. Si 50 élèves participent au voyage, le cout du voyage sera de 1 200 $. Si 80 élèves y participent, son cout sera de 1 500 $. Demander aux élèves de dessiner un graphique de ces données et de décrire l'équation de la droite obtenue. Demander aux élèves combien le voyage coutera si 76 élèves comptent y participer.

- Le cout d'un trajet en taxi correspond à $C = 3{,}20 + 1{,}75\,k$, où C représente le cout en dollars et k, le nombre de kilomètres. Demander aux élèves de trouver le cout d'un trajet de 12 kilomètres.

- Pendant que vous surfez sur Internet, vous découvrez un site qui allègue constituer « la source la plus populaire de DVD les moins chers au monde ». Malheureusement, le site Web ne précise pas clairement combien il exige pour chaque DVD et combien il facture comme frais d'envoi, mais il vous fournit les renseignements ci-dessous.

Nombre de DVD commandés	1	2	3
Cout total (y compris les frais d'envoi)	15 $	24 $	33 $

  a) Créer un graphique des données fournies dans le tableau et écrire une équation correspondant à la droite.
  b) Votre ami affirme qu'il peut obtenir une douzaine de DVD de ce site Web pour 90 $. A-t-il raison? Expliquer.
  c) Combien couteraient 50 DVD commandés de ce site Web?

- Trevor n'est pas certain s'il doit écrire une équation linéaire sous sa forme pente-ordonnée à l'origine ou sous sa forme pente-point. L'une des formes d'expression est-elle plus efficace que l'autre selon l'information fournie? Expliquer votre raisonnement.

- Le tableau ci-dessous fait état des prix moyens d'un pain et d'un sac de farine chez un dépanneur local pendant une période de trois mois. Il semble raisonnable qu'un prix supérieur de la farine entraine un cout supérieur du pain. Déterminer la droite de meilleur ajustement correspondant au prix d'un pain en fonction du prix de la farine.

Mois	Sac de farine	Pain
1er mois	3,50 $	2,89 $
2^{e} mois	3,55 $	2,92 $
3^{e} mois	3,75 $	3,03 $

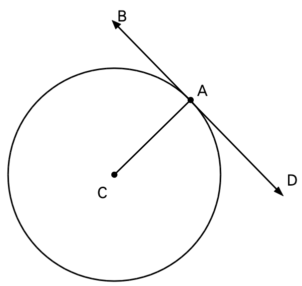
- Écrire l'équation de la droite correspondant à l'information qui suit :
  – la droite a une pente de $\frac{1}{2}$ et passe par (–3, 6)
  – la droite passe par (–2, 6) et (4, –8)
  – la droite passe par (4, 10) et est parallèle à la droite $y = 2x - 4$
  – la droite passe par (2, 5) et est perpendiculaire à $y = -\frac{1}{4}x + 9$

- Julie a joué au jeu Flow Free et a inscrit ses meilleurs résultats personnels dans le tableau ci-dessous.

Temps (minutes)	$\frac{1}{2}$	1	2	4
Nombre de casse-têtes résolus	5	9	16	30

  – Lors de la détermination de la droite de meilleur ajustement, vous attendriez-vous à ce que le coefficient de corrélation soit positif ou négatif? Expliquer.
  – Déterminer la droite de meilleur ajustement et l'utiliser pour prédire combien de casse-têtes Julie pourrait résoudre en trois minutes.

- La droite *BD* est tangente au cercle au point *A* (2, 4). Si le centre du cercle est *C* (–1, 1), écrire l'équation de la tangente *BD*.

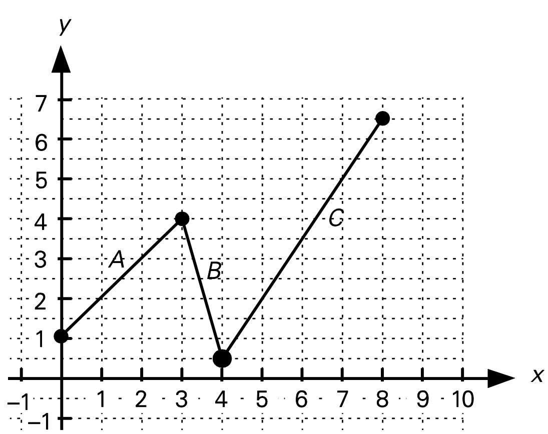


(RF7.2, RF7.3, RF7.6)

- Trouver l'équation d'une droite ayant la même abscisse à l'origine que la droite $2x + 3y + 6 = 0$ et parallèle à la droite $2x - 5y - 7 = 0$.

- Trouver l'équation d'une droite ayant la même abscisse à l'origine que la droite $x - 2y = 5$ et la même ordonnée à l'origine que la droite $5x - 2y = 8$.

- Le graphique ci-dessous est constitué des segments linéaires *A*, *B* et *C*. Écrire une équation sous la forme pente-point correspondant à la droite renfermant chaque segment.



SUIVI DE L'ÉVALUATION

La preuve d'apprentissage que procurent la participation et le travail des élèves devrait servir à guider l'enseignement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l'enseignement à l'échelle de la classe et auprès de chaque élève?
- De quelle façon peut-on fournir une rétroaction opportune aux élèves?

Planification de l'enseignement

La planification d'un cheminement pédagogique cohérent constitue une partie essentielle d'un programme de mathématiques efficace.

Questions pour guider la réflexion

- Est-ce que la leçon s'inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et possibilités d'apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l'obtention des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?
- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d'apprentissage des élèves?

TÂCHES D'APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Un enseignement efficace doit faire appel à diverses stratégies.

Question pour guider la réflexion

- Comment peut-on utiliser la portée et l'ordre des résultats d'apprentissage pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d'entamer l'enseignement de notions nouvelles?

Envisager les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons quotidiennes.

P Fournir aux élèves plusieurs graphiques (un graphique ayant une pente positive, un autre ayant une pente négative, un autre parallèle à l'axe des *x* et un dernier parallèle à l'axe des *y*). Demander aux élèves de travailler avec un partenaire pour déterminer les formes pente-ordonnée à l'origine, pente-point et générale de chacun des graphiques.

P Fournir aux élèves la pente et les coordonnées d'un point sur la droite, et leur demander de trouver l'ordonnée à l'origine pour rédiger l'équation sous la forme pente-ordonnée à l'origine. Les élèves auront le choix des stratégies qu'ils peuvent utiliser lorsque vous leur demandez de trouver l'ordonnée à l'origine. Une approche consiste à tracer un graphique de l'équation. Les élèves peuvent situer le point fourni et utiliser la pente pour trouver l'ordonnée à l'origine. Il s'agit là d'une méthode efficace lorsque l'ordonnée à l'origine est un nombre entier. Il faudrait exposer les élèves à la méthode algébrique de détermination de l'ordonnée à l'origine par substitution. La méthode de la création d'un graphique fournit aux élèves un outil visuel intéressant, mais la méthode algébrique est plus efficace pour déterminer n'importe quelle ordonnée à l'origine.

P Les élèves passeront de la formulation de l'équation d'une relation linéaire sous la forme pente-ordonnée à l'origine, lorsqu'ils connaissent la pente et un point sur la droite, à la formulation de l'équation à partir des coordonnées de deux points sur une droite.

P Il est important que les élèves reconnaissent que l'équation formulée sous la forme pente-ordonnée à l'origine est fonction de la pente. Les élèves détermineront la pente au moyen d'un graphique ou de la formule de la pente. Une fois la pente déterminée, les élèves peuvent ensuite trouver l'ordonnée à l'origine au moyen des méthodes graphiques ou algébriques détaillées antérieurement. Inciter les élèves à discuter de la quantité d'information nécessaire pour déterminer l'équation d'une droite sous la forme pente-ordonnée à l'origine et leur montrer pourquoi on peut substituer n'importe quel point à l'intérieur de l'équation pour trouver l'ordonnée à l'origine.

P Les élèves devraient s'exercer à utiliser diverses façons de trouver un point et la pente, selon l'information fournie, pour déterminer l'équation d'une relation linéaire.

- Pour déterminer un point sur la droite, vous pourriez procéder de l'une des façons qui suivent :
  - > Sélectionner un point du graphique.
  - > Fournir à l'élève les coordonnées x et y d'un point sur la droite.
  - > L'élève déterminera l'abscisse ou l'ordonnée à l'origine à partir d'une équation donnée en substituant $x = 0$ (dans le cas de l'ordonnée à l'origine) ou en substituant $y = 0$ (dans le cas de l'abscisse à l'origine).
  - > Fournir à l'élève une table de valeurs correspondant à la droite à l'intérieur de laquelle n'importe quel point peut être sélectionné.
- Pour déterminer la pente de la droite, vous pourriez procéder de l'une des façons qui suivent :
  - > La valeur de la pente sera directement fournie.
  - > Sélectionner deux points sur la droite et déterminer le déplacement vertical et horizontal entre les points pour obtenir la pente.
  - > Fournir les coordonnées x et y de deux points et utiliser la formule de la pente pour calculer la pente.
  - > Fournir une droite parallèle et déterminer sa pente.
  - > Fournir une droite perpendiculaire et déterminer sa pente. L'inverse négatif représente la pente de la droite.
  - > Si la droite est horizontale, la pente est nulle.
  - > Si la droite est verticale; la pente est non définie.

P Selon l'information fournie, les élèves peuvent exprimer l'équation de la relation linéaire sous la forme pente-ordonnée à l'origine, générale ou pente-point. Il faut encourager les élèves à déterminer quelle forme d'expression convient le mieux à une situation donnée.

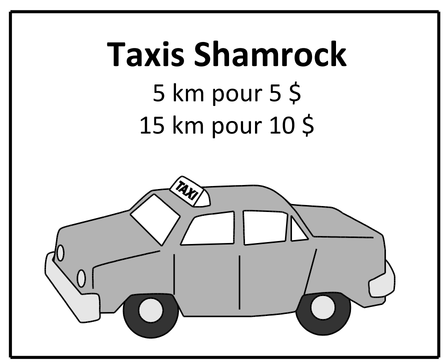
P Encourager les élèves à vérifier si leur équation est correcte en sélectionnant un point se trouvant sur la droite, puis en vérifiant s'il correspond à l'équation. Les élèves devraient examiner divers graphiques, y compris des droites horizontales et verticales.

P Les élèves devraient constater que lorsque la pente et un point sur la droite (autre que l'ordonnée à l'origine) leur sont fournis, la formulation des équations sous la forme pente-point nécessite moins d'étapes algébriques que la formulation des équations sous la forme pente-ordonnée à l'origine. Encourager les élèves à choisir la forme d'expression d'une équation la plus pertinente lorsque des renseignements particuliers leur sont fournis. Par exemple, la forme pente-ordonnée à l'origine indique la pente de la droite et son ordonnée à l'origine, et la forme pente-point indique la pente et les coordonnées d'un point sur la droite. Même si les deux équations paraissent différentes, elles représentent tout de même la même fonction. Les élèves devraient être exposés à divers exemples dans lesquels l'équation d'une droite formulée sous la forme pente-point est remaniée et exprimée sous la forme pente-ordonnée à l'origine.

P Demander aux élèves de participer à l'exercice d'appariement des relations. Les élèves travailleront en groupes de deux ou plus dans le cadre d'un tel exercice. On remettra à chaque groupe un paquet de cartes renfermant 13 cartes sur lesquelles figure une équation sous la forme pente-ordonnée à l'origine et 13 cartes sur lesquelles figure un graphique. Le brasseur brassera toutes les cartes, puis les distribuera. Les élèves assortiront le graphique à l'équation. Enlever les paires créées et les placer face retournée sur la table. Un joueur tirera ensuite une carte du jeu de son partenaire. Le joueur devra trouver l'équation/le graphique assorti et l'ajouter à ses paires. Les élèves tireront des cartes à tour de rôle des mains de leurs partenaires. Le jeu se poursuivra jusqu'à ce que toutes les paires auront été jumelées.

P Les élèves travailleront en équipes pour jouer au jeu du relais de la pente. Tirer deux plans cartésiens ou les afficher sur les tableaux blancs. Faire la lecture de deux points et faire participer les élèves à une course de localisation des points, de traçage de la droite pertinente et de détermination de l'équation.

P Les élèves devraient être exposés à des situations dans lesquelles deux points sont générés à partir d'un contexte donné. Une fois que les élèves ont établi l'équation d'une relation linéaire, ils peuvent l'utiliser pour résoudre divers problèmes. Considérer l'annonce à droite affichée sur un tableau d'affichage local.



Les élèves détermineront l'équation représentant la relation linéaire entre la distance parcourue et le cout du trajet en taxi. Encourager les élèves à utiliser l'équation pour résoudre ensuite un problème particulier. Par exemple, si Paola parcourt 82 km, combien devra-t-elle payer?

P Les élèves peuvent illustrer une situation de la vie réelle au moyen d'une relation linéaire sous la forme pente-point. La compréhension de ce que représente la pente et l'établissement d'un lien entre les données et le contexte du problème confèrent plus de sens aux mathématiques pour les élèves. Lorsqu'on demande aux élèves d'utiliser la fonction établie pour résoudre un problème particulier, ils peuvent directement substituer la valeur à l'intérieur de l'équation et trouver la variable inconnue.

On pourrait par exemple fournir la situation suivante aux élèves : La température dans un sauna s'élève à un rythme constant de 2° F toutes les cinq minutes. Dix minutes après que Bevan est entré dans le sauna, la température est de 80° F. Déterminer quand la température atteindra 120° F. Il est plus simple de trouver la forme pente-point de l'équation, car la pente et un certain point ont été fournis.

$T - 80 = \frac{2}{5}(m - 10)$

$120 - 80 = \frac{2}{5}(m - 10)$

$40 = \frac{2}{5}(m - 10)$

$100 = m - 10$

$110 = m$

Les élèves peuvent en conséquence déterminer la réponse à la question sans remanier l'équation sous sa forme pente-ordonnée à l'origine.

- Les nuages de points constituent l'un des trois sujets traités dans le document *Mathématiques 10 : fondements et pré-calcul, Supplément de la Nouvelle-Écosse* de Chenelière Éducation, qu'il est possible de télécharger gratuitement dans le dossier de Mathématiques 10 sur le site d'apprentissage automatisé de 10e année Moodle.

- Dans le contexte de l'exploration des nuages de points, le site ci-après fournit un programme interactif permettant aux élèves de situer rapidement des points et d'explorer l'effet de la valeur *r* lorsqu'ils situent les points plus près et plus loin de la droite de meilleur ajustement. Exercice d'équations de régression linéaire multiples : www.shodor.org/interactivate/activities/Regression.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET OBJETS À MANIPULER

- papier quadrillé
- cubes emboitables

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Les élèves doivent utiliser avec aise les termes qui suivent.

- corrélation (positive et négative)
- nuage de points (diagramme de dispersion)

Ressources/notes

Internet

- Pente et ordonnée à l'origine
  https://fr.khanacademy.org/video?lang=fr&format=lite&v=XjVBkzqCudI
- Pente d'une droite représentée sur le graphique
  https://fr.khanacademy.org/video?lang=fr&format=lite&v=XjVBkzqCudI
- Équation d'une droite à partir de deux points
  https://fr.khanacademy.org/video?lang=fr&format=lite&v=pPnXKwxh_Zo
- Équation d'une droite pente-point
  https://fr.khanacademy.org/video?lang=fr&format=lite&v=rcZlztaq7yg

- Excel graphique
  http://www.youtube.com/watch?v=Yk7FsU6_5FI
- Corrélation et régression linéaire (Excel)
  http://www.youtube.com/watch?v=tTytrclMtiA
- Régression linéaire avec Excel
  http://www.youtube.com/watch?v=StRnCQZtdds

Ressources imprimées

- *Mathématiques 10 : fondements et pré-calcul* (BURGLIND ET COLL., Pearson, 2010)
  - Manuel de l’élève (version papier, version numérique sur DVD et e-textes)
    - Chapitre 6, section 6.4, 6.5 et 6.6, p. 357-387
  - Ressources destinées à l’enseignant (version papier et version numérique sur DVD
- *Mathématiques 10 : fondements et pré-calcul, Supplément de la Nouvelle-Écosse* de Chenelière Éducation, disponible sur DVD
- *Omnimaths 10, Édition de l’ouest,* Chenelière/McGraw-Hill, Chapitre 6, section 6.5, p. 278-294

Notes

RAS RF08 On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant la détermination de la distance entre deux points et les coordonnées du point milieu d'un segment de droite. [C, L, RP, T, V]

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

RF08.01 Déterminer, à l'aide de diverses stratégies, la distance entre deux points situés dans un plan cartésien.
RF08.02 Déterminer, à l'aide de diverses stratégies, les coordonnées du point milieu d'un segment de droite à partir des extrémités du segment.
RF08.03 Déterminer, à l'aide de diverses stratégies, les coordonnées d'une extrémité d'un segment de droite à partir de l'autre extrémité et du point milieu.
RF08.04 Résoudre des problèmes contextualisés qui font intervenir la distance entre deux points ou le point milieu d'un segment de droite.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 9	Mathématiques 10	Mathématiques 11
M01 On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes et justifier la stratégie pour déterminer la solution en utilisant les propriétés du cercle, y compris : ▪ la perpendiculaire passant par le centre du cercle à une corde est la médiatrice de la corde ▪ la mesure de l'angle au centre est égale au double de la mesure de l'angle inscrit sous-tendu par le même arc ▪ les angles inscrits sous-tendus par le même arc sont congruents ▪ la tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon au point de tangence	**RF08** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant la détermination de la distance entre deux points et les coordonnées du point milieu d'un segment de droite.	—

Contexte

Les élèves élaboreront la formule de la distance et la formule du point milieu en s'appuyant sur leur connaissance et compréhension antérieures des coordonnées *x et y* dans un plan cartésien, notions qui leur ont été présentées en Mathématiques 6. Ils parferont également leur compréhension du théorème de Pythagore, qu'ils ont utilisé pour résoudre des problèmes en Mathématiques 8 et 9.

Les enseignants doivent prendre soin d'inculquer une compréhension claire de la formule de la distance et de la formule du point milieu en tant que concepts bien distincts. L'expérience a révélé que les élèves mêlent fréquemment les deux formules.

Les élèves s'appuieront sur leur compréhension du théorème de Pythagore pour mieux comprendre comment utiliser la formule de la distance en vue de déterminer la distance entre deux points.

Les explorations peuvent débuter par la détermination de la longueur de cas particuliers de droites horizontales ou verticales sur un plan cartésien dans lequel la distance représente la différence entre les deux valeurs *x* (horizontales) ou les deux valeurs *y* (verticales). La formule de la distance correspond à la forme générale de remaniement de la formule de Pythagore permettant de trouver la longueur de l'hypoténuse. La formule de la distance entre deux points A et B est

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}\ .$$

La compréhension de la formule du point milieu repose sur un concept différent : celui de la moyenne de deux valeurs. On trouve le point milieu d'une droite dans un plan cartésien en déterminant la moyenne des coordonnées *x* et *y* des deux extrémités de la droite. Si les extrémités sont P(x_1, y_1) et Q(x_2, y_2), les coordonnées du point milieu M correspondront à la moyenne des deux valeurs *x* et la moyenne des deux valeurs *y,* soit

$$\text{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2},\ \frac{y_1 + y_2}{2}\right).$$

En Mathématiques 9, les élèves ont travaillé avec des cercles et leurs diverses propriétés. Ils savent que la droite issue du centre d'un cercle perpendiculaire à une corde partage la corde en deux parties égales et que la tangente d'un cercle est perpendiculaire au rayon au point de tangence. Cette information leur permet d'étendre leur utilisation des formules de la distance et du point milieu pour travailler avec les diamètres des cercles et les longueurs des cordes en vue de résoudre des problèmes connexes.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage consiste à évaluer ce que les élèves apprennent et comment ils l'apprennent. Elle doit se produire au quotidien dans le cadre de l'enseignement/apprentissage. **L'évaluation de l'apprentissage** consiste à recueillir des renseignements fiables qui permettent de porter un jugement sur le progrès des élèves. Elle doit se faire fréquemment. On utilise diverses

approches et divers contextes pour évaluer l'ensemble des élèves, en tant que classe, en groupe et individuellement.

Questions pour guider la réflexion
- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d'évaluation avec mes stratégies d'enseignement?

ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

Les élèves pourraient exécuter des exercices comme ceux qui suivent pour que vous puissiez mieux évaluer leurs acquis antérieurs.

- Quelle distance horizontale devra avoir une rampe droite de 8 m de longueur qui aura une hauteur de 1,5 m?

- Un catalogue d'ordinateurs mentionne qu'un moniteur d'ordinateur a 22 pouces. Cette distance correspond à la distance diagonale à travers l'écran. Si l'écran a 12 pouces de hauteur, quelle est la largeur effective de l'écran au pouce près?

- Situer les points A (3, 5), B (–2, 4), C (–1, –3) et D (4, –2) sur un plan cartésien. Quel type de quadrilatère est ABCD?

TÂCHES D'ÉVALUATION AVEC L'ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPE/INDIVIDUELLES

Envisager les exemples de tâches et d'activités suivants (pouvant être adaptés) pour l'évaluation au service de l'apprentissage ou pour l'évaluation de l'apprentissage.

- Le segment de droite AB correspond à l'union des paires ordonnées A (–4, 3) et B (2, –3).
  a) Déterminer la longueur du segment de droite AB.
  b) Trouver les coordonnées du point milieu de AB.

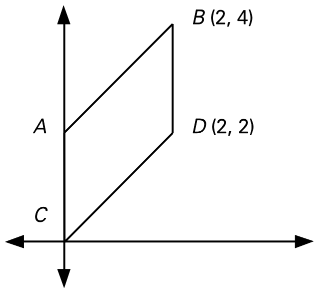
- Les sommets d'un triangle sont A (–3, 1), B (1, 7) et C (5, 1).
  a) Trouver le périmètre.
  b) Classifier le triangle à titre de triangle scalène, isocèle ou équilatéral.

- Montrer où se trouvent les points P (5, –1), *Q* (2, 8) et R (–2, 0) sur un cercle dont le centre est C (2, 3).

- Une extrémité d'un segment de droite est (–4, 3). Le point milieu est (–3, 6). Trouver l'autre extrémité.

- Trouver à partir de deux points connus, A et *B*, le point se trouvant au tiers de la distance entre *A* et B.

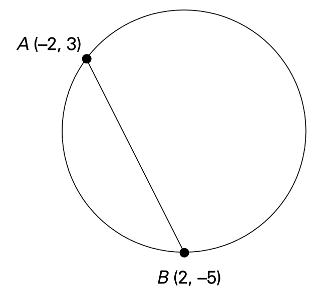
- Quelle est la distance entre *B* et le point milieu de $\overline{\mathrm{CD}}$?



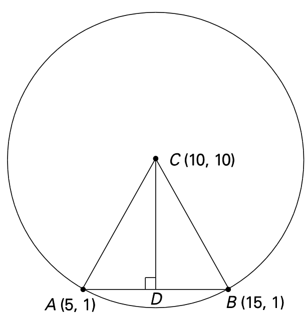
- Si le point milieu de $\overline{\text{AB}}$ est M (2, –3) et qu'une extrémité correspond à B (–5, 1), quelles sont les coordonnées de A?

- Les points A (3, 9) et *B* (12, 15) sont réunis pour former $\overline{\text{AB}}$. Quel est le point milieu de $\overline{\text{AB}}$?

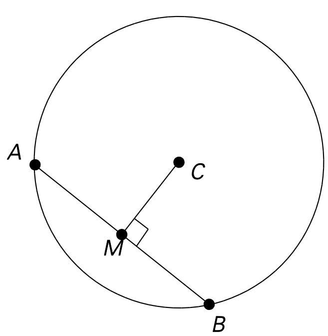
- Trouver dans le schéma illustré à droite l'équation de la médiatrice de la corde.



- Déterminer la longueur de $\overline{\text{CD}}$ dans le schéma ci-dessous, dans lequel C est le centre du cercle et D est le point milieu de la corde $\overline{\text{AB}}$.



- Le point C du cercle ci-dessous est son centre et $\overline{\text{AB}}$ est une corde. Si $\overline{\text{AB}}$ a 24 cm et $\overline{\text{CM}}$ a 5 cm, quelle est la longueur du diamètre du cercle?



- Si $\overline{\text{AB}}$ et $\overline{\text{CD}}$ constituent des médiatrices perpendiculaires l'une à l'autre et que les extrémités de $\overline{\text{CD}}$ sont C (5, –2) et D (–13, 12), quelles sont les coordonnées du point d'intersection de $\overline{\text{AB}}$ et $\overline{\text{CD}}$?

SUIVI DE L'ÉVALUATION

La preuve d'apprentissage que procurent la participation et le travail des élèves devrait servir à guider l'enseignement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l'enseignement à l'échelle de la classe et auprès de chaque élève?
- De quelle façon peut-on fournir une rétroaction opportune aux élèves?

Planification de l'enseignement

La planification d'un cheminement pédagogique cohérent constitue une partie essentielle d'un programme de mathématiques efficace.

Questions pour guider la réflexion

- Est-ce que la leçon s'inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et possibilités d'apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l'obtention des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?
- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d'apprentissage des élèves?

TÂCHES D'APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Un enseignement efficace doit faire appel à diverses stratégies.

Question pour guider la réflexion

- Comment peut-on utiliser la portée et l'ordre des résultats d'apprentissage pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d'entamer l'enseignement de notions nouvelles?

Envisager les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons quotidiennes.

- La longueur et le point milieu d'une droite sont deux des trois sujets traités dans le document *Mathématiques 10 : fondements et pré-calcul, Supplément de la Nouvelle-Écosse* de Chenelière Éducation, disponible sur DVD.

- Il faudrait fournir aux élèves la possibilité d'élaborer des formules au lieu de leur fournir les formules au début du processus. L'exercice ci-dessous peut amorcer la compréhension de ces concepts.

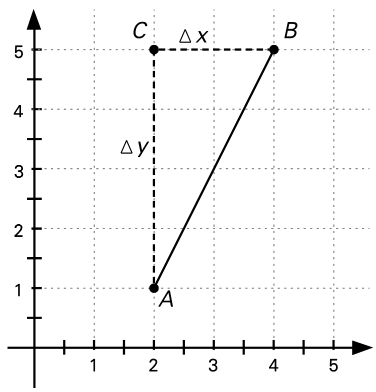
- Vous prévoyez effectuer un voyage à travers le Canada. Vous devez voyager dans les dix provinces et les trois territoires.
  a) Déterminer la distance totale entre le point de départ et la fin de votre parcours.

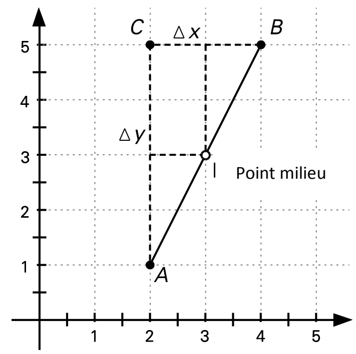
b) Diviser votre voyage en huit jours; déterminer la distance que vous parcourrez chaque jour. Essayer de choisir des endroits que vous aimeriez visiter.
c) Vous devez effectuer une halte de ravitaillement chaque jour pour vous procurer de l'essence et de la nourriture, et vous devrez vous arrêter exactement à mi-chemin chaque jour. Déterminer dans quelle ville vous vous arrêterez (votre point milieu).

(L'annexe A.11 renferme une version à photocopier de cette carte.)

- Les élèves devraient pouvoir déterminer à partir de leur connaissance du théorème de Pythagore la longueur d'un segment de droite sur un plan cartésien (voir ci-dessous). La section 6.1 (p. 254-257), *Omnimaths 10, Édition de l'ouest,* Chenelière/McGraw-Hill, peut servir de ressource complémentaire pour ce module.

- Un schéma similaire peut servir à assurer la compréhension de la formule du point milieu dans un cas particulier, puis on peut utiliser pour les cas généraux la moyenne des coordonnées x et la moyenne des coordonnées y. La section 6.2 (p. 259-262), *Omnimaths 10, Édition de l'ouest,* Chenelière/McGraw-Hill, peut servir de ressource complémentaire pour ce module.





$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'OBJETS À MANIPULER

- papier quadrillé
- carte du Canada (annexe A.10)
- règles

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Les élèves doivent utiliser avec aise les termes qui suivent.

- corde
- point milieu
- médiatrice
- tangente à un cercle

Ressources/notes

Internet

- Formule de la distance entre deux points
  https://fr.khanacademy.org/video?lang=fr&format=lite&v=bx0jr95aAB0
- Formule du point milieu
  https://fr.khanacademy.org/video?lang=fr&format=lite&v=geJ-CiylKkk

Ressources imprimées

- *Mathématiques 10 : fondements et pré-calcul, Supplément de la Nouvelle-Écosse* de Chenelière Éducation, disponible sur DVD.
- *Omnimaths 10, Édition de l'ouest,* Chenelière/McGraw-Hill, Chapitre 6, section 6.1, p. 254-262

Notes

RAS RF09 On s'attend à ce que les élèves sachent représenter une fonction linéaire par notation fonctionnelle. [L, CE, V]			
[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CE]** Calcul mental et estimation

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

RF09.01 Exprimer par notation fonctionnelle l'équation d'une fonction linéaire à deux variables.
RF09.02 Exprimer une équation donnée sous la forme d'une fonction linéaire à deux variables par notation fonctionnelle.
RF09.03 Déterminer la valeur de l'image correspondant à une valeur donnée du domaine d'une fonction linéaire.
RF09.04 Déterminer la valeur du domaine correspondant à une valeur donnée de l'image d'une fonction linéaire.
RF09.05 Esquisser le graphique d'une fonction linéaire exprimée par notation fonctionnelle.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 9	Mathématiques 10	Mathématiques 11
RR01 On s'attend à ce que les élèves sachent généraliser une régularité découlant d'un contexte de résolution de problèmes en utilisant des équations linéaires et les vérifier par substitution.	**RF09** On s'attend à ce que les élèves sachent représenter une fonction linéaire par notation fonctionnelle.	**Résultats sous RF** Tous les résultats sous RF nécessitent une notation fonctionnelle. (M11*, PC11)**

* M11—Mathématiques 11
** PC11–Précalcul 11

Contexte

En Mathématiques 8, les élèves ont résolu des équations linéaires de la forme $Ax + B = C$ (8RR02). Ils utiliseront leur habileté à cet égard lorsqu'on leur fournira la valeur de la variable dépendante et qu'on leur demandera de déterminer la variable indépendante.

Le présent résultat fournit aux élèves une introduction à la notation fonctionnelle des fonctions linéaires. Une fonction attribue à chaque valeur de départ (x) une valeur d'arrivée correspondante unique (y). La notation $f(x)$ peut être considérée comme un autre mode de représentation de la valeur y.

Les élèves devraient établir un lien entre les valeurs de départ et d'arrivée et les paires ordonnées pouvant être visualisées sur un graphique. Par exemple, la notation $f(2) = 5$ indique le point ayant les coordonnées (2, 5) sur le graphique de $f(x)$.

Dans une notation fonctionnelle comme *f*(*x*), le *f* est un indicatif arbitraire, mais *g* et *h* sont communément utilisés, par exemple dans *g*(*x*) et *h*(*x*). La lettre entre parenthèses indique la variable indépendante utilisée lorsque la fonction est représentée par une équation. Par exemple, l'écriture de $A(r) = \pi r^2$indique que *A* est le nom de la fonction et que *r* constitue la variable indépendante.

Les élèves devront exprimer une équation à deux variables au moyen de la notation fonctionnelle. Par exemple, l'équation $y = 4x – 1$ peut être écrite sous la forme $f(x) = 4x – 1$. À l'inverse, ils exprimeront une équation représentée par notation fonctionnelle sous la forme d'une fonction linéaire à deux variables. Par exemple, $h(t) = –3t + 1$ peut s'écrire $h = –3t + 1$. Le nom de la fonction est souvent lié au contexte, comme dans cet exemple, dans lequel le nom de la fonction est *h*(*t*), qui se rapporte à un problème évoquant la hauteur (*h*) d'un objet au cours d'une certaine période de temps (*t*).

Les élèves détermineront la valeur de l'image à partir de la valeur du domaine. Par exemple, si on fournit l'équation $f(x) = 5x – 7$ aux élèves, ils devraient pouvoir déterminer *f*(1). À l'inverse, les élèves détermineront la valeur du domaine à partir de la valeur de l'image. Par exemple, dans le cas de la fonction $f(x) = 4x – 1$, ou $f(x) = 3$, les élèves détermineront la valeur de *x*.

Même si les élèves n'étudieront pas la composition des fonctions pour le moment, la valeur de départ d'une fonction peut constituer une autre fonction. Par exemple, on pourrait demander aux élèves de déterminer l'expression simplifiée de $f(x + 1)$ si $f(x) = 3x – 5$.

Les élèves ont dessiné des graphiques au moyen de diverses méthodes tout au long du module. Ils seront maintenant exposés à la représentation graphique des fonctions linéaires mettant l'accent sur la notation fonctionnelle. Ils traceront les graphiques de fonctions linéaires à partir :

- Des coordonnées à l'origine.
- Du taux de variation et de l'ordonnée à l'origine.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage consiste à évaluer ce que les élèves apprennent et comment ils l'apprennent. Elle doit se produire au quotidien dans le cadre de l'enseignement/apprentissage. **L'évaluation de l'apprentissage** consiste à recueillir des renseignements fiables qui permettent de porter un jugement sur le progrès des élèves. Elle doit se faire fréquemment. On utilise diverses approches et divers contextes pour évaluer l'ensemble des élèves, en tant que classe, en groupe et individuellement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d'évaluation avec mes stratégies d'enseignement?

ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

Les élèves pourraient exécuter des exercices comme ceux qui suivent pour que vous puissiez mieux évaluer leurs acquis antérieurs.

P Décrire la relation correspondant à l'équation $h = 2t + 5$ de façon littérale. Composer un problème qui pourrait être résolu au moyen de cette équation.

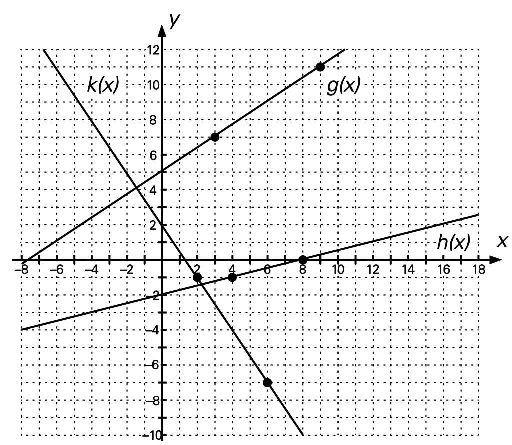
P Si le cout du râtelage d'une cour peut être précisé en temps (comme le montre le tableau ci-dessous), faire part d'une équation qui décrira le cout en temps.

Temps (heures)	2	3	3,5	4
Cout ($)	50	70	80	90

TÂCHES D'ÉVALUATION AVEC L'ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPE/INDIVIDUELLES

Envisager les exemples de tâches et d'activités suivants (pouvant être adaptés) pour l'évaluation au service de l'apprentissage ou pour l'évaluation de l'apprentissage.

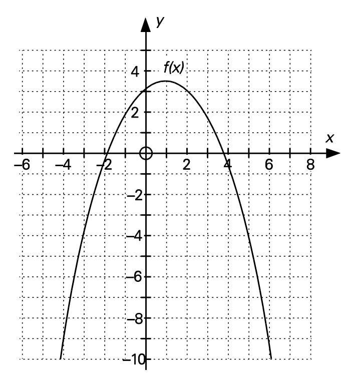
- Étant donné $g(x) = 2x – 3$, $h(x) = 7 – 3x$ et $k(x) = x + 1$, calculer
  a) $g(15)$
  b) $h(28)$
  c) x lorsque $k(x) = 17$
  d) $g(x + 2)$
  e) $h(5x)$
  f) $k(2a + 1)$
  g) x lorsque $g(x) = k(x)$
  h) x lorsque $h(2x) = k(3x – 2)$



- Utiliser les graphiques illustrés à droite pour déterminer
  a) les valeurs de $k(2)$, $h(4)$ et $g(0)$
  b) où $h(x) = 0$

- Effectuer les calculs qui suivent :
  a) $d(t) = 3t + 4$, déterminer $d(3)$
  b) $f(x) = x^2 – 2x – 24$, déterminer $f(–2)$
  c) $h(t) = 4t^2 – 3t$, déterminer $h(1) + h(–2)$
  d) $f(x) = 5x – 11$, trouver la valeur de x donnant $f(x) = 9$
  e) $g(x) = –2x + 5$, trouver la valeur de x donnant $g(x) = -7$

- Étant donné la fonction $f(x)$ illustrée à droite, déterminer
  a) $f(–2)$
  b) $f(2)$
  c) x lorsque $f(x) = –9$



- Le périmètre d'un rectangle est $P = 2l + 2w$ et vous savez que le rectangle a une longueur de 6 pi. Le périmètre sera donc fonction de la largeur. Formuler la fonction par notation fonctionnelle.

- Le volume d'un cylindre correspond à la formule $V = \pi r^2 h$ et vous savez que son rayon est de 5 cm. Le volume sera donc fonction de la hauteur du cylindre. Écrire cette fonction sous la forme de notation fonctionnelle.

- Tracer le graphique de $C(x)$ en sachant que $C(x)$ est linéaire, que $C(5) = 11$ et que $C(12) = 25$.

- Étant donné un cercle où $A(r) = \pi r^2$ et $C(r) = 2\pi r$. Calculer les valeurs de $A(3)$ et de $C(3)$ et préciser ce que représentent ces valeurs.

- Étant donné un cube où $V(x) = x^3$ et $A(x) = 6x^2$, calculer x si
  a) $V(x) = 512$
  b) $A(x) = 864$
  c) Expliquer ce que vos réponses représentent.

SUIVI DE L'ÉVALUATION

La preuve d'apprentissage que procurent la participation et le travail des élèves devrait servir à guider l'enseignement.

Questions pour guider la réflexion
- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l'enseignement à l'échelle de la classe et auprès de chaque élève?
- De quelle façon peut-on fournir une rétroaction opportune aux élèves?

Planification de l'enseignement

La planification d'un cheminement pédagogique cohérent constitue une partie essentielle d'un programme de mathématiques efficace.

Questions pour guider la réflexion
- Est-ce que la leçon s'inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et possibilités d'apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l'obtention des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?
- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d'apprentissage des élèves?

TÂCHES D'APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Un enseignement efficace doit faire appel à diverses stratégies.

Question pour guider la réflexion

- Comment peut-on utiliser la portée et l'ordre des résultats d'apprentissage pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d'entamer l'enseignement de notions nouvelles?

Envisager les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons quotidiennes.

- De nombreux élèves semblent déroutés par la notation fonctionnelle longtemps après sa présentation. Ils demandent souvent « Pourquoi ne pouvons-nous pas simplement écrire $y = 2x + 1$ au lieu de $f(x) = 2x + 1$? » Pour motiver les élèves à utiliser la notation fonctionnelle et améliorer leur compréhension de celle-ci, essayer d'utiliser des fonctions à plusieurs variables au lieu de fonctions à une seule variable lorsque vous présentez ce genre de notation.

- Vous pouvez poser le type suivant de question : « Supposer que vous êtes en train de texter un message à votre ami Alex et que vous lui demandez les dimensions d'une étagère qu'il vous a offerte. Il répond par une liste de trois nombres : 12 po, 20 po et 24 po. Connaissez-vous la hauteur, la largeur et la profondeur précise de l'étagère?
  - Il manque dans le scénario ci-dessus « la définition de la fonction ». La définition de la fonction vous précise ce que fait la fonction, combien de paramètres (ou « d'arguments ») il faut à la fonction comme valeurs de départ, quels sont ces paramètres et dans quel ordre ils sont exprimés. Dans cet exemple, l'information qui suit est probablement ce que vous vouliez savoir : dimensions (profondeur, hauteur, largeur).
  - Ultérieurement au cours des études des mathématiques, les fonctions seront souvent qualifiées de variables multiples. La notation fonctionnelle représente la méthode la plus claire et la plus concise pour communiquer de l'information. On pourrait par exemple décrire le volume d'un cylindre au moyen de la fonction $V(r,h) = \pi r^2 h$ et vous pourriez ainsi demander de façon concise ce que représente $V(3, 4)$ lorsque vous voulez trouver le volume d'un cylindre ayant un rayon de 3 et une hauteur de 4.

- Une autre dimension de la notation fonctionnelle qui pourrait aider les élèves à voir son utilité en tant que forme concise de communication vise la description de trois équations.
  - Ligne 1 : $y = 2x + 3$
  - Ligne 2 : $y = 5 – 4x$
  - Ligne 3 : $y = 1,5x + 6$

- Demander ensuite à un élève de trouver la valeur de y lorsque $x = 1$. Les élèves doivent également savoir quelle équation utiliser. Pour clarifier, vous devriez mentionner : « Trouver la valeur de y dans l'équation $y = 5 – 4x$ lorsque $x = 1$. »

  L'utilisation de la notation fonctionnelle simplifie toutefois le problème.
  - Ligne 1 : $f(x) = 2x + 3$
  - Ligne 2 : $g(x) = 5 – 4x$
  - Ligne 3 : $h(x) = 1,5x + 6$

  Vous n'avez pas besoin de clarifier davantage si vous demandez aux élèves de trouver $g(1)$.

  La notation fonctionnelle procure en plus l'avantage supplémentaire de franchir les obstacles linguistiques, car $g(1) = ?$ est compréhensible, peu importe la langue que comprennent les élèves en dehors des mathématiques.

- Vous pourriez par ailleurs utiliser une machine virtuelle à fonctions pour clarifier le concept de la notation fonctionnelle ou vous pouvez créer de façon simple des machines à fonctions. Vous n'avez qu'à assembler quelques contenants : un contenant à café, un bocal Mason et une boite pourraient servir à une telle fin. Apposer sur chacun des contenants une étiquette d'une équation, comme $C(n) = 2n + 1$, $M(n) = n + 5$ et $B(n) = n^2$. S'assurer que les élèves peuvent décrire ce que la machine à fonctions fait.
  - Le contenant à café servirait à doubler un nombre, puis à ajouter 1.
  - Le bocal Mason servirait à additionner 5 au nombre.
  - La boite servirait à mettre le nombre au carré.

  Vous pouvez alors prendre une feuille de papier et inscrire un nombre comme 7 sur trois morceaux distincts de papier. Déposer l'un des morceaux de papier dans le contenant à café, puis mélanger, secouer ou agiter le contenant. Demander aux élèves quel nombre vous obtiendrez lorsque 7 aura pu être transformé par l’action du contenant à café. (Prendre soin de déposer la réponse, 15, dans le contenant à café avant la leçon.) Décrire ensuite comment la machine à fonction traite le nombre 7 (elle le double à 14, puis additionne 1 pour donner 15) et extraire finalement le résultat du contenant. Répéter le processus à l’aide du bocal Mason (pour obtenir 12) et de la boite (pour obtenir 49).

Vous pourriez aussi prévoir utiliser un autre nombre de départ. Si vous pouvez exécuter le tour de passepasse nécessaire, vous pouvez présenter l’exercice comme un petit tour de magie et vous amuser avec la notation fonctionnelle. La démarche met efficacement l’accent sur la notation fonctionnelle et procure un lien visuel que les élèves sont susceptibles de se rappeler.

- Les élèves commettent couramment l’erreur de confondre les parenthèses utilisées pour la multiplication dans la notation fonctionnelle. Par exemple, $f(4) = 8$ ne signifie pas que $4f = 8$. Il est important que les élèves comprennent qu’il s’agit d’un paramètre fictif qui représente la valeur du domaine.

- Les élèves commettent souvent une autre erreur lorsqu’on leur demande de déterminer t dans une fonction donnée, comme $h(t) = 4t – 3$, ou $h(t) = 18$. Ils substituent la valeur fournie pour la variable indépendante plutôt que la variable dépendante. Ce serait là une excellente occasion de réitérer le but et le sens de la notation fonctionnelle.

- Il serait utile de revoir le remaniement des équations, car la notation fonctionnelle nécessite la résolution de la relation linéaire pour la détermination de la variable y.

- Il est important de s’assurer que les élèves établissent le lien entre les valeurs de départ et d’arrivée et les paires ordonnées. La notation $f(2) = 5$ indique par exemple que le point ayant les coordonnées (2, 5) se trouve sur le graphique de $f(x)$. Les élèves reconnaissent ainsi visuellement la valeur de départ et la valeur d’arrivée de la fonction.

- Il faut au moins deux points pour tracer une droite. Les élèves seront exposés à la méthode de détermination de l’ordonnée à l’origine par le calcul de $f(0)$ et à la détermination du point de l’abscisse à l’origine par la résolution de l’expression $f(x) = 0$. Ou bien, les élèves peuvent tracer une ligne à l’aide du taux de variation de l’équation et du point correspondant à l’ordonnée à l’origine. Il faudrait également inclure des exemples de fonctions linéaires dont le domaine et l’image sont limités.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D’OBJETS À MANIPULER

- trois contenants vides

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Les élèves doivent utiliser avec aise les termes qui suivent.

- notation fonctionnelle
- valeur de départ
- valeur d’arrivée

Ressources/notes

Internet

- Qu'est-ce qu'une fonction?
  https://fr.khanacademy.org/video?lang=fr&format=lite&v=kZ8Gnc4nZMo
- Évaluer une fonction
  https://fr.khanacademy.org/video?lang=fr&format=lite&v=w9eY8-7zBiA

Ressources imprimées

- *Mathématiques 10 : fondements et pré-calcul,* (BURGLIND ET COLL., Pearson, 2010)
  - Manuel de l'élève
    - Chapitre 5, sections 5. 2, p. 264-273; section 5.5, p. 287-297; section 5.7, p. 311-323
  - Ressources destinées à l'enseignant (version papier et version numérique sur DVD)
- *Omnimaths 10, Édition de l'ouest,* Chenelière/McGraw-Hill, Chapitre 5, section 5.5, p. 232-235, section 5.6, p. 236-240

Notes

RAS RF10 On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre, graphiquement et algébriquement, des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires ayant deux variables. [L, RP, R, T, V]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

RF10.01 Représenter une situation à l'aide d'un système d'équations linéaires.
RF10.02 Établir le lien entre un système d'équations linéaires et le contexte d'un problème.
RF10.03 Déterminer et vérifier graphiquement la solution d'un système d'équations linéaires, avec et sans l'aide de la technologie.
RF10.04 Expliquer la signification du point d'intersection d'un système d'équations linéaires.
RF10.05 Déterminer et vérifier algébriquement la solution d'un système d'équations linéaires.
RF10.06 Expliquer, à l'aide d'exemples, pourquoi un système d'équations linéaires peut n'avoir aucune solution, en avoir une seule ou avoir un nombre infini de solutions.
RF10.07 Expliquer une stratégie de résolution d'un système d'équations linéaires.
RF10.08 Résoudre un problème comportant un système d'équations linéaires.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 9	**Mathématiques 10**	**Mathématiques 11**
RR02 On s'attend à ce que les élèves sachent tracer le graphique d'une relation linéaire, l' analyser et interpoler ou extrapoler pour résoudre des problèmes. **RR03** On s'attend à ce que les élèves sachent représenter et résoudre des problèmes en utilisant des équations linéaires des formes suivantes ▪ $ax = b$ ▪ $\frac{x}{a} = b, a \neq 0$ ▪ $ax + b = c$ ▪ $\frac{x}{a} + b = c, a \neq 0$ ▪ $ax = b + cx$ ▪ $a(x + b) = c$ ▪ $ax + b = cx + d$ ▪ $a(bx + c) = d(ex + f)$ ▪ $\frac{a}{x} = b, x \neq 0$ où a, b, c, d, e et f sont des nombres rationnels	**RF10** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre, graphiquement et algébriquement, des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires ayant deux variables.	**RF01** On s'attend à ce que les élèves sachent représenter et résoudre des problèmes comportant des systèmes d'inéquations linéaires à deux variables. (M11)* **RF06** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre algébriquement et graphiquement des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires-quadratiques et quadratiques-quadratiques ayant deux variables. (PC11)** **RF07** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant des inéquations linéaires et quadratiques ayant deux variables. (PC11)**

* M11—Mathématiques 11
** PC11—Précalcul 11

Contexte

En Mathématiques 9, les élèves ont représenté et résolu des problèmes au moyen d'équations linéaires à une variable (9RR03). Le présent module leur présente des systèmes d'équations à deux variables. Les élèves créeront initialement un système linéaire représentant une situation; ils rédigeront également une description d'une situation qui pourrait être représentée par un système linéaire donné.

La résolution graphique d'un système linéaire est maintenant élargie à la résolution algébrique des systèmes par la substitution et l'élimination. En Mathématiques 9, les élèves ont été exposés à la résolution d'équations linéaires ayant des coefficients fractionnaires (9RR03). Dans le module précédent, les élèves ont éliminé les coefficients fractionnaires à l'intérieur d'une équation linéaire en effectuant une multiplication par le PPCM des dénominateurs (RF06). Les élèves résoudront maintenant les systèmes linéaires sous une forme graphique, avec et sans outils, et ils passeront à la résolution des systèmes linéaires sous une forme symbolique par substitution et élimination.

Les élèves représenteront les situations au moyen d'un système d'équations linéaires. Ils s'assureront qu'ils comprennent et définissent les variables utilisées pour représenter la quantité inconnue. Il s'agira là d'une excellente occasion de faire observer que pour résoudre un système, le nombre d'inconnues doit correspondre au nombre d'équations.

Les élèves décriront en plus des situations possibles qui pourraient être représentées au moyen d'un système linéaire donné. Encourager les élèves à faire part de leurs réponses afin de les exposer à divers contextes de la vie réelle.

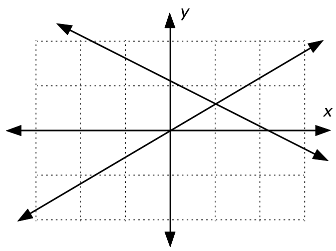
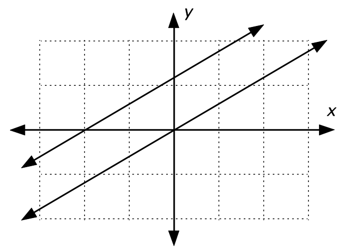
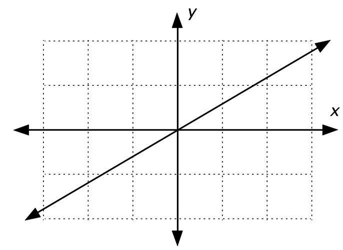
Lorsque deux droites se rencontrent, les coordonnées du point d'intersection représentent la solution du système linéaire. Les élèves représenteront des situations au moyen d'un système d'équations linéaires et, inversement, décriront une situation possible représentée par un système linéaire donné. Ils apprendront des méthodes graphiques et algébriques de résolution des systèmes d'équations linéaires.

Les élèves traduiront un problème contextualisé en un système d'équations linéaires et ils résoudront le problème en créant un graphique, pour ainsi vérifier la solution. Ils devraient pouvoir facilement résoudre des systèmes d'équations linéaires sous une forme graphique, avec et sans outils technologiques. Il faudrait mettre l'accent sur des applications de la vie réelle, comme les fournisseurs de téléphones mobiles ou les compagnies de taxis.

Dans le cadre des résultats d'apprentissage précédents, les élèves ont représenté des équations linéaires au moyen de graphiques en utilisant la méthode de la pente-ordonnée à l'origine, la forme pente-point et la méthode de l'abscisse et de l'ordonnée à l'origine. L'identification de la forme de l'équation aidera les élèves à déterminer quelle méthode ils devraient choisir pour tracer les droites. La résolution d'un système linéaire au moyen d'un graphique est toutefois assujettie à des limites. Il pourrait par exemple être difficile de déterminer exactement les points d'intersection ne correspondant pas à des nombres entiers et la solution correspondra aux coordonnées estimatives du point d'intersection. Pour obtenir des réponses exactes, on peut utiliser avoir recours à des méthodes algébriques.

Les élèves résoudront des systèmes d'équations linéaires sous une forme algébrique par substitution et élimination. Après avoir déterminé la solution du système linéaire, ils vérifieront la solution par substitution directe ou au moyen d'un graphique.

Les systèmes d'équations linéaires peuvent avoir différentes solutions. La représentation graphique du système linéaire permet aux élèves de déterminer si le système d'équations linéaires a une solution (droites qui se rencontrent), s'il n'a aucune solution (droites parallèles) ou s'il comporte un nombre infini de solutions (droites qui se confondent).

Droites qui se rencontrent	**Droites parallèles**	**Droites qui se confondent**
Une solution  Pentes différentes Les ordonnées à l'origine peuvent être identiques ou différentes	Aucune solution  Même pente Ordonnées à l'origine différentes	Nombre infini de solutions  Même pente Ordonnées à l'origine identiques

Les élèves peuvent également utiliser la pente et l'ordonnée à l'origine de chaque équation pour déterminer le nombre de solutions du système linéaire. Lorsque les pentes des droites sont différentes, les droites se rencontrent en un point et le système a une solution. Lorsque les pentes des droites sont identiques, mais que les ordonnées à l'origine diffèrent, les deux droites ne se rencontrent jamais et le système n'a aucune solution. Lorsque les pentes des droites et les ordonnées à l'origine sont les mêmes, les deux droites sont identiques et le système comporte un nombre infini de solutions.

La méthode de l'élimination révèle elle aussi le nombre de solutions d'un système linéaire. Lorsqu'il est possible d'attribuer une valeur unique à x et à y, le système d'équations a une solution. Lorsque l'addition des équations élimine la variable x et entraine un énoncé faux, comme $0x + 0y = 27$, il n'existe aucune solution et les droites sont obligatoirement parallèles. Lorsque le résultat est $0x + 0y = 0$ dans le cas de n'importe quelle valeur de x ou y, l'énoncé est vrai et il existe un nombre infini de solutions au système linéaire, ce qui révèle que les droites sont confondues.

Les systèmes linéaires peuvent être résolus sous une forme graphique ou algébrique. Il est important que les élèves puissent déterminer quelle méthode est la plus efficace.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage consiste à évaluer ce que les élèves apprennent et comment ils l'apprennent. Elle doit se produire au quotidien dans le cadre de l'enseignement/apprentissage. **L'évaluation de l'apprentissage** consiste à recueillir des renseignements fiables qui permettent de porter un jugement sur le progrès des élèves. Elle doit se faire fréquemment. On utilise diverses approches et divers contextes pour évaluer l'ensemble des élèves, en tant que classe, en groupe et individuellement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d'évaluation avec mes stratégies d'enseignement?

ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

Les élèves pourraient exécuter des exercices comme ceux qui suivent pour que vous puissiez mieux évaluer leurs acquis antérieurs.

- Tracer le graphique des équations $y = 2x + 1$ et $2x + 3y = 11$ sur le même plan cartésien. Déterminer les coordonnées du point d'intersection.

- Étant donné l'équation $y = 4x - 7$, calculer la valeur de y si vous remplacez x par $2y$.

- Étant donné l'équation $3x + 2y = 14$, calculer la valeur de x si vous remplacez y par $x - 2$.

TÂCHES D'ÉVALUATION AVEC L'ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPE/INDIVIDUELLES

Envisager les exemples de tâches et d'activités suivants (pouvant être adaptés) pour l'évaluation au service de l'apprentissage ou pour l'évaluation de l'apprentissage.

- Créer deux équations pour les situations ci-dessous et utiliser ces équations pour résoudre les problèmes de manière algébrique.
  a) Lors d'un match de hockey de l'école secondaire, les élèves ont payé leur billet d'entrée 4 $ et les adultes ont payé 6 $. Le nombre d'élèves ayant assisté au match a été supérieur de 300 au nombre d'adultes présents. Si le montant total des billets vendus s'est chiffré à 2 400 $, combien de spectateurs étaient des élèves et combien étaient des adultes?
  b) Discount Taxi exige 2 $ le kilomètre en plus d'un taux de base de 4 $. Dans la même localité, Swift Taxi facture 2 $ le kilomètre et un taux de base de 5 $. Créer des équations propres à chaque compagnie de taxis et illustrer les équations sur le même graphique. Quand Swift Taxi sera-t-il plus économique à utiliser? Expliquer.
  c) Kerstin a près du lac Ainslie une magnifique exploitation agricole sur laquelle elle fait l'élevage d'émeus et d'ânes. Les animaux sur son exploitation représentent 64 pattes et 20 têtes. Combien d'animaux de chaque type a-t-elle?

- Créer une situation ayant trait à des pièces de monnaie qui peut être représentée par le système linéaire ci-après et expliquer ce que représente chaque variable : $x + y = 24$; $0{,}25x + 0{,}05y = 4{,}50$.

- Créer et résoudre un problème faisant intervenir un système d'équations linéaires dont les graphiques sont parallèles. Expliquer ce que signifie la présence d'un tel système d'équations.

- Décrire ou illustrer une situation ne pouvant être illustrée par un système d'équations linéaires et expliquer pourquoi ce système ne convient pas.
- Tyreese a acheté huit livres. Certains livres coutent 13 $ l'unité et les autres livres coutent 24 $ chacun. Tyreese a dépensé au total 209 $. Faire part par écrit d'un système d'équations linéaires qui pourrait représenter la situation.

- Jorge a résolu le système linéaire $2x + 3y = 6$ et $x – 2y = –6$. La solution qu'il a obtenue était (2, 4). Vérifier si la solution de Jorge est correcte. Expliquer comment les résultats de Jorge peuvent être illustrés sur un graphique.

- Jill et Tony sont tous deux charpentiers. Jill touche 40 $ par jour plus 10 $ l'heure. Tony touche 50 $ par jour plus 5 $ l'heure. Représenter sous une forme graphique le système d'équations linéaires correspondant aux gains de Jill et à ceux de Tony. Déterminer la solution de ce système et expliquer ce qu'elle représente.

- Décrire une situation de la vie réelle pour laquelle les droites représentatives du système d'équations linéaires correspondant *ne sont pas* parallèles mais le système n'a aucune solution. Il pourrait s'agir de situations où le domaine est limité. Par exemple, les forfaits de téléphones mobiles représentés dans le tableau ci-dessous ne couteraient jamais le même montant.

Plan	**Frais mensuel de base ($)**	**Cout par minute (¢)**
A	30	5
B	10	2

P Faire part par écrit d'un système d'équations linéaires ayant un nombre infini de solutions. Expliquer ce qui se produit lorsque vous essayez de résoudre le système par élimination.

P Expliquer quel système vous préférez résoudre sans avoir recours à un outil technologique.

$$\left.\begin{aligned} y &= \frac{9}{2}x - \frac{23}{2} \\ y &= \frac{2}{11}x - \frac{16}{11} \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} y &= -\frac{2}{5}x - \frac{2}{5} \\ y &= -\frac{3}{7}x - \frac{33}{70} \end{aligned}\right\}$$

P Expliquer à un autre élève comment vous résolvez le système ci-dessous d'équations linéaires. Justifier le choix de la méthode utilisée.

$$\left.\begin{aligned} 4x - 7y &= -39 \\ 3x + 5y &= -19 \end{aligned}\right\}$$

P Un examen comporte 20 questions d'une valeur totale de 100 points. L'examen comprend des questions à réponses choisies d'une valeur de 3 points chacune et des questions à réponses construites d'une valeur de 11 points chacune. Combien de questions à choix multiples figurent sur l'examen?

P Le cout d'un buffet pour une famille de six s'est chiffré à 48,50 $ (11,75 $ par adulte, 6,25 $ par enfant). Combien d'adultes et combien d'enfants la famille comptait-elle?

P Créer un système d'équations linéaires qui pourrait être résolu plus efficacement par
  a) substitution que par élimination ou par représentation graphique (résoudre le système)
  b) élimination que par substitution ou par représentation graphique (résoudre le système)

- Vérifier ce que coute la location d'une voiture à Sydney pour une journée.
  a) Comment l'étude des relations linéaires et des systèmes d'équations linéaires vous aide-t-elle à déterminer de quelle compagnie louer la voiture?
  b) Quel est l'effet de la distance parcourue?
  c) Quelles autres variables affectent le cout de la location d'une voiture?

- Résoudre le système d'équations linéaires par élimination.

  $$\left.\begin{array}{l} 2x - 5y = 10 \\ 4x - 10y = 20 \end{array}\right\}$$

  a) Que vous révèle la solution au sujet de la nature des droites des équations?
  b) Convertir les équations sous une forme pente-ordonnée à l'origine pour vérifier la conclusion obtenue.

SUIVI DE L'ÉVALUATION

La preuve d'apprentissage que procurent la participation et le travail des élèves devrait servir à guider l'enseignement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l'enseignement à l'échelle de la classe et auprès de chaque élève?
- De quelle façon peut-on fournir une rétroaction opportune aux élèves?

Planification de l'enseignement

La planification d'un cheminement pédagogique cohérent constitue une partie essentielle d'un programme de mathématiques efficace.

Questions pour guider la réflexion

- Est-ce que la leçon s'inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et possibilités d'apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l'obtention des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?

- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d'apprentissage des élèves?

TÂCHES D'APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Un enseignement efficace doit faire appel à diverses stratégies.

Question pour guider la réflexion

- Comment peut-on utiliser la portée et l'ordre des résultats d'apprentissage pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d'entamer l'enseignement de notions nouvelles?

Envisager les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons quotidiennes.

- Commencer à résoudre des systèmes d'équations en demandant aux élèves de comparer deux entreprises qui fournissent le même service ou le même produit. Les élèves devront créer une équation représentant chaque service, puis illustrer, à la main, les relations se rapportant aux deux entreprises sur le même graphique. Inclure des exemples dans lesquels les graphiques des systèmes d'équations ne se recoupent pas et sont parallèles.

- Les élèves travailleront avec les graphiques de systèmes d'équations linéaires et détermineront comment trouver leurs solutions par représentation graphique. On peut illustrer des équations linéaires à l'intérieur d'un graphique de différentes façons sans avoir recours à des outils technologiques. Au début du présent module, les élèves ont été exposés à la représentation graphique d'équations linéaires au moyen de la méthode de la pente-ordonnée à l'origine, de la pente-point ainsi que de l'abscisse et de l'ordonnée à l'origine. La détermination de la forme de l'équation aidera les élèves à décider quelle méthode ils devraient choisir pour tracer les droites.

- Les élèves devraient discuter du service qui serait le meilleur dans diverses situations considérées – comme des forfaits de téléphones mobiles, des trajets en taxi ou le déneigement de l'entrée de cour – et discuter des avantages différents que présente un forfait par rapport à un autre au point où les droites se rencontrent. On peut par exemple, effectuer une comparaison des forfaits de téléphones mobiles et des différentes utilisations faites de ce téléphone en considérant qu'une personne pourrait surtout texter des messages et seulement utiliser son téléphone de façon sporadique, alors qu'une autre pourrait constamment l'utiliser et rarement envoyer des textos.

- Si les équations ne se rencontrent pas, demander aux élèves d'expliquer ce que signifie l'absence du point d'intersection en ce qui a trait au service le moins dispendieux. Par exemple, deux compagnies de taxis pourraient avoir des taux de base différents, mais pourraient imposer le même montant par kilomètre parcouru. La compagnie ayant le taux de base le plus bas serait toujours la moins dispendieuse. Existe-t-il d'autres facteurs qui pourraient influencer le choix d'une compagnie de taxis dans un scénario du genre?

- Une fois que les élèves peuvent facilement résoudre un système d'équations sous une forme graphique sans outils technologiques, leur présenter l'utilisation des outils technologiques graphiques pour résoudre le même système. Pour résoudre un système d'équations linéaires au moyen d'un outil à affichage graphique, les élèves pourraient devoir remanier les équations sous une forme fonctionnelle. Il pourrait également s'avérer nécessaire de revoir le domaine et l'image correspondant au contexte pour aider les élèves à déterminer les paramètres requis pour la fenêtre d'affichage. S'assurer que les élèves ont été exposés dans une certaine mesure à des systèmes dont le point d'intersection est difficile à lire ou à obtenir avec exactitude, comme $2x + 3y = 11$ et$x – 6y = 14$. De tels exercices prépareront la voie à la résolution algébrique d'un système d'équations.

- Encourager les élèves à continuer à éliminer les coefficients fractionnaires avant de passer à la résolution algébrique des systèmes. Vous pourriez devoir leur rappeler comment utiliser efficacement la méthode algébrique.

- Après avoir déterminé la solution à un système d'équations linéaires, s'assurer que les élèves vérifient la solution du système par substitution directe ou par représentation graphique. Il est essentiel de réitérer que la représentation graphique manuelle pourrait seulement offrir une solution approximative, en particulier lorsque les solutions comportent des fractions.

- Il est important d'expliquer la représentation symbolique pour l'obtention de la solution à un système d'équations linéaires, mais il faut continuer à mettre l'accent sur l'établissement d'un tel système à partir d'un contexte de résolution de problème.

- Même si les systèmes d'équations linéaires peuvent être résolus par une démarche graphique ou algébrique, il est primordial que les élèves déterminent quelle approche est la plus efficace. Ils peuvent établir le lien entre la résolution d'un système d'équations linéaires et le point d'intersection des graphiques, mais la représentation graphique manuelle pourrait seulement fournir une approximation de la solution.

- Fournir aux élèves la possibilité de décider quelle méthode algébrique est plus efficace pour résoudre un système d'équations linéaires en se concentrant sur les coefficients des variables semblables. Au besoin, remanier les équations afin que les variables semblables se trouvent dans la même position à l'intérieur des deux équations. La substitution pourrait s'avérer plus efficace si le coefficient d'un terme est 1 ou si l'une des équations est déjà formulée de manière que l'une des variables et son coefficient soient isolés. L'élimination, par contre, pourrait être plus efficace si la variable à l'intérieur des deux équations a un coefficient de la même grandeur ou si les deux équations sont déjà formulées de la même manière.

La substitution fonctionne bien	**L'élimination fonctionne bien**
$2x – 5y = 12$ et $x = y + 2$	$2x – 5y = 12$ et $x – y = 2$
$2x – 7y + 10 = 0$ et $7y = x +1$	$2x – 7y + 10 = 0$ et $–x + 7y = 1$

- Expliquer pourquoi les systèmes d'équations linéaires peuvent avoir plusieurs solutions. Les élèves peuvent, sachant que les droites parallèles ne se rencontrent pas, par exemple, prédire que le système n'aura aucune solution. Ils peuvent alors définir le nombre de solutions d'un système d'équations linéaires au moyen de différentes méthodes. La représentation graphique du système d'équations linéaires permet aux élèves de déterminer si le système a une solution (droites qui se rencontrent), s'il n'en a aucune solution (droites parallèles) ou s'il a un nombre infini de solutions (droites confondues). En guise de solutions de rechange à la représentation graphique, les élèves peuvent utiliser la pente et l'ordonnée à l'origine de chaque équation pour déterminer le nombre de solutions du système d'équations linéaires. Lorsque les pentes des droites sont différentes, les droites se rencontrent à un point donné et le système a une solution. Lorsque les pentes des droites sont identiques, mais que l'ordonnée à l'origine est différente, les deux droites sont parallèles et le système n'a aucune solution. Lorsque les pentes et les ordonnées à l'origine des droites sont les mêmes, les deux droites sont identiques et le système a un nombre infini de solutions. Les élèves peuvent également avoir recours à la méthode de l'élimination pour déterminer le nombre de solutions d'un système d'équations linéaires. Lorsqu'un système d'équations a une solution, on peut attribuer à x et à y une valeur unique, mais ce n'est pas toujours le cas. Considérons l'exemple ci-dessous :

Résoudre : $\left.\begin{array}{l} -2x - 3y = 12 \\ 2x + 3y = 15 \end{array}\right\}$

L'addition des équations élimine la variable x et donne $0x + 0y = 27$. Quelle que soit la valeur de x ou d'y, l'énoncé est faux. Cela révèle qu'il n'existe aucune solution et que les droites sont obligatoirement parallèles. Les élèves peuvent également rencontrer une situation où $0x + 0y = 0$. L'énoncé est vrai quelle que soit la valeur de x ou de y. Il existe alors un nombre infini de solutions au système d'équations linéaires et les droites sont confondues. Il est plus facile de déterminer ce genre de possibilité par l'inspection. Si les élèves réduisent les équations aux termes les plus simples (en divisant chaque terme par le PGFC), ils pourront déterminer si les équations sont équivalentes. Le cas échéant, les graphiques se chevauchent, ce qui entraine un nombre infini de points d'intersection.

- *Serpents et échelles :* Former des groupes de quatre élèves et fournir à chaque groupe une planchette de jeu, un dé, un paquet de cartes de systèmes d'équations linéaires et quatre jetons leur permettant de se déplacer sur le jeu. Demander aux élèves de tirer une carte et de lancer le dé. Si le dé lancé est un 1, l'élève résoudra le système par représentation graphique. S'il joue un 2 ou un 5, il résoudra le système par substitution. S'il lance un 3 ou un 4, il résoudra le système par élimination. S'il joue un 6, il résoudra le système par la méthode de son choix. Si le système est résolu correctement, l'élève avancera du nombre de cases de jeu correspondant au nombre lancé. Si la réponse est incorrecte, le joueur à sa gauche pourra répondre à la question et se déplacer sur le jeu.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'OBJETS À MANIPULER

- papier quadrillé
- règles

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Les élèves doivent utiliser avec aise les termes qui suivent.

- droites confondues
- droites qui se rencontrent
- point d'intersection
- droites parallèles
- substitution

Ressources/notes

Internet

- Résoudre un système d'équations linéaires par la méthode de substitution
  http://www.youtube.com/watch?v=fuRPB6AJwaE
- Résoudre un système d'équations linéaires par quatre méthodes
  http://www.youtube.com/watch?v=NxowOl4QnIA
- Résoudre un système par la méthode de réduction
  http://www.youtube.com/watch?v=wyTemyB_zvI

Ressources imprimées

- *Mathématiques 10 : fondements et pré-calcul,* (BURGLIND ET COLL., Pearson, 2010)
  - Manuel de l'élève
    - Chapitre 7, sections 7.1., 7.2, 7.3, 7.4, 7.5 et 7.6, p. 392-455
  - Guide d'enseignement
  - Outils pour enseignants sur DVD (Banque d'évaluation informatisée – Solutions)

Notes

Mathématiques financières
40-45 heures

RAG : On s’attend à ce que les élèves acquièrent le sens du nombre et les habiletés de la pensée critique.

Résultats d’apprentissage spécifiques

Légende des références aux processus

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

MF01 On s’attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant des prix unitaires et le change de devises à l’aide du raisonnement proportionnel. [L, CE, RP, R]

MF02 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils ont compris la rémunération, y compris le salaire horaire, le salaire fixe, le travail à forfait, les commissions et le travail à la pièce pour calculer le revenu brut et le revenu net. [C, L, R, T]

MF03 On s’attend à ce que les élèves sachent analyser des budgets personnels. [C, RP, R, T]

MF04 On s’attend à ce que les élèves sachent effectuer et présenter une recherche sur un sujet d’intérêt financier faisant appel aux mathématiques financières. [C, L, CE, RP, R, T, V]

RAS MF01 On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant des prix unitaires et le change de devises à l'aide du raisonnement proportionnel. [L, CE, RP, R]
[C] Communication **[RP]** Résolution de problèmes **[L]** Liens **[CE]** Calcul mental et estimation **[T]** Technologie **[V]** Visualisation **[R]** Raisonnement

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

MF01.01 Comparer le prix unitaire d'au moins deux articles.
MF01.02 Résoudre des problèmes de détermination du meilleur achat et expliquer le choix selon le cout ainsi que selon d'autres facteurs, tels que la qualité et la quantité.
MF01.03 Comparer, à l'aide d'exemples, différentes techniques de promotion des ventes.
MF01.04 Déterminer le pourcentage d'augmentation ou de réduction du prix d'un article à partir du prix initial et du nouveau prix.
MF01.05 Résoudre, à l'aide du raisonnement proportionnel, un problème contextualisé comportant le change de devises.
MF01.06 Expliquer la différence entre le taux de change de devises à l'achat et à la vente.
MF01.07 Expliquer comment et pourquoi il pourrait être important d'estimer en devises canadiennes le cout d'achat d'articles dans un pays étranger.
MF01.08 Faire la conversion d'un montant d'argent donné en dollars canadiens en devise étrangère et inversement, à l'aide de formules, de diagrammes ou de tableaux.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 9	Mathématiques 10	Mathématiques 11
N03 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les nombres rationnels en comparant et en ordonnant des nombres rationnels ainsi qu'en résolvant des problèmes comportant des opérations arithmétiques sur des nombres rationnels. **G01** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris la similitude des polygones.	**MF01** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant des prix unitaires et le change de devises à l'aide du raisonnement proportionnel.	**M01** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes comportant l'application de taux.

Contexte

On présente aux élèves le raisonnement proportionnel en Mathématiques 8 (8N05) et ils continuent à travailler sur le raisonnement proportionnel en étudiant les polygones semblables en Mathématiques 9. Pour bien assimiler le concept, les élèves doivent savoir tirer profit de la multiplication et pouvoir dégager et utiliser les liens de multiplication existant à l'intérieur et entre les rapports dans les problèmes.

Les élèves élargiront leurs habiletés en matière de raisonnement proportionnel aux situations de tous les jours, comme le magasinage, le calcul des taxes et le change de devises. Les enseignants devraient passer des exemples simples aux exemples plus complexes au fur et à mesure que les élèves approfondiront leurs connaissances.

Le raisonnement proportionnel servira à l'estimation et au calcul du prix à l'unité. L'aptitude à l'estimation et le raisonnement proportionnel sont des habiletés qui représentent des faiblesses parmi notre population adulte, mais qui constituent des éléments cruciaux des mathématiques financières.

Pour que les élèves deviennent des consommateurs financièrement compétents, ils doivent pouvoir estimer ou calculer le cout total, en tenant compte des réductions et des couts supplémentaires comme les taxes et les frais d'expédition. Les élèves doivent également prendre en compte d'autres facteurs, comme les répercussions morales, la qualité des produits et l'aspect pratique avant d'effectuer un achat.

À un niveau plus global, le sujet permettra aux élèves d'explorer l'utilisation du rapport pour estimer ou calculer la valeur d'une monnaie en fonction des fluctuations des taux des devises.

Le taux de change (ou cours) *vendeur* et le taux de change *acheteur* sont des termes qui ont trait au change des devises. Le taux de change vendeur est le taux auquel une banque vend une monnaie aux consommateurs. Le taux de change acheteur est le taux auquel une banque achète une monnaie du consommateur. Il est à noter que les taux de change vendeur et acheteur ne sont pas identiques et peuvent changer à n'importe quel moment.

Considérons la situation qui suit : Filipe décide de se rendre au Japon. Il change 500 $CAN en yens et reçoit 44 030 yens en espèces. Quelques minutes après avoir effectué la conversion, Filipe constate que son voyage a été annulé et il retourne à la banque changer les 44 030 yens en dollars canadiens. Il reçoit 462,84 $CAN. La transaction coute 37,16 $CAN à Filipe. Une banque a deux taux pour le change des devises : un taux de change acheteur (le cas échéant, 0,010512) et un taux vendeur (le cas échéant, 0,011356). Si Filipe avait acheté des instruments autres que des espèces, comme des chèques de voyage, les taux dont il aurait bénéficié auraient été plus favorables. Ses 500 $CAN auraient permis l'achat de 44 185 yens et le retour de ses 44 185 yens lui aurait permis de recevoir 471,32 $CAN (les opérations lui auraient couté 28,68 $CA.)

Une banque explique cette différence entre les taux en espèces ou autres qu'en espèces comme suit : « Les taux de change appliqués aux transactions en espèces englobent les frais d'expédition et de manutention, ce qui rend le taux de change des montants en espèces moins favorable que le taux des montants autres qu'en espèces. Les taux autres qu'en espèces s'appliquent aux instruments en papier comme les chèques, les traites et les chèques de voyage. Les taux non en espèces s'appliquent également aux paiements électroniques reçus et effectués. Ces instruments sont plus faciles à gérer; leur traitement nécessite moins de temps et est moins couteux que les transactions en espèces. Un taux plus favorable est en conséquence appliqué aux instruments non en espèces. »

Il est possible de trouver ces taux particuliers sur Internet. Les élèves devraient comprendre qu'ils peuvent économiser en convertissant leurs dollars canadiens en monnaie locale de leur destination avant de quitter le Canada. La majorité des banques, des guichets de change étrangers et des hôtels dans les autres pays perçoivent une commission ou des frais de service pour la conversion de vos dollars canadiens dans leur monnaie locale.

Le tableau qui suit fait état de diverses devises comparativement au dollar canadien. Comme les taux de change fluctuent fréquemment, il est important que les élèves comprennent comment lire un tableau de ce genre. Il est possible de trouver le tableau complet sur le site Web de la Banque Royale du Canada, au http://www.rbcbanqueroyale.com/cgi-bin/voyages/convertisseur-de-devises.pl

Pays	**Devise**	**Taux de change acheteur de la banque**	**Taux de change vendeur de la banque**
États-Unis	Dollar États-Unis (USD)	0,9965	1,0535
Union européenne	Euro (EUR)	1,2956	1,4061
Grande-Bretagne	Livre sterling (GBP)	1,5008	1,6045
Suisse	Franc suisse (CHF)	1,0605	1,1513
Japan	Yen (JPY)	0,010512	0,011356
Australie	Dollar australien (AUD)	0,9958	1,1245
Nouvelle-Zélande	Dollar néozélandais (NZD)	0,8110	0,9161
Danemark	Couronne danoise (DKK)	0,1735	0,1912
Norvège	Couronne norvégienne (NOK)	0,1729	0,1913
Suède	Couronne suédoise (SEK)	0,1524	0,1686
Bahreïn	Dinard de Bahréïn (BHD)	2,4623	2,9518
Barbade	Dollar de la Barbade (BBD)	0,4712	0,5564
Belize	Dollar de Belize (BZD)	0,4701	0,5613
Bermudes	Dollar bermudien (BMD)	0,8481	1,0571
Brésil	Réal brésilien (BRL)	0,4764	0,5688

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d’évaluation

L’évaluation au service de l’apprentissage consiste à évaluer ce que les élèves apprennent et comment ils l’apprennent. Elle doit se produire au quotidien dans le cadre de l’enseignement/apprentissage. **L’évaluation de l’apprentissage** consiste à recueillir des renseignements fiables qui permettent de porter un jugement sur le progrès des élèves. Elle doit se faire fréquemment. On utilise diverses approches et divers contextes pour évaluer l’ensemble des élèves, en tant que classe, en groupe et individuellement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l’apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d’évaluation avec mes stratégies d’enseignement?

ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

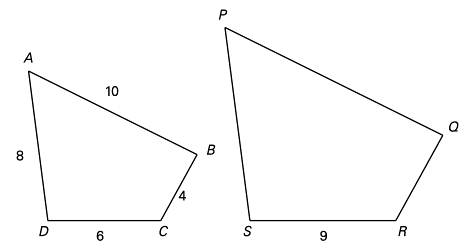
Les élèves pourraient exécuter des exercices comme ceux qui suivent pour que vous puissiez mieux évaluer leurs acquis antérieurs.

- Mettre les nombres rationnels ci-dessous dans l'ordre du plus petit au plus grand.

  $\frac{7}{5}$; –0,95; $\frac{3}{4}$; 1,52; 0,777...,; $-\frac{11}{10}$

- Un carton de 12 canettes de jus coute 4,80 $. Samuel veut déterminer le cout de chaque canette. Expliquer comment Samuel procède.

- Déterminer la dimension de tous les côtés manquants des polygones à droite sachant que les polygones sont semblables.



TÂCHES D'ÉVALUATION AVEC L'ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPE/INDIVIDUELLES

Envisager les exemples de tâches et d'activités suivants (pouvant être adaptés) pour l'évaluation au service de l'apprentissage ou pour l'évaluation de l'apprentissage.

- Felix peut faire trois douzaines de biscuits pour le thé au moyen de $2\frac{1}{4}$ tasse de farine. Combien de tasses de farine lui faudra-t-il pour faire neuf douzaines de biscuits pour le thé?

- J'ai parcouru 40 km en 80 minutes. Quelle distance ai-je parcourue en une heure?

- Vous utilisez une proportion de quatre carreaux gris contre trois carreaux rouges pour le jardin. Si vous utilisez 210 carreaux au total, combien de carreaux sont gris et combien sont rouges?

- Un bol renferme des fruits dans une proportion de trois oranges contre une pomme. Combien d'oranges y a-t-il s'il y a cinq pommes? Combien de pommes et d'orange y a-t-il dans le bol si celui-ci renferme 20 fruits?

- Lorsque vous mélangez de la peinture, quelle combinaison entrainera la teinte de vert la plus bleue : deux parties de bleu contre trois parties de jaunes ou trois parties de bleu contre cinq parties de jaune? Expliquer pourquoi.

- Mathieu a mangé $\frac{2}{3}$ d'une boite de chocolats. Il reste seulement 16 chocolats pour son frère Michael. Combien de chocolats la boite renfermait-elle au début?

- Le prix courant d'une paire de chaussures est de 140 $. Le magasin accorde une réduction de 35 % à l'occasion d'une vente. Quel sera le prix des chaussures?

- Un magasin annonce une vente-réclame « Acheter un chandail et en obtenir un à demi-prix ». Un second magasin annonce une réduction de 20 % sur tous les chandails. Rachel décide d'acheter deux chandails à 28 $. Quel serait le cout à l'unité de ses chandails dans chacun des deux magasins?

- Une bouteille de sauce barbecue de 12 oz coute 1,54 $. Une bouteille de sauce barbecue de 16 oz coute 1,99 $. Quel est le meilleur achat?

- Anya décide d'adapter la recette cinq étoiles de punch des fêtes qui suit pour en faire suffisamment pour 50 personnes. Morgan décide d'utiliser la même recette pour en faire pour 15 personnes.
  a) Quelle quantité de chaque ingrédient Anya doit-elle acheter?
  b) Quelle quantité de chaque ingrédient Morgan doit-elle acheter?

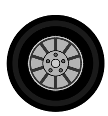
  La recette originale donne 20 portions.

4 tasses de jus de canneberges	8 tasses de limonade préparée
2 tasses de jus d'orange	1 bocal (4 oz) de cerises au marasquin
1 bouteille (2 L) de soda gingembre	1 orange, tranchée en rondelles

- Seth est allé acheter du lait à la cafétéria au diner. La cafétéria en vend en deux formats différents. Le lait en format de 250 mL coute 0,45 $ alors que le lait en format de 500 mL coute 0,80 $.
  a) Quel format de lait est le meilleur achat?
  b) Quels autres facteurs pourraient influer sur sa décision?

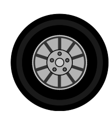
- Effectuer d'abord une estimation de la réponse, puis déterminer la valeur de *x*. Comparer votre estimation et la réponse calculée pour vérifier si votre réponse est correcte.
  a) $\frac{268}{5 \text{ petits pains}} = \frac{x}{1 \text{ petit pain}}$
  b) $\frac{x}{300} = \frac{1}{1,56}$
  c) Une boite de 12 crayons coute 1,69 $. Combien un crayon coute-t-il?

- Tires for All Inc.

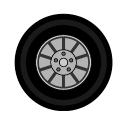
  Prix courant 118 $
  Maintenant à 30 % de réduction!

  Best Value Tires Inc.

  Prix courant 118 $
  Acheter un et en obtenir un second à demi-prix!

  Treads-R-Us

  Prix courant 118 $
  Acheter trois pneus et en obtenir un gratuit!

  Vous avez besoin de quatre nouveaux pneus d'hiver. Quelle compagnie offre la meilleure aubaine? Traiter des techniques de promotion utilisées par chaque entreprise.

  Nota – Utiliser des exemples réels de ventes-réclames et de soldes publicitaires à l'intérieur de votre localité sur des circulaires locales.

- Une marque particulière de peinture maison est offerte au prix de 42,95 $ le contenant de 4 L de peinture et de 7,50 $ le contenant de 250 ml. La première option (4 L) nécessite l'achat d'un apprêt, tandis que la seconde option (250 mL) inclut l'apprêt. Quelle option auriez-vous choisie et quelles conditions affecteraient votre choix. (***Nota –*** Il s'agit d'une question ouverte : chaque option présente ses avantages. Il faudrait offrir aux élèves la possibilité d'explorer les deux options et les avantages de chacune, selon la situation.)

- Vous avez acheté un iPod Touch qui vous a couté 225 $. Son prix original était de 300 $. Quel pourcentage de réduction avez-vous obtenu?

- Chelsea a acheté des actions d'une société qui lui ont couté 25 $. Deux semaines plus tard, elle les a vendues 60 $. Quel a été le pourcentage de hausse de leur valeur?

- Jordan a acheté pour son ordinateur un adaptateur lui ayant couté 29,99 $. Deux semaines plus tard, il a remarqué que le même adaptateur était vendu 19,99 $. Quel a été le pourcentage de baisse du prix?

- Frank a décidé d'acheter un iPod coutant 297 $. Il a gratté une carte de réduction à la caisse et a obtenu une réduction de 50 $. Quel a été le pourcentage de réduction du cout?

- Quelles sont les similarités et les différences entre un pourcentage d'augmentation et un pourcentage de réduction? Faire part d'exemples dans votre explication.

- Le prix original d'une voiture était de 19 295 $. Le prix réduit de la même voiture était de 17 995$. Khalid a calculé que le pourcentage de réduction était de 93 %. Khalid a-t-il commis une erreur? Expliquer pourquoi son calcul est erroné ou ne l'est pas.

- Définir les termes **taux de change vendeur** et **taux de change acheteur**, puis expliquer la différence entre les deux au moyen d'un exemple pertinent.

- Juan planifie un voyage en Floride. Il utilise 300 $ CAN pour acheter des dollars des États-Unis à la banque au taux quotidien courant de 0,9084. Son voyage est annulé ultérieurement au cours de la journée, ce qui l'amène à rechanger son argent en dollars canadiens au taux de 1,0361. Demander aux élèves de déterminer combien d'argent il a perdu et d'expliquer pourquoi il n'obtiendra pas exactement 300 $ de nouveau.

- Vos parents vous ont remis 500 $CAN comme argent de poche pour un voyage-échange scolaire en Europe.
  a) Vous changez ce montant en euros à la banque, à un taux de 1 euro (€) contre 1,35 $CAN. Combien d'euros recevrez-vous? À ce taux de change, quelle est la valeur d'un dollar CAN en euros?
  b) Il vous reste 50 € à votre retour et vous échangez ces euros en dollars canadiens au taux de 1 EUR = 1,27 $CAN. Combien d'argent avez-vous perdu (payé à la banque) pour le change des 50 euros des dollars aux euros et des euros aux dollars?

  ***Nota* –** Il est possible d'obtenir les taux de change réels sur Internet et de les utiliser au lieu d'utiliser les taux fournis.

- Avant de vous rendre au Mexique, vous changez des dollars canadiens en pésos au taux de change de 1 $CAN = 12,35 MXN. Vous achetez un burrito que vous payez 30 pésos. Combien ce burrito vous coute-t-il en dollars canadiens environ?

- Utiliser les taux de change des devises figurant sur Internet ou dans le journal pour répondre aux questions qui suivent.
  a) Stéphanie se rend aux Philippines en vacances.
    i) Quel est le nom de la devise utilisée dans les Philippines?
    ii) Quel est le taux de change de cette devise en dollars canadiens?
    iii) Si Stéphanie se rend dans une banque et achète 4 500 unités de la devise des Philippines en espèces, combien de dollars canadiens la transaction lui coutera-t-elle?
    iv) Si le voyage de Stéphanie est annulé et qu'elle retourne à la banque pour retourner son argent des Philippines, combien de dollars canadiens obtiendra-t-elle?
    v) Combien l'opération de change en question coute-t-elle à Stéphanie? Combien lui aurait-elle couté si elle s'était procuré des chèques de voyage au lieu d'argent en espèces?

  ***Nota* –** On pourrait également attribuer des pays différents à divers groupes d'élèves.

- Chantelle décroche un travail en Malaisie, où la devise est le ringgit (MYR). Elle a le choix entre une rémunération de 60 000 $CAN par année ou de 210 000 MYR. Demander aux élèves de vérifier les taux de change du jour sur Internet pour déterminer la meilleure option pour Chantelle.

- Explorer le taux de change quotidien au cours des 30 derniers jours et déterminer comment les taux peuvent avoir été influencés par les évènements courants ou d'autres facteurs.

- Réponder aux questions ci-dessous : (Vous devrez consulter les taux de change.)
  a) Vous souhaitez acheter pendant que vous vous trouvez aux États-Unis un ordinateur portatif coutant 385 $US. Si le taux de change vendeur du dollar des États-Unis comparativement au dollar canadien est de 1,0375, estimer le cout de l'ordinateur portatif dans la devise canadienne.
  b) Alivia est en train de négocier avec un vendeur local au Mexique. L'article vestimentaire qu'elle veut acheter coute 85 pésos. Si le dollar canadien a une valeur exacte de 12,3 pésos, quel est un bon équivalent estimatif (en dollars canadiens) de 85 pésos? Pourquoi est-il utile de pouvoir effectuer une estimation rapide dans une situation de ce genre?
  c) Comparer les prix d'achat d'un produit similaire sur les sites Web de magasins canadiens et américains. Déterminer quel site est le plus économique pour effectuer des achats en ligne d'après les taux de change des devises.

  Prolongation de l'exercice : Inclure les frais d'expédition, les droits de douane, les frais de courtage et les taux d'imposition.

- Une entreprise fabrique et vend un produit 15 $ (avant taxes) au Canada. Si le cout d'expédition et d'exportation du produit en Europe est de 1 $ l'article, déterminer le prix équivalent de l'article en question en euros quand il est vendu en Europe. Utiliser le taux de 1 EUR = 1,35 $CAN.

- Une entreprise achète des calendriers de bureau pour ses employés. Elle peut les acheter en paquets de dix au prix de 32 $, en paquets de 15 pour 45 $ ou en paquets de 25 pour 70 $. L'entreprise achète des calendriers pour 70 employés. Quelle combinaison de paquets l'entreprise devrait-elle acheter pour qu'ils lui coutent le moins cher possible?

- Liam a décidé de commander de nouvelles poignées de porte de cuisine pour ses immeubles d'habitation. Il a découvert un fournisseur qui les vend en jeux de 20 poignées pour 66 $. Un autre fournisseur les vend en jeux de 50 pour 155 $. Il a trouvé un troisième fournisseur qui est prêt à lui vendre les poignées de porte individuellement 4,50 $ l'unité. Si Liam compte acheter 185 poignées de porte, déterminer quelle combinaison d'achats représenterait le meilleur achat.

SUIVI DE L'ÉVALUATION

La preuve d'apprentissage que procurent la participation et le travail des élèves devrait servir à guider l'enseignement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l'enseignement à l'échelle de la classe et auprès de chaque élève?
- De quelle façon peut-on fournir une rétroaction opportune aux élèves?

Planification de l'enseignement

La planification d'un cheminement pédagogique cohérent constitue une partie essentielle d'un programme de mathématiques efficace.

Questions pour guider la réflexion

- Est-ce que la leçon s'inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et possibilités d'apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l'obtention des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?
- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d'apprentissage des élèves?

TÂCHES D'APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Un enseignement efficace doit faire appel à diverses stratégies.

Question pour guider la réflexion

- Comment peut-on utiliser la portée et l'ordre des résultats d'apprentissage pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d'entamer l'enseignement de notions nouvelles?

Envisager les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons quotidiennes.

- Faire appel aux notions antérieures des proportions et du pourcentage vues au cours des années précédentes. Déterminer si les élèves savent tirer profit de la multiplication pour résoudre des problèmes.

- Il faudrait mettre l'accent sur l'estimation avant que l'élève calcule la réponse afin de l'aider à prédire si la réponse est raisonnable ou pas.

- Encourager la résolution mentale des problèmes dans la mesure du possible.

- Développer le raisonnement proportionnel en assurant une progression des questions. Commencer par des nombres simples (exemples de nombres naturels qui sont faciles à doubler, à tripler, etc.) pour assurer la compréhension avant de passer à d'autres nombres comme des fractions ou des décimales.

- « Combien sera un article donné → deux articles → quatre articles » dans des exemples provenant de la vie réelle.

- Utiliser des circulaires, des catalogues et des sites Web pour fournir des exemples de la vie réelle. Apporter des produits – comme du yogourt, des céréales, des barres céréalières et des vitamines – pour que les élèves puissent effectuer des comparaisons visuelles.

- Vérifier les taux de change des devises avec la classe, puis parler des fluctuations qui surviennent chaque jour ou à plus long terme.

- Demander aux élèves dans le cadre d'une discussion en classe d'expliquer comment les fluctuations des taux de change de différents pays peuvent affecter les importations et les exportations.

- Décrire diverses techniques de promotion des ventes qu'utilisent les magasins pour mieux vendre des articles. Les magasins vendent souvent différentes quantités du même produit à des prix différents (par exemple : boissons gazeuses vendues à raison de 4 pour 5 $ au lieu d'une pour 1,49 $). Les ventes publicitaires, comme « Acheter un article et en obtenir un gratuitement ou à prix réduit », encouragent elles aussi les consommateurs à magasiner dans un magasin particulier. Les élèves doivent toutefois comprendre que pour comparer efficacement les prix de deux ou plusieurs articles, ils doivent utiliser les mêmes unités. Par exemple, la charcuterie vendue 2 $ les 100 g pourrait sembler moins dispendieuse que celle à 20 $ le kilogramme. Les élèves devraient se rendre compte, en utilisant le facteur de conversion de 1 000 g = 1 kg, que la charcuterie à 2 $ les 100 g équivaut à 20 $ le kilogramme. Même si les élèves ont exploré les relations entre les unités de mesure métriques, il pourrait s'avérer nécessaire de revoir les conversions ci-dessous :

  1 000 g = 1 kg   100 cm = 1 m   1 000 mL = 1 L

- Après avoir comparé les prix unitaires, traiter des autres facteurs qui pourraient influer sur le choix de la « meilleure aubaine ». Il faudrait rappeler aux élèves qu'il n'est pas toujours souhaitable d'en obtenir plus. Engager les élèves dans une discussion à ce sujet. Il ne sert à rien d'acheter de grandes quantités d'articles à un prix plus bas si le consommateur finit par perdre une partie du produit parce qu'il ne le consomme pas complètement ou qu'il devient périmé. D'autres facteurs, comme la distance du trajet jusqu'au magasin et la qualité d'un produit par rapport à un autre doivent aussi être considérés. Les élèves doivent comprendre que la décision d'achat d'un article ne doit pas seulement être basée sur le prix. Présenter aux élèves un choix comme celui ci-dessous :
  - On vend de la moutarde 2,49 $ l'ensemble de deux bocaux et 12,99 $ l'ensemble de 12 bocaux. Quel ensemble de bocaux représente le prix unitaire le plus bas? Combien économiseriez-vous en achetant un ensemble de 12 bocaux au lieu de six ensembles de deux bocaux? Lorsque vous décidez quel format représente le meilleur achat pour vous, que devriez-vous considérer en plus du prix unitaire?

- Demander aux élèves d'amasser des circulaires comparant divers produits. Leur demander de créer leur propre problème de comparaison des prix unitaire et de trouver le meilleur achat. Après avoir effectué la comparaison, les élèves devraient déterminer les autres facteurs qui pourraient influer sur leur décision d'acheter l'article en question.

- Les élèves pourraient travailler dans des centres renfermant chacun des articles similaires de formats différents et dont les prix sont précisés, comme de la soupe, des boites de jus, de la nourriture pour chiens et du shampoing. Ils pourraient dresser dans leurs journaux une liste des articles qu'ils achèteraient en précisant pourquoi il s'agit de la meilleure aubaine ou du meilleur achat.

- Réunir des contenants vides de détergent à vaisselle de différents formats. Demander aux élèves de discuter des facteurs qui contribuent au choix du format à acheter. Il faudrait les encourager à tenir compte des préoccupations environnementales, comme l'emballage, l'utilisation de l'eau et la concentration de substances chimiques.

- Les élèves pourraient comparer un détergent à lessive liquide de format géant et de format normal. Leur demander ce que représente une utilisation dans le cas de chaque format. Pour visualiser la quantité supplémentaire que renferme le format géant, les élèves pourraient mesurer chaque portion (ils pourraient utiliser des contenants vides remplis d'eau). Ils devraient ensuite déterminer le cout par utilisation.

- Demander à de petits groupes d'élèves de vérifier le cout du bois d'œuvre dans des quincailleries locales pour déterminer :
  a) quel magasin offre le meilleur prix pour un morceau de 2 po × 4 po × 8 pi
  b) le meilleur prix au pied d'un morceau de
     i) 2 po × 4 po × 8 pi   ii) 2 po × 4 po × 10 pi   iii) 2 po × 4 po × 12 pi

- Les élèves exploreront les devises de divers pays du monde. Ils devraient reconnaitre l'importance de comprendre les taux de change, en particulier lorsqu'on voyage ou qu'on achète et qu'on vend des produits dans différents pays. Décrire aux élèves certains des différents systèmes de devises utilisés dans divers pays. Quelques exemples sont fournis ci-dessous.

Devise par pays

Canada	dollar	$ CAN
États-Unis	dollar	$ US
Allemagne	Euro	€
Angleterre	livre	£
Japon	yen	¥
Danemark	couronne	kr
Thaïlande	baht	฿
Corée du Sud	won	₩
Pologne	zloty	zł

- Engager les élèves dans une discussion au sujet des entreprises qui importent ou exportent des articles et sur l'effet que les fluctuations du dollar canadien peuvent avoir sur ces entreprises.

- Les problèmes relatifs au change des devises procurent des possibilités de discussion. Les prix canadiens et américains sont par exemple souvent cités dans les revues et les livres. Discuter des avantages et des désavantages pour les clients de choisir quel prix ils paieront.

- Les voyageurs qui se rendent dans des pays utilisant une devise différente de celle de leur pays d'origine peuvent changer leur monnaie pour effectuer des achats pendant qu'ils voyagent. Le taux de change pourrait déterminer la quantité d'articles que les voyageurs canadiens achèteront dans un pays étranger. Avant d'acheter des articles dans un pays étranger, les élèves doivent savoir ce que l'article coute effectivement dans leur propre monnaie pour s'assurer qu'ils ne paient pas plus que ce qu'ils paieraient chez eux. L'estimation peut aider les élèves à comparer les prix étrangers aux prix canadiens. Considérer l'exemple qui suit :
  - Lorsque Kalie était en vacances en France, elle a pensé acheter une gravure de la tour Eiffel coutant 190 euros. Quel était le cout de la gravure en dollars canadiens si le taux de change était de 1,644814?

Valeur exacte	**Valeur estimative**
1 euro = 1,644814 $CAN	1 euro = 1,6 $CAN
190 euros = 312,51 $CAN	200 euros = 320 $CAN

- Une activité stimulante pour les élèves consiste à monter un magasin international vendant des articles alimentaires de différents pays (par exemple : boite de conserve d'olives de la Grèce, laitue des États-Unis, bananes du Chili). Les articles devraient comporter une étiquette faisant état de leur cout dans la devise du pays d'origine. Chaque groupe d'élèves effectuera un choix parmi diverses recettes et sélectionnera les ingrédients nécessaires. Les élèves calculeront le cout en dollars canadiens du plat terminé. On pourrait étendre l'exercice en demandant aux élèves de déterminer le cout par portion.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'OBJETS À MANIPULER

- pièces de monnaie de divers pays
- articles de consommation
- journaux
- circulaires de ventes-réclames
- contenants de diverses grandeurs

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Les élèves doivent utiliser avec aise les termes qui suivent.

- taux de change acheteur
- devise
- taux de change
- pourcentage de diminution
- pourcentage d'augmentation
- cours acheteur
- taux de change vendeur
- prix unitaire

Ressources/notes

Internet

- La différence entre un rapport et un taux
  http://www.youtube.com/watch?v=WNK7sDlAJIs
- La proportionnalité
  http://www.youtube.com/watch?v=WNK7sDlAJIs
- Les figures semblables
  http://www.youtube.com/watch?v=02i5lAnPHzw
- Résolution d'un problème avec le raisonnement proportionnel
  https://fr.khanacademy.org/video?lang=fr&format=lite&v=zqhFXRJ80Fo
- Résolution d'un problème avec le raisonnement proportionnel
  https://fr.khanacademy.org/video?lang=fr&format=lite&v=NB11S4V_ziU
- Problème faisant appel au prix unitaire
  https://fr.khanacademy.org/video?lang=fr&format=lite&v=r7If5mO85_s
- Banque du Canada (Banque du Canada, 2013)
  www.bank-banque-canada.ca/en/rates/converter.html
  Pour accéder aux taux de change canadiens actuels, consulter le *convertisseur de devises au taux du jour* sur le site Web de la Banque du Canada.
- Association des banquiers canadiens, « Les banques et la littératie financière » (Association des banquiers canadiens, 2013)
  http://www.cba.ca/fr/component/content/category/79-banks-and-financial-literacy
  Renseignements relatifs à la littératie financière (banques).
- Agence de la consommation en matière financière au Canada. *La zone : une ressource éducative en matière financière* (gouvernement du Canada, 2013).
  http://www.fcac-acfc.gc.ca/fra/Pages/home-accueil.aspx
- Connaissances financières pratiques Canada, *La littératie financière pour tous, « Pour les enseignants »*. Plans de cours – Choix et décisions (Visa, 2013)
  http://practicalmoneyskills.ca/fr/foreducators/index.php
- Banque Royale du Canada (Banque Royale du Canada, 2013)
  http://www.rbcbanqueroyale.com/personal.html
  Fait état des taux de change acheteurs et vendeurs.
- Banque Royale du Canada, « Convertisseur de devises »
  http://www.rbcbanqueroyale.com/cgi-bin/voyages/convertisseur-de-devises.pl
- XE, Encyclopédie des devises (XE, 2013)
  http://www.xe.com/fr/currency/
  Fournit les cours et de l'information concernant chaque devise.

Ressources imprimées

- *Mathématiques 10, Supplément de mathématiques financières, Nouvelle-Écosse* (Les Éditions des Plaines, 2013)
  - Ressource de l'élève (version papier et version numérique sur DVD) : Chapitre 1, Sections 1.1, 1.2, 1.3, 1.4 et 1.5, p. 8-49
  - Ressource de l'enseignant (version numérique sur DVD) : Chapitre 1, p. 19-79
    - Feuille reproductible 1a : Auberge de pleine nature et écotourisme, p. 75
    - Feuille reproductible 1.2a : Liste de contrôle pour le projet, p. 76
    - Feuille reproductible 1.3a : Plan du menu, p. 77

- Feuille reproductible 1.4a : Vérification des prix des aliments, p. 78
- Feuille reproductible 1.5a : Projet de l'élève : Autoévaluation, p. 79

Notes

RAS MF02 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris la rémunération, y compris le salaire horaire, le salaire fixe, le travail à forfait, les commissions et le travail à la pièce, pour calculer le revenu brut et le revenu net. [C, L, R, T]
[C] Communication **[RP]** Résolution de problèmes **[L]** Liens **[CE]** Calcul mental et estimation **[T]** Technologie **[V]** Visualisation **[R]** Raisonnement

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

MF02.01 Décrire, à l'aide d'exemples, différents types de rémunération.
MF02.02 Identifier et établir une liste d'emplois associés à différentes méthodes de rémunération (exemple : le salaire horaire, le salaire et les pourboires, le salaire fixe, la commission, le travail à forfait, le boni, la prime de quart).
MF02.03 Déterminer, sous la forme d'un nombre décimal, le nombre total d'heures travaillées à partir d'une feuille de temps en heures et en minutes, y compris le temps majoré de moitié et/ou le temps double.
MF02.04 Déterminer la paie brute à partir du nombre donné ou calculé d'heures travaillées selon
- le salaire horaire de base, avec et sans pourboires
- le salaire horaire de base plus le temps supplémentaire (temps majoré de moitié, temps double)

MF02.05 Déterminer la paie brute calculée d'après
- un salaire de base plus commission
- un taux de commission simple

MF02.06 Expliquer pourquoi la paie brute n'est pas la même que la paie nette.
MF02.07 Déterminer les cotisations du Régime de pensions du Canada (RPC) et d'assurance-emploi (AE) ainsi que les retenues d'Impôt sur le revenu pour un salaire brut donné.
MF02.08 Déterminer la paie nette compte tenu de certaines retenues telles que le régime de soins médicaux, l'achat d'un uniforme, les cotisations syndicales, les dons de bienfaisance, l'impôt sur le salaire.
MF02.09 Explorer, à l'aide de la technologie, des questions du genre « Qu'arrive-t-il si … » relativement aux changements du revenu (exemple : Qu'arrive-t-il si le taux de rémunération change?)

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 9	Mathématiques 10	Mathématiques 12
N03 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris les nombres rationnels en comparant et en ordonnant des nombres rationnels ainsi qu'en résolvant des problèmes comportant des opérations arithmétiques sur des nombres rationnels.	**MF02** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils ont compris la rémunération, y compris le salaire horaire, le salaire fixe, le travail à forfait, les commissions et le travail à la pièce pour calculer le revenu brut et le revenu net.	**MF01** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes faisant appel à l'intérêt composé dans le cadre de prises de décisions financières.

Mathématiques 9 (suite)	Mathématiques 10 (suite)	Mathématiques 12 (suite)
N04 On s'attend à ce que les élèves sachent expliquer et appliquer la priorité des opérations y compris des composants, avec et sans l'aide de la technologie.		**MF02** On s'attend à ce que les élèves sachent analyser les couts et les avantages de la location sans bail ou à bail et de l'achat. **MF03** On s'attend à ce que les élèves sachent analyser un portefeuille de placements pour déterminer le taux d'intérêt, le taux de rendement et le rendement total.

Contexte

De plus en plus d'élèves occupent des emplois à temps partiel. En plus de les munir d'un revenu, le travail enrichit leur curriculum vitae, leurs demandes d'admission au collège ou à l'université et leurs futures demandes d'emploi. Le présent module fait part aux élèves des divers modes de rémunération, des retenues et des calculs de la paie brute et de la paie nette. Le module leur présentera également des solutions erronées de paie brute et nette qui les obligeront à repérer et à corriger les erreurs.

Les élèves acquerront une compréhension du revenu, de la façon dont on peut toucher un revenu et des avantages et désavantages que pourraient comporter les divers modes de rémunération.

Le revenu est l'argent reçu au cours d'une période de temps déterminée, habituellement en retour de l'exécution de travail. Il peut être versé sous la forme d'un salaire horaire prévoyant la paie d'un travailleur à un taux fixe à l'heure, d'une rémunération à la pièce prévoyant la paie d'un travailleur à un « taux à la pièce » déterminé pour chaque unité produite ou tâche exécutée (comme planter des arbres, réaliser une traduction) ou d'un salaire qu'un employeur verse régulièrement à un employé et qui peut être précisé dans un contrat de travail.

Le travail à la commission prévoit qu'un employé fournira un service ou effectuera une vente pour une entreprise et qu'il recevra un pourcentage des fonds que l'employeur reçoit pour chaque service assuré ou vente réalisée. Les travailleurs peuvent être entièrement payés à la commission ou ils peuvent toucher un salaire de base et recevoir une commission qui s'ajoute à leur salaire. Un employé peut également toucher une paie supplémentaire s'il travaille des heures supplémentaires ou des jours de congé, ou il peut toucher un revenu supplémentaire sous la forme de pourboires, de bonis ou de primes de quart.

Dans le cadre du RAS MF01, les élèves utiliseront des formules pour calculer le revenu ainsi que la paie brute et la paie nette. Ils détermineront quelles retenues sont nécessaires et lesquelles sont facultatives selon les circonstances. Ils comprendront que la paie brute correspond à la somme que l'on touche avant les retenues. La paie nette correspond à ce qui nous reste effectivement après les impôts, les cotisations au régime d'assurance-maladie complémentaire, les cotisations au Régime de pensions du Canada (RPC) et à l'assurance-emploi (AE), ainsi que les autres retenues.

Renseignements supplémentaires

- On peut toucher un revenu de maintes façons.

- Diverses combinaisons de modes de rémunération, comme un salaire horaire et les pourboires, sont également répandues. Les élèves commenceront généralement à occuper des emplois prévoyant un salaire horaire, un salaire accompagné de pourboires ou un salaire fixe.

- Les employés doivent parfois travailler des heures supplémentaires en plus des heures normales. Les heures supplémentaires commencent généralement lorsqu'ils travaillent au-delà de 40 heures au cours d'une semaine de travail. Les employés doivent toucher un salaire pour heures supplémentaires pour les heures additionnelles travaillées. Le salaire des heures supplémentaires correspond habituellement à une fois et demie le taux de rémunération normal de l'employé. Les élèves pourraient avoir déjà avoir entendu parler de la notion de *taux majoré de moitié*. Par exemple, si la rémunération normale est de 12 $ l'heure, le taux des heures supplémentaires est de 18 $ l'heure (12 × 1,5) et s'applique à chaque heure travaillée en sus de 40 heures au cours d'une semaine. D'autres travailleurs, dans les professions comme les soins infirmiers, touchent une prime de quart. Le cas échéant, ils touchent un montant d'argent supplémentaire par heure parce qu'ils travaillent des heures en sus des heures normales.

- Le salaire brut est le montant total d'argent gagné avant le retrait des retenues. On distingue trois types de salaires bruts fixes :
  - la rémunération à l'heure (taux × heures travaillées)
  - le salaire fixe (montant déterminé)
  - les bonis (discrétionnaires)

Les élèves devraient

- pouvoir calculer le salaire brut hebdomadaire (52 périodes de paie), bihebdomadaire (26 périodes de paie) ou mensuel (12 périodes de paie) d'après le taux horaire de rémunération ou le revenu annuel (le calcul du salaire brut est simple lorsqu'on connait le nombre d'heures travaillées au cours de la période de paie et le taux horaire de rémunération. Le calcul du salaire brut des employés salariés pourrait nécessiter plus d'attention. Il faut diviser la paie annuelle totale par le nombre de périodes de paie pendant l'année.)

- constater la différence entre la rémunération brute horaire et la rémunération brute à salaire en explorant des situations comme celles qui suivent :

Rémunération brute horaire	**Rémunération brute à salaire**
Un employé travaille 20 heures par semaine au taux de 12 $ l'heure. S'il est payé chaque semaine, la paie brute de chacune des 52 périodes de paie est de 240 $.	Si le salaire annuel d'un employé est de 30 000 $ et qu'il est payé toutes les deux semaines, la paie brute de chacune des 26 périodes de paie est de 1 153,85 $.

La paie brute correspond au total de tous les gains, y compris la paie normale et la paie pour heures supplémentaires. La paie nette correspond à la paie brute moins les retenus. Les élèves pourraient déjà savoir qu'il s'agit là du montant d'argent qui leur reste. Les retenues gouvernementales obligatoires comprennent le RPC, l'assurance-emploi et l'impôt sur le revenu. La part de l'employé sera retranchée de son chèque de paie et la part de l'employeur représentera un cout pour l'entreprise. Les élèves calculeront ses revenus en fonction des pourcentages pertinents figurant sur le site Web de l'Agence du revenu du Canada.

***Nota* –** Les enseignants devraient consulter le site Web de l'ARC (http://www.cra-arc.gc.ca/menu-fra.html) chaque année pour connaitre les taux à jour des cotisations d'assurance-emploi et du Régime de pensions du Canada, ainsi que les tables d'impôt.

L'assurance-emploi fournit une aide financière à certaines personnes perdant leur emploi sans que ce ne soit de leur faute. Le nombre d'heures ou de semaines dont un employé doit être admissible pour toucher l'assurance-emploi est basé sur l'endroit où il habite et sur le taux de chômage dans sa région économique au moment où il soumet la demande de prestations. En Nouvelle-Écosse, la majorité des gens doivent accumuler entre 420 et 665 heures de travail assurables au cours des dernières 52 semaines pour avoir droit à l'assurance-emploi.

L'assurance-emploi est un fonds auquel contribuent les employés et les employeurs. Les employeurs y versent 1,4 fois le taux de l'employé. Plus les gains d'un travailleur sont élevés, plus les retenues et les prestations d'assurance-emploi seront élevées, si le travailleur en touche. Les contributions à l'assurance-emploi sur tous les gains admissibles se poursuivront tout au long de l'année jusqu'à l'atteinte des niveaux de contribution maximaux. Le délai dans lequel un travailleur atteint ce chiffre, si jamais il l'atteint, dépend de sa rémunération.

Le Régime de pensions du Canada protège les familles contre la perte de revenus en raison d'une retraite, d'une invalidité ou d'un décès. Employés et employeurs contribuent tous deux au Régime de pensions du Canada. L'employeur y verse une contribution équivalente aux contributions de l'employé. Des montants de cotisation maximaux par année sont prévus dans le cas du RPC (par exemple, 2 356,20 $ en 2013); une fois ces montants atteints au cours de l'année civile, les cotisations cessent. En 2013, le taux de cotisation des employeurs et des employés au RPC était de 4,95 % des gains bruts au-dessus de 3 500 $ (l'exemption de base) et le taux maximal des gains admissibles étaient de 51 100 $. La cotisation des travailleurs indépendants était 9,9 % de leurs gains bruts et la cotisation maximale était de 4 712,40 $.
RPC = (gains – 3 500 $) × 0,0495 (employeurs et employés)
RPC = (gains – 3 500 $) × 0,099 (travailleurs indépendants)

Les élèves devraient être exposés à des situations où
- le revenu est inférieur au niveau de cotisation minimal
- le revenu se situe entre les niveaux de cotisation minimal et maximal
- le revenu est supérieur au niveau de cotisation maximal

Par exemple,
- Kyle a touché 3 380 $ dans le cadre d'un emploi d'été, soit 220 $ de moins que le niveau de cotisation minimal. Il n'a en conséquence pas contribué au RPC en 2013. Si l'employeur de Kyle a retenu des cotisations au RPC sur son salaire, celles-ci devraient lui être remboursées lorsqu'il aura soumis sa déclaration de revenus.

- Quentin travaille pour une compagnie comme photographe. Son salaire annuel est de 45 000 $. Ce montant se chiffre entre le niveau de cotisation minimal de 3 500 $ et le niveau maximal de 2013 de 51 100 $. Sa contribution maximale en 2012 a été (45 000 $ – 3 500 $) × 0,0495 = 2054,25 $.

- Hana travaille comme hygiéniste dentaire. Son salaire annuel est de 68 700 $. Ce montant est supérieur aux gains admissibles maximaux de 50 100 $ en 2013. Elle versera ses cotisations de 130,79 $ toutes les deux semaines; lorsque ses retenues totales de l'année auront atteint le maximum, toutefois, elle constatera une augmentation de sa paie nette, car les retenues du RPC cesseront. Au début de la nouvelle année, ses cotisations au RPC recommenceront jusqu'à ce qu'elles atteignent à nouveau le niveau maximal.

L'impôt sur le revenu est un type de retenue utilisé pour le paiement de toutes sortes de mesures, depuis le maintien de l'ordre public au financement de nos services de santé. Les retenues effectivement applicables à différentes échelles de revenus, ainsi que les différents modes de paiement intéresseront la majorité des élèves. Les taux d'imposition fédéraux et provinciaux/territoriaux varient selon le revenu imposable de l'employé. Le revenu imposable correspond au revenu brut moins diverses déductions. Le Canada est par exemple reconnu pour son système de santé efficace. Les employés peuvent tout de même opter de se munir d'une assurance complémentaire de leur lieu de travail pour couvrir des dépenses imprévues comme les soins de la vue, les soins dentaires, les médicaments sur ordonnance et un décès accidentel. Une fois qu'on a calculé le total de toutes les retenues, on peut calculer le salaire net. Le calcul peut être illustré au moyen d'un exemple de talon de chèque de paie.

Les élèves étudieront ensuite la rémunération à la commission, la rémunération à la pièce et le travail à forfait. Ils devraient explorer diverses méthodes de calcul de la paie normale, y compris la rémunération à la commission seulement, le paiement d'un salaire plus une commission, et une rémunération accompagnée de pourboires. Il pourrait être utile de signaler que même s'il est illégal que quelqu'un travaille seulement pour les pourboires au Canada, les serveurs de nombreux endroits des États-Unis ne touchent pas de salaire minimum. Ils touchent seulement leurs pourboires à la place.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage consiste à évaluer ce que les élèves apprennent et comment ils l'apprennent. Elle doit se produire au quotidien dans le cadre de l'enseignement/apprentissage. **L'évaluation de l'apprentissage** consiste à recueillir des renseignements fiables qui permettent de porter un jugement sur le progrès des élèves. Elle doit se faire fréquemment. On utilise diverses approches et divers contextes pour évaluer l'ensemble des élèves, en tant que classe, en groupe et individuellement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d'évaluation avec mes stratégies d'enseignement?

ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

Les élèves pourraient exécuter des exercices comme ceux qui suivent pour que vous puissiez mieux évaluer leurs acquis antérieurs.

- Demander aux élèves d'ajouter des parenthèses lorsqu'il y a lieu pour rendre l'égalité vraie.
  $13,5 + 4 \div 0,75 + (8,1) = 1,9$

- Certaines personnes affirment que la réponse à la question règlementaire (3 × 50) + 20 ÷ 5 est 154 et d'autres affirment que la réponse est 34. Quelle réponse est correcte et pourquoi est-elle correcte?

TÂCHES D'ÉVALUATION AVEC L'ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPE/INDIVIDUELLES

Envisager les exemples de tâches et d'activités suivants (pouvant être adaptés) pour l'évaluation au service de l'apprentissage ou pour l'évaluation de l'apprentissage.

- Calculer et comparer des situations de rémunération mettant en scène un salaire minimum, un salaire fixe, un salaire de base plus des heures supplémentaires, un salaire de base plus des pourboires, un salaire à la pièce, un salaire à commission, un salaire de base plus des commissions, un salaire plus un quota et un salaire à commission progressive.

- Deux restaurants ont offert un emploi à Jamir. Mario's offre 8 $ l'heure et les pourboires se chiffrent en moyenne à 24 $ par jour. Teppan's paie 5,50 $ l'heure et les pourboires atteignent en moyenne 35 $ par jour. Si Jamir travaille 30 heures par semaine étalées sur quatre jours, combien toucherait-elle à chaque restaurant?

- Préciser et calculer diverses retenues à la source, notamment l'impôt sur le revenu, le RPC, l'assurance-emploi, l'assurance-maladie complémentaire, les cotisations syndicales et professionnelles et les primes d'assurance-vie.

- Estimer, calculer et comparer les salaires bruts et nets de divers travailleurs ou salariés dans votre milieu.

- Vous avez un emploi d'été de serveur dans un restaurant local. Le propriétaire vous offre trois choix pour votre rémunération :
  a) 14 $ l'heure (sans pourboires)
  b) 10 $ l'heure (plus les pourboires)
  c) un salaire fixe de 320 $ par semaine

  Quelle option choisiriez-vous et pourquoi? Quels aspects du travail devriez-vous considérer avant de choisir une option?

- Crystal travaille dans une usine de transformation du poisson pendant l'été. Elle touche 12 $ l'heure et elle obtient une prime de quart de 2 $ l'heure pour les heures travaillées entre minuit et 8 h du matin. Elle touche 1,5 fois la rémunération normale pour les heures supplémentaires travaillées en sus de 40 heures par semaine. Son horaire de travail hebdomadaire est détaillé ci-dessous.

lundi	midi – 6 h
mardi	8 h – 16 h 30
mercredi	6 h – 14 h
jeudi	minuit – 10 h
vendredi	22 h – 4 h
samedi	22 h – 4 h
dimanche	16 h – 23 h

  a) Calculer les heures normales de Crystal.

b) Calculer les heures de Crystal lui donnant droit à une prime.
c) Calculer les heures supplémentaires de Crystal.
d) Calculer la paie brute de Crystal.

- Concevoir votre propre horaire de travail et créer un problème auquel les autres élèves devront répondre.

- Choisir un emploi correspondant à vos compétences et à vos gouts. Vérifier le taux de rémunération en Nouvelle-Écosse sur le site Web jobbank.ca (http://jobbank.ca) et afficher l'information sur le mur des emplois que votre enseignant a préparé à cette fin.

- Olivier est payé 12,50 $ l'heure pour 40 heures par semaine. S'il travaille plus de 40 heures au cours de la semaine, il est payé à taux majoré de moitié. Si Olivier a travaillé 52 heures cette semaine, quels seront ses gains bruts?

- Xena est coiffeuse et travaille au taux horaire de base de 12 $. Elle travaille 35 heures par semaine et elle touche 160,50 $ en pourboires pendant la semaine. Calculer sa paie brute.

- Joshua est serveur au restaurant local et il est rémunéré à un taux horaire de 10 $ plus les pourboires. Joshua touche 6 % des pourboires reçus au cours d'un quart de travail. Pendant son quart de mardi, on a reçu 1 500 $ en pourboires au total. Calculer la paie brute de mardi de Joshua.

- Salim travaille 48 heures par semaine au taux de 16 $ l'heure. Après 40 heures, il est payé à taux majoré de moitié. Saleem a calculé son salaire au moyen de la méthode ci-dessous.

  1re étape : rémunération normale = 40 h × 16 $ = 640 $
  2e étape : heures supplémentaires = 48 – 40 = 8 h
  3e étape : rémunération des heures supplémentaires = 8 h × 16 $ = 128 $
  4e étape : rémunération brute = rémunération normale + rémunération des heures supplémentaires
  5e étape : rémunération brute = 640 $ + 128 $ = 768 $

  Est-ce que la paie brute de Salim est exact? Dans la négative, préciser l'étape au cours de laquelle l'erreur est survenue et déterminer son salaire brut exact.

- Le salaire brut de Paxton est de 2 800 $ par quinzaine et il doit payer les retenues ci-dessous.

  Assurance-emploi : 1,73 %
  RPC : 4,95 %
  Impôt sur le revenu : 25 %

  a) Calculer chaque retenue.
  b) Déterminer le salaire net de Jeff.

- Lesley touche 11,50 $ l'heure. Elle travaille 35 heures par semaine. Ses retenues hebdomadaires s'établissent comme suit :

  Assurance-emploi : 9,06 $
  RPC : 14,41 $
  Impôt sur le revenu : 49,10 $

Régime de retraite de l'entreprise : 10,77 $
Régime d'assurance-maladie complémentaire : 4,85 $

Déterminer
a) sa paie brute
b) ses retenues totales
c) sa paie nette

- Décrire dans vos propres termes comment un revenu brut supérieur influe sur les retenues.

- Kadeem veut déménager dans un appartement et il se demande comment il peut se permettre de payer le loyer. Lui offrir des conseils précisant s'il doit tenir compte de son revenu brut ou de son revenu net. Expliquer.

- Supposer que vous êtes propriétaire d'une entreprise et que vous utilisez la calculatrice en ligne des retenues à la source (utiliser le calculateur de www.cra-arc.gc.ca/esrvc-srvce/tx/bsnss/pdoc-fra.html) pour déterminer les retenues du RPC, de l'assurance-emploi et de l'impôt sur le revenu d'un employé.

- Votre enseignant vous attribue (à vous et à votre partenaire) un emploi donné :
  a) Calculer le salaire annuel brut.
  b) Déterminer dans quelle tranche d'imposition s'insère l'emploi et calculer la retenue de l'impôt sur le revenu fédéral.
  c) Répéter B en ce qui a trait à l'impôt de la Nouvelle-Écosse.
  d) Calculer les retenues de l'assurance-emploi et du RPC.
  e) Remplir un formulaire T4 vierge.
  f) Tirer cinq cartes d'un paquet de cartes comportant d'autres considérations, comme les services de garderie, les dons de charité, le loyer, un REER, les droits de scolarité, les pourboires, les remboursements de prêts étudiants, les frais de déménagement, le transport et les personnes à charge. Préparer l'impôt sur le revenu en tenant compte des cinq considérations que vous avez tirées.

- Le salaire brut de Nabila est de 2 400 $ par quinzaine. Elle doit payer les retenues qui suivent :

  Assurance-emploi : 1,73 %
  RPC : 4,95 %
  Impôt sur le revenu : 25 %

  Nabila a procédé comme suit pour calculer son revenu net.

  *1re étape : a*ssurance-emploi = 2 400 $ × 0,0173 = 41,52 $
  2e étape : RPC = 2 400 $ × 0,0495 = 118,80 $
  3e étape : impôt = 2 400 $ × 0,25 = 600 $
  4e étape : retenues totales = 760,32 $
  5e étape : revenu net = 2 400,00 $ – 760,32 $ = 1 639,68 $

  La paie nette de Nabila est-elle exacte? Dans la négative, préciser l'étape au cours de laquelle l'erreur est survenue et calculer la paie nette exacte de Nabila.

- Vérifier la section des petites annonces et des annonces d'entreprises d'un journal ou du guichet emplois du gouvernement et trouver un emploi rénuméré
  a) par salaire
  b) par rémunération à l'heure
  c) exclusivement au moyen de commissions
  d) par salaire plus commissions
  e) à la pièce

- Fournir des descriptions de travail à d'autres élèves de votre classe et discuter des emplois qui vous intéressent. Calculer d'après les chiffres cités sur vos annonces les salaires bruts annuels, mensuels et hebdomadaires rattachés à chaque emploi. Décrire les avantages et les désavantages de l'un des modes de rémunération que vous avez examinés.

- Adair vend des électroménagers chez Sears. Son salaire de base est de 300 $ par semaine et il touche 5 % de ses ventes. Au cours du mois d'août, il a vendu 120 000 $ d'électroménagers. Quelle est sa paie brute pour ce mois particulier?

- Lan pêche avec son grand-père pendant l'été. Il touche une commission de 6 % sur les prises débarquées. Quelle est sa paie brute si on a débarqué 7 500 $ de poisson?

- Le revenu brut mensuel de Monica est de 1 916,67 $.
  a) Calculer le montant qu'elle doit verser à l'assurance-emploi (AE) à l'aide de la formule fournie.
  b) Calculer le montant qu'elle doit payer au Régime de pensions du Canada (RPC) chaque mois au moyen de la formule fournie.

  Nota – Vérifier les taux de contribution à l'assurance-emploi et au RPC, car ils changent chaque année, et fournir aux élèves la formule qui convient.

P Brogan est vendeur dans un magasin de vélos. Il est payé 11,25 $ l'heure pour une semaine de 37,5 heures et il touche une commission de 6 % sur ses ventes de la semaine. Les ventes de Brogan se sont chiffrées à 2 319,75 $ au cours d'une semaine.
  a) Calculer la paie brute de Brogan pour la semaine.
  b) Quelle a été son taux de rémunération horaire moyenne au cours de cette semaine?
  c) Quelles devraient être les ventes de la semaine de Brogan pour qu'il touche au total 700 $ au cours d'une semaine.

P Remplir l'horaire ci-dessous par rapport à chaque employé :

Horaire de l'employé :				Horaire normal : 8 h					Taux des heures supplémentaires : 1,5			
Nom	Début	Pause-repas	Retour de la pause-repas	Fin	Heures totales	Heures travaillées	Heures normales	Heures supplé-men-taires	$/h	Rémuné-ration normale	Rémuné-ration d'heures supplé-men-taires	Total
Ryan	9 h	12 h	13 h	18 h	9,0	8,0	8,0	0	11,00 $	88,00 $	0,00 $	88,00 $
Sheila	8 h 30	11 h 30	12 h 30	18 h 30					11,00 $			
Katelyn	8 h 45	12 h 30	13 h 15	16 h 30					12,25 $			
Simon	22 h	0 h 30	1 h	9 h					11,50 $			

- P On a offert deux emplois à Claudette : un emploi offrant un salaire annuel de 37 500 $ et un second exigeant 40 heures de travail par semaine pendant 50 semaines de l’année à un taux de 18,25 $ l’heure.
  a) Calculer la paie hebdomadaire rattachée à chaque option.
  b) Quelle option procure à Claudette le revenu brut le plus élevé?

- P Carla touche 7,25 $ l’heure comme serveuse et elle travaille 40 heures par semaine. Elle partage 25 % de ses pourboires avec d’autres employés. Ses pourboires se sont chiffrés à 318 $ au cours d’une certaine semaine. Quelle a été la paie brute de Carla pour la semaine?

- P Aadesh est payé 8,50 $ l’heure et il travaille 37,5 heures par semaine. Ses heures supplémentaires lui sont payées à taux double.
  a) Calculer la paie brute d’Aadesh s’il a travaillé au total 4,5 heures supplémentaires.
  b) Déterminer les montants des retenues du RPC, de l’assurance-emploi et de l’impôt sur le revenu.
  c) Calculer sa paie nette si les autres retenues totalisent 14,73 $.

- Relever et corriger l’erreur commise dans la résolution du problème ci-après :
  Une agente immobilière touche 2,4 % sur la vente d’une maison. La dernière maison qu’elle a vendue lui a mérité une commission de 4 128 $. Quel était le prix de vente de la maison?
  C = commission *V* = prix de vente *P* = pourcentage
  C = *V* x *P*
  4 128 $ = *V* × 2,4 %
  V = 4 128 $ × 2,4 %
  V = 9 907,20 $
  Le prix de vente de la maison était de 9 907,20 $.

SUIVI DE L’ÉVALUATION

La preuve d’apprentissage que procurent la participation et le travail des élèves devrait servir à guider l’enseignement.

Questions pour guider la réflexion
- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l’évaluation?
- Quelle a été l’efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l’enseignement à l’échelle de la classe et auprès de chaque élève?
- De quelle façon peut-on fournir une rétroaction opportune aux élèves?

Planification de l’enseignement

La planification d’un cheminement pédagogique cohérent constitue une partie essentielle d’un programme de mathématiques efficace.

Questions pour guider la réflexion
- Est-ce que la leçon s’inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d’apprentissage dans l’enseignement?

- Quelles activités et possibilités d'apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l'obtention des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?
- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d'apprentissage des élèves?

TÂCHES D'APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Un enseignement efficace doit faire appel à diverses stratégies.

Question pour guider la réflexion

- Comment peut-on utiliser la portée et l'ordre des résultats d'apprentissage pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d'entamer l'enseignement de notions nouvelles?

Envisager les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons quotidiennes.

- Il faudrait fournir aux élèves un horaire de travail et leur demander de calculer les heures normales, les heures supplémentaires et les heures donnant droit à une prime de quart. Les élèves devraient être exposés à des situations dans lesquelles un employé travaille une fraction d'heure (par exemple : 15 minutes, 30 minutes ou 45 minutes). Le cas échéant, ils devront convertir les minutes en heures sous une forme décimale. Ils devront reconnaitre, par exemple, que 15 minutes correspondent à 0,25 heure. Lorsque les élèves examinent un exemple comme celui qui suit, ils doivent prendre soin d'éviter d'inclure les heures supplémentaires deux fois.
  - Alyson travaille dans une beignerie locale. Sa paie normale est de 10 $ l'heure et elle touche une prime de quart de 1 $ l'heure pour les heures travaillées entre minuit et 8 h du matin. Alyson touche 1,5 fois le taux normal de rémunération pour les heures supplémentaires travaillées en sus de 40 heures par semaine. L'horaire de travail d'Alyson est détaillé ci-dessous :

lundi	8 h – 4 h
mardi	8 h – 20 h
mercredi	minuit – 8 h
jeudi	minuit – 5 h 30
vendredi	6 h – 12 h 15
samedi	congé
dimanche	8 h – 16 h

Demander aux élèves de calculer
a) les heures normales d'Alyson
b) les heures d'Alyson donnait droit à une prime
c) les heures supplémentaires d'Alyson
d) la paie brute d'Alyson pour la semaine

Nota – Pour prolonger l'exercice, on pourrait demander aux élèves de calculer la paie brute (531,75 $). Il pourrait être avantageux d'encourager les élèves à calculer en premier lieu les heures supplémentaires. Autrement, ils pourraient avoir tendance à inclure les heures supplémentaires en plus des heures normales parce que les heures supplémentaires peuvent survenir durant la journée de travail normale.

- Il faut traiter de la terminologie relative au calcul du revenu avant que les élèves effectuent les calculs. Il pourrait s'avérer avantageux à ce stade d'évaluer au préalable ce que les élèves savent au sujet de la rémunération brute, des périodes de rémunération, des retenues et des types de retenues. On pourrait fournir aux élèves une carte d'admission faisant mention d'un emploi et trois options sur le mode de rémunération. Ils choisiront le meilleur mode et justifieront leur choix.

- Il faudrait utiliser des outils technologiques (par exemple : calculatrice à fonction financière, calculatrice de paie en ligne, programmes d'impôt, tableurs) pour comparer divers taux de revenus. Les élèves devraient examiner comment les changements du taux de rémunération, le nombre d'heures travaillées, les hausses du revenu ou les baisses des retenues influent sur le revenu net.

- L'analyse des erreurs par les élèves accroit leur sensibilisation aux erreurs courantes. En plus de fournir les solutions correctes, les élèves devraient pouvoir repérer les solutions incorrectes, notamment les raisons pour lesquelles des erreurs pourraient être survenues et la façon dont elles peuvent être corrigées. Les questions nécessitant une analyse des erreurs peuvent constituer des outils efficaces d'évaluation de la compréhension par les élèves des calculs de la paie brute et de la paie nette parce qu'elles exigent une compréhension approfondie au lieu de les limiter simplement à « faire le problème ». L'analyse des erreurs est une excellente façon de concentrer la discussion sur une question comme « Comment avez-vous obtenu cette réponse? » au lieu de limiter les élèves à « Ma réponse est-elle juste? » L'approche renforce l'idée que le processus de détermination de la solution est tout aussi important que la solution elle-même.

- Demander aux élèves si quelqu'un a déjà été surpris lorsqu'il a reçu son premier chèque de paie et qu'il a constaté combien d'argent avait été retranché. Les élèves doivent être au courant des retenues que leurs employeurs effectuent de leurs chèques et du montant dont sera réduit leur salaire brut. Les retenues typiques comprennent par exemple l'assurance-emploi (AE), le Régime de pensions du Canada (RPC), le régime de retraite, les cotisations syndicales, les avantages sociaux et l'impôt sur le revenu.

- En 2013, le taux fédéral des cotisations d'assurance-emploi se chiffrait à 1,88 % des gains bruts et la cotisation salariale annuelle maximale était de 891,12 $. Fournir au moyen d'un talon de chèque de paie un exemple de retenue de l'assurance-emploi et montrer un autre talon de chèque où les cotisations de l'année ont été payées.

- Les élèves devraient examiner les tables des retenues d'impôt fédéral et provincial et préciser pourquoi les montants provinciaux et fédéraux sont différents.

- Les élèves devraient également discuter des retenues facultatives, comme les régimes de retraite et d'assurance-maladie complémentaire d'entreprise et les cotisations syndicales.

- Les élèves devraient lancer des idées, effectuer des recherches et discuter des avantages et des désavantages possibles de divers modes de rémunération. Des suggestions suivent. La liste n'est toutefois pas exhaustive.

Méthode	**Avantage**	**Désavantage**
Rémunération horaire	Revenu garanti pour les heures travaillées.	Réduction des heures pendant les périodes de ralentissement.
Pourboires	Revenu supplémentaire s'ajoutant au salaire normal.	L'emploi pourrait ne pas bien payer.

Rémunération à la pièce	Le travailleur fait plus d'argent s'il travaille plus rapidement.	Le travailleur pourrait ignorer les normes de sécurité pour travailler plus rapidement.
Salaire	Le travailleur continue à toucher un revenu pendant les périodes de ralentissement des ventes.	Le travailleur peut travailler des heures supplémentaires sans toucher de revenu supplémentaire.
Commission	Revenu accru pendant les périodes où les ventes sont bonnes.	Réduction du revenu pendant les périodes de ralentissement des ventes.
Travail contractuel	Revenu contractuel garanti.	Réduction du revenu annuel si le travail nécessite plus de temps que prévu ou si les dépenses sont supérieures aux prévisions.

À la fin de la présente section

- demander aux élèves de dresser une liste d'emplois qui les intéressent, puis leur demander de travailler en équipes pour classer les emplois selon le mode de rémunération (salaire, rémunération horaire, commission)
- discuter en classe d'autres modes de rémunération ainsi que des avantages et des désavantages de chaque mode
- fournir aux élèves un scénario et leur demander de remplir un talon de chèque de paie en fournissant tous les renseignements importants (assurance-emploi, RPC, paie brute, paie nette, etc.)

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'OBJETS À MANIPULER

- calculatrice

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Les élèves doivent utiliser avec aise les termes qui suivent.

- contrat
- RPC
- retenues
- assurance-emploi
- paie brute
- rémunération horaire
- revenu
- paie nette
- rémunération à la pièce
- salaire
- rémunération

Ressources/notes

Internet

- Agence du revenu du Canada (gouvernement du Canada, 2013)
  www.cra-arc.gc.ca/cntct/menu-fra.html
- Agence du revenu du Canada, « Calculateur en direct de retenues sur la paie » (gouvernement du Canada, 2013)
  www.cra-arc.gc.ca/esrvc-srvce/tx/bsnss/pdoc-fra.html

Le calculateur calcule les retenues fédérales et provinciales sur la paie applicables aux provinces et aux territoires.

- Site Web Jobbank.ca
  http://jobbank.ca
- PayScale, « Get the Right Salary Data for You. » (Obtenir les données salariales propres à votre situation) (PayScale Inc., 2013)
  www.payscale.com
  Les élèves peuvent consulter ce site pour déterminer la rémunération horaire et le revenu annuel brut de divers emplois dans diverses villes canadiennes.
- XE, Encyclopédie des devises (XE, 2013)
  http://xe.com/currency
  Fournit les taux et des renseignements concernant chaque devise.

Ressources imprimées

- *Mathématiques 10, Supplément de mathématiques financières, Nouvelle-Écosse* (Les Éditions des Plaines, 2013)
  - Ressource de l'élève (version papier et version numérique sur DVD) : Chapitre 2, Sections 2.1, 2.2, 2.3 et 2.4, p. 50-89
  - Ressource de l'enseignant (version numérique sur DVD) : Chapitre 2, p. 80-138
    - Feuille reproductible 2.1a : Liste de contrôle pour le projet, p. 136
    - Feuille reproductible 2.2a : Autre projet de chapitre, p. 137
    - Feuille reproductible 2.3a : projet de l'élève : Autoévaluation

Notes

RAS MF03 On s'attend à ce que les élèves sachent analyser des budgets personnels. [C, RP, R, T]			
[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CE]** Calcul mental et estimation

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

MF03.01 Déterminer les revenus et les dépenses qui devraient faire partie d'un budget personnel.
MF03.02 Expliquer des éléments dont il faut tenir compte lors de l'élaboration d'un budget personnel (exemple : les priorités, les dépenses régulières et les imprévus).
MF03.03 Établir un budget personnel à partir de revenus et de dépenses donnés.
MF03.04 Recueillir les données relatives aux revenus et aux dépenses et établir un budget.
MF03.05 Modifier un budget en vue d'atteindre un ensemble d'objectifs personnels.
MF03.06 Explorer et analyser, avec ou sans l'aide de la technologie, des hypothèses du genre « Qu'arrive-t-il si… » relatives à un budget personnel.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 9	**Mathématiques 10**	**Mathématiques 12**
—	**MF03** On s'attend à ce que les élèves sachent analyser des budgets personnels.	**MF01** On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes faisant appel à l'intérêt composé dans le cadre de prises de décisions financières. **MF02** On s'attend à ce que les élèves sachent analyser les couts et les avantages de la location sans bail ou à bail et de l'achat. **MF03** On s'attend à ce que les élèves sachent analyser un portefeuille de placements pour déterminer le taux d'intérêt, le taux de rendement et le rendement total.

Contexte

Les élèves ont dû, dans le cadre du RAS MF02, faire preuve de leur compréhension du revenu (par exemple : la paie nette et brute) et des retenues (par exemple : RPC, assurance-emploi, impôt sur le revenu, régime d'assurance-maladie complémentaire et cotisations syndicales), notamment la rémunération, le salaire, les contrats, les commissions et le travail à la pièce.

Les élèves utiliseront maintenant les données sur le revenu, les retenues et les dépenses pour préparer des budgets. Les budgets sont utiles pour

- le calcul de la quantité d'argent touché et dépensé
- la prévention de l'accumulation de dettes importantes
- la planification en vue des urgences ou des futurs achats

Les élèves devront créer un budget à partir de données qui leur sont fournies ainsi que de données qu'ils recueilleront eux-mêmes. Au début du module, on devrait demander aux élèves de consigner leurs dépenses et revenus personnels d'une semaine en préparation à la création de leur propre budget ultérieurement dans le module. Une fois le budget préparé, les élèves devraient le modifier en vue de réaliser des buts personnels immédiats (comme l'achat d'une voiture et l'exécution des paiements de la voiture et des assurances) ainsi qu'analyser les changements à y apporter pour réaliser des buts futurs.

Pour créer un budget personnel, les élèves doivent déterminer

- leur paie nette
- leurs revenus d'autres sources (par exemple : placements, crédits d'impôt et biens locatifs)
- leurs dépenses ordinaires (par exemple : loyer, paiements de voiture et factures de téléphone ou d'Internet)
- leurs dépenses variables (par exemple : chauffage, électricité, sorties au restaurant et réparations)

Il pourrait être utile pour les élèves d'établir d'abord des catégories générales de dépenses (par exemple : logement, transport, assurances, éducation, nourriture, animaux de compagnie, dépenses personnelles, divertissement, prêts, taxes, économies et placements, loisirs, divers), puis de rattacher des montants précis à chaque catégorie.

Lors de la préparation de leurs budgets personnels, les élèves doivent prioriser leurs dépenses pour veiller d'abord à répondre aux nécessités de la vie. Idéalement, il leur restera de l'argent pour des placements et les imprévus (par exemple : réparations automobiles, soins de santé, cadeaux, remplacement d'appareils électroménagers). Certaines dépenses, comme l'impôt foncier, sont facturées chaque année, mais peuvent être payées mensuellement. Les élèves doivent être au courant de ces dépenses supplémentaires lorsqu'ils préparent un budget mensuel. Ils doivent se rendre compte que dans le cas de certaines dépenses, le montant budgétisé et le montant effectivement utilisé pourraient ne pas correspondre. Il est recommandé que l'on fournisse aux élèves les données nécessaires à la préparation d'un budget mensuel, à partir des hypothèses formulées au sujet des niveaux de revenus et des dépenses. Les autres hypothèses qu'il faudrait préciser dans les exercices fournis préciseront si l'élève est propriétaire ou locataire de son logement, quelles sont ses options de transport, par exemple s'il possède ou loue une voiture, ou s'il utilise les transports en commun et des taxis. Les exercices donnés devraient correspondre à la diversité des styles de vie, des valeurs et des réalités économiques des élèves et de leurs familles.

Une fois les budgets personnels préparés, les élèves devraient faire part de certains buts personnels, du cout monétaire de chaque but et du délai de réalisation de chacun. Les élèves devraient ensuite déterminer comment ils modifieront leur budget pour atteindre ces buts. Ils pourraient par exemple choisir un objectif de formation (comme suivre un programme de métier au collègue local), envisager l'achat d'un nouveau véhicule et prévoir vivre par eux-mêmes. Ils détermineront ensuite quels changements s'avèrent nécessaires à leur budget pour financer leurs buts. Les changements en question pourraient consister en une combinaison de l'accroissement du revenu et de la réduction ou de l'élimination de dépenses. Il faudrait aider les élèves à se rendre compte que des évènements imprévus et indépendants de notre volonté peuvent parfois mettre en échec un but réaliste et réalisable. On peut examiner de telles situations en imaginant des scénarios du genre « Qu'arriverait-il si... » et en déterminant si les buts précédemment définis demeurent accessibles. Les tableurs constituent un excellent outil pour l'étude des solutions à de tels scénarios. Les élèves pourraient par exemple être confrontés à une perte de revenu, à des dépenses substantielles en matière de santé, à un endommagement de leur véhicule ou de leurs biens, ou à des frais familiaux imprévus.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage consiste à évaluer ce que les élèves apprennent et comment ils l'apprennent. Elle doit se produire au quotidien dans le cadre de l'enseignement/apprentissage. **L'évaluation de l'apprentissage** consiste à recueillir des renseignements fiables qui permettent de porter un jugement sur le progrès des élèves. Elle doit se faire fréquemment. On utilise diverses approches et divers contextes pour évaluer l'ensemble des élèves, en tant que classe, en groupe et individuellement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d'évaluation avec mes stratégies d'enseignement?

ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

Les élèves pourraient exécuter des exercices comme ceux qui suivent pour que vous puissiez mieux évaluer leurs acquis antérieurs.

- Déterminer la taxe sur un achat de 120 $. (Le taux de la taxe est de 15 %.)
- Estimer quelle est la somme de 43,52 $, 24,31 $ et 57,48 $. Expliquer votre stratégie.
- Déterminer mentalement 3 x 8,50 $ et expliquer votre stratégie.
- Déterminer mentalement 25 % de 440 $ et expliquer votre stratégie.

TÂCHES D'ÉVALUATION AVEC L'ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPE/INDIVIDUELLES

Envisager les exemples de tâches et d'activités suivants (pouvant être adaptés) pour l'évaluation au service de l'apprentissage ou pour l'évaluation de l'apprentissage.

- Dresser une liste de dépenses variables et de dépenses ordinaires qui devraient être inclus dans votre budget personnel. Supposer que vous touchez un revenu hebdomadaire de 250 $ et préparer un budget personnel qui vous permettra d'économiser au moins 25 $ par semaine.

- Explorer les options qui s'offrent lorsque vous terminez le secondaire (par exemple : des études postsecondaires ou un emploi). Dresser une liste des sources de revenus (par exemple : emploi à temps partiel, bourses d'études, économies, prêts) et des frais que vous pourriez devoir assumer (par exemple : scolarité, transport, loyer). Préparer ensuite un budget personnel à l'aide des données recueillies.

- Déterminer à partir du budget préparé et d'un but cité par votre enseignant si le but est réalisable/réaliste.

- Michelle fréquente le secondaire et elle vit chez elle. Elle a un travail à temps partiel. Le budget mensuel de Michelle est précisé dans le tableau ci-dessous.

Revenu net mensuel	**Budget**
Emploi	475 $
Dépenses mensuelles	Dépenses ordinaires
Économies	45 $
Accès à Internet	20 $
Téléphone mobile	25 $
Autobus (droit de transport)	40 $
Frais variables	
Vêtements	250 $
Divertissement	50 $
Articles personnels	55 $
Frais scolaires	35 $
Autres (cadeaux)	50 $

a) Calculer ses dépenses totales.
b) De combien ses dépenses prévues dépassent-elles son revenu?
c) Suggérer des façons dont elle peut modifier ses dépenses pour maintenir les dépenses qu'elle prévoit égales ou inférieures à son revenu.

P Il est recommandé que les familles se munissent de réserves équivalant au sextuple du revenu mensuel de la famille pour les évènements imprévus comme une perte d'emploi. Énumérer les avantages et les désavantages d'une telle suggestion. On pourrait élargir la question pour demander aux élèves à quel point la suggestion est réaliste dans le cas de certaines familles (familles monoparentales; familles où un seul parent travaille; salariés à faible revenu; assistés sociaux). Dans les situations où ce n'est pas faisable, quelles autres stratégies pourrait-on employer pour se préparer aux évènements imprévus?

P Utiliser un tableau similaire à celui qui suit comme guide pour énumérer toutes les dépenses que vous pourriez devoir assumer si vous habitiez seul ou avec un ou plusieurs colocataires (l'exercice pourrait servir d'activité de groupe).

Dépenses	**Montant ($)**
Frais d'installation Frais uniques, comme les frais de raccordement du téléphone, du câble, d'Internet, achat de meubles, vaisselle, appareils électroménagers.	
Loyer ou hypothèque	
Services publics Électricité, chauffage, eau, téléphone	
Nourriture Produits essentiels, comme la farine, les épices, les condiments, les fèves; articles d'épicerie courants. Les repas préparés chez soi sont plus économiques et sont habituellement plus sains que la nourriture de restaurant.	
Transport Transport en commun, vélo ou voiture. Si vous avez une voiture, vous devrez budgétiser les frais d'assurance, l'essence, l'entretien et le stationnement.	
Frais médicaux/dentaires Les paiements au régime d'assurance-maladie complémentaire ou les frais comme les lunettes, les lentilles de contact, les ordonnances et les frais dentaires non couverts par l'Assurance-maladie de la Nouvelle-Écosse ou un régime d'assurance-maladie complémentaire.	
Habillement Penser aux vêtements nécessaires pour le travail et aux vêtements saisonniers, comme les bottes et un manteau d'hiver.	
Divers Cette catégorie pourrait inclure la lessive, le divertissement, les articles de toilette et les fournitures de nettoyage. Penser également à l'achat de cadeaux pour les anniversaires et les fêtes.	
Autres Cette catégorie englobe tout qui n'est pas inclus dans les autres catégories, comme les remboursements de prêts, les vacances, les cotisations ou les droits de participation à des ateliers.	
TOTAL DE L'ENSEMBLE DES COÛTS ESTIMATIFS	

SUIVI DE L'ÉVALUATION

La preuve d'apprentissage que procurent la participation et le travail des élèves devrait servir à guider l'enseignement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l'enseignement à l'échelle de la classe et auprès de chaque élève?
- De quelle façon peut-on fournir une rétroaction opportune aux élèves?

Planification de l'enseignement

La planification d'un cheminement pédagogique cohérent constitue une partie essentielle d'un programme de mathématiques efficace.

Questions pour guider la réflexion

- Est-ce que la leçon s'inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et possibilités d'apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l'obtention des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?
- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d'apprentissage des élèves?

TÂCHES D'APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Un enseignement efficace doit faire appel à diverses stratégies.

Question pour guider la réflexion

- Comment peut-on utiliser la portée et l'ordre des résultats d'apprentissage pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d'entamer l'enseignement de notions nouvelles?

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons quotidiennes.

P Les tableurs, comme les chiffriers Excel, pourraient s'avérer efficaces dans les situations de calcul et de révision des budgets ainsi que pour le suivi des dépenses et du revenu.

P Fournir aux élèves un budget et un but actuellement inaccessible. Leur demander de décider quelles dépenses ils réduiront ou élimineront pour rendre le but accessible.

P Après que les élèves auront préparé un budget à partir des données fournies, on pourrait leur fournir des données sur le revenu et certaines dépenses de base, puis leur demander d'ajouter au moins trois dépenses personnelles. Les élèves pourraient créer un second budget à partir de ces données. Finalement, les élèves devront pouvoir se munir de leurs propres données sur leurs revenus et dépenses et créer un budget. Ils peuvent tirer ces données de sources comme les factures de téléphone et d'électricité, les relevés des cartes de crédit, les catalogues et les circulaires publicitaires. Les élèves peuvent créer leur budget en utilisant les données recueillies au début du module et les données obtenues d'autres sources.

Exemple de budget familial mensuel (deux revenus)

Revenu ($)	Dépenses prévues ($)	Dépenses réelles ($)	Différences ($)
Salaire net (1) : 2 300	Hypothèque : 700	700	0
Salaire net (2) : 1 500	Impôt foncier : 120	120	0
Revenu de loyer : 500	Épicerie : 600	650	-50
	Services de garderie : 800	800	0
	Sorties au restaurant : 250	200	-50
	Chauffage et électricité : 200	230	-30
	Téléphone : 30	70	-40
	Téléphone mobile : 50	30	20
	Télévision par câble/Internet : 120	120	0
	Paiement de voiture : 400	400	0
	Essence : 300	350	-50
	Assurances (véhicules) : 200	200	0
	Assurances (maison) : 50	50	0
	Vêtements : 150	120	30
	Soins personnels : 50	70	-20
	Placements : 120	120	0

Exemple de budget familial mensuel (un revenu)

Revenu ($)	Dépenses prévues ($)	Dépenses réelles ($)	Différences ($)
Salaire net : 1 650	Loyer : 600	600	0
	Impôt foncier : 0	S.O.	S.O.
	Épicerie : 300	325	-25
	Services de garderie : 400	400	0
	Sorties au restaurant : 20	25	-5
	Chauffage et électricité : 150	180	-30
	Téléphone : 35	70	-40
	Téléphone mobile : 0	S.O.	S.O.
	Télévision par câble/Internet : 0	S.O.	S.O.
	Paiement de voiture : 0	S.O.	S.O.
	Transport en commun : 75	75	0
	Essence : 0	S.O.	S.O.
	Assurances (véhicule) : 0	S.O.	S.O.
	Assurances (maison) : 0	S.O.	S.O.
	Vêtements : 40	50	-10
	Soins personnels : 30	10	-20
	Placements : 0	S.O.	S.O.

- Présenter aux élèves divers scénarios – personne qui vit par elle-même et qui travaille; parent seul d'un jeune nourrisson ou d'un enfant d'âge scolaire; personne qui fréquente l'école et qui travaille à temps partiel; personne qui travaille à temps plein; famille à deux revenus ayant deux enfants, entre autres scénarios possibles. Leur demander de préparer leurs propres budgets et d'inclure toutes leurs réponses ou de préparer un budget comme celui figurant dans le chapitre 9 (Les instruments d'une bonne gestion financière : budget et prévisions) de la ressource *Les jeunes et l'argent* (Fondation canadienne d'éducation économique, 2013) au http://lesjeunesetlargent-fcee.org/moneyandyouth.pdf

***Nota* –** La situation de certains de vos élèves pourrait correspondre à celle des scénarios susmentionnés. Il pourrait également s'agir d'une occasion pour les élèves d'interroger une personne qui se trouve dans l'une des diverses situations susmentionnées pour obtenir un tableau véritable des dépenses, en particulier des dépenses cachées.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'OBJETS À MANIPULER

-
-

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Les élèves doivent utiliser avec aise les termes qui suivent.

- dépenses ordinaires
- dépenses variables

Ressources/notes

Internet

Utiliser certaines des ressources sur la littératie financière en ligne gratuites comme

- Le Fonds pour l'éducation des investisseurs (Gérer mieux votre argent.ca)
  www.getsmarteraboutmoney.ca/fr/pages/default.aspx

- « Établissement d'un budget – Gérez vos dettes efficacement » (RBC Banque Royale, 2013)
  http://www.rbcbanqueroyale.com/prets-personnels/prets-personnels.html
  Outil fourni par la Banque Royale du Canada permettant d'explorer les répercussions financières des situations hypothétiques de perte d'emploi, de perte d'un colocataire, de maladie, etc.
- Comment utuliser Excel 2010, une série de 10 leçons
  http://www.excel-pratique.com/fr/cours.php
- Agence de la consommation en matière financière du Canada. *La zone : une ressource éducative en matière financière* (gouvernement du Canada, 2013)
  http://www.fcac-acfc.gc.ca/Pages/Welcome-Bienvenue.aspx

Ressources imprimées

- *Mathématiques 10, Supplément de mathématiques financières, Nouvelle-Écosse* (Les Éditions des Plaines, 2013)
  - Ressource de l'élève (version papier et version numérique sur DVD) : Chapitre 3, Sections 3.1, 3.2 et 3.3, p. 139-203
  - Ressource de l'enseignant (version numérique sur DVD) : Chapitre 3, p. 139
    - Feuille reproductible 3.1a : Budget minime et budget modeste, p.203

Notes

RAS MF04 On s'attend à ce que les élèves sachent effectuer et présenter une recherche sur un sujet d'intérêt financier faisant appel aux mathématiques financières. [C, L, CE, RP, R, T, V]

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utiliser la série d'indicateurs ci-dessous pour déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.

MF04.01 Recueillir des données primaires ou secondaires (sous forme statistique ou d'information) pertinentes.
MF04.02 Organiser et présenter un projet.
MF04.03 Créer et résoudre un problème contextualisé ayant des liens avec le projet.
MF04.04 Prendre des décisions éclairées et faire des plans par rapport au projet.
MF04.05 Comparer les avantages et les désavantages par rapport au projet.

Portée et ordre des résultats d'apprentissage

Mathématiques 9	Mathématiques 10	Mathématiques 11
SP03 On s'attend à ce que les élèves sachent développer un plan de collecte de données et le mettre en œuvre en ▪ formulant une question d'enquête ▪ choisissant une méthode de collecte de données appropriée qui tient compte des considérations sociales ▪ sélectionnant une population ou un échantillon ▪ recueillant des données ▪ représentant les données recueillies d'une manière appropriée ▪ tirant des conclusions pour répondre à la question	**MF04** On s'attend à ce que les élèves sachent effectuer et présenter une recherche sur un sujet d'intérêt financier faisant appel aux mathématiques financières.	**RM01** On s'attend à ce que les élèves sachent effectuer et présenter une recherche sur un évènement historique ou un domaine d'intérêt comportant les mathématiques.

Contexte

En Mathématiques 9, les élèves ont préparé un plan de projet, dégagé des conclusions, communiqué leurs constatations à un auditoire et créé une rubrique pour l'évaluation du projet.

Le présent projet et exercice d'exploration des mathématiques financières a pour but
- de préparer les élèves à apprendre de façon autonome
- de fournir aux élèves la possibilité d'explorer de façon plus approfondie
  - le contenu des mathématiques financières auquel ils ont été exposés mais au sujet duquel ils auraient aimé en apprendre davantage
  - de nouveaux aspects du contenu des mathématiques financières n'ayant pas encore été explorés
  - des sujets d'intérêt des mathématiques financières

Si l'enseignant a un nombre suffisant d'élèves inscrits, il est recommandé que les élèves choisissent un projet de recherche parmi les sujets qui suivent. S'il a une classe relativement nombreuse, il peut choisir des sujets supplémentaires d'après les domaines d'intérêt des élèves.

Sujets possibles
- Les cartes de crédit et les intérêts
- Les forfaits de téléphones mobiles
- L'achat d'une voiture par opposition à la location d'une voiture
- Les prêts étudiants (gouvernementaux par opposition aux prêts bancaires)
- Les frais bancaires
- L'utilisation d'une voiture
- Les options de transport
- Les assurances (assurance habitation, assurance locataire, assurance individuelle, assurance médicale)
- Options de viabilité commerciale pour petites entreprises
- Économiser de l'argent (CELI, REER, comptes d'épargne, marché boursier)

L'un des buts du projet est de fournir aux élèves la possibilité de faire part de leurs expériences d'apprentissage aux autres et de faire preuve de créativité dans la présentation de leur exposé.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage consiste à évaluer ce que les élèves apprennent et comment ils l'apprennent. Elle doit se produire au quotidien dans le cadre de l'enseignement/apprentissage. **L'évaluation de l'apprentissage** consiste à recueillir des renseignements fiables qui permettent de porter un jugement sur le progrès des élèves. Elle doit se faire fréquemment. On utilise diverses approches et divers contextes pour évaluer l'ensemble des élèves, en tant que classe, en groupe et individuellement.

Questions pour guider la réflexion
- Quelles sont les méthodes et les activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Comment faire correspondre mes stratégies d'évaluation avec mes stratégies d'enseignement?

ÉVALUATION DES ACQUIS ANTÉRIEURS

Les élèves pourraient exécuter des exercices comme ceux qui suivent pour que vous puissiez mieux évaluer leurs acquis antérieurs.

- Votre ami ne sait pas exactement ce que signifie le terme **biais**. Penser à un exemple qui vous aidera à expliquer le terme.
- Une amie vous affirme avoir entendu dire qu'il existe beaucoup d'emplois pour les pharmaciens. De quelle façon pourriez-vous vérifier si c'est vrai? Comment pourriez-vous déterminer qu'il s'agit d'un emploi que vous devriez considérer?

TÂCHES D'ÉVALUATION AVEC L'ENSEMBLE DE LA CLASSE/EN GROUPE/INDIVIDUELLES

Envisager les exemples de tâches et d'activités suivants (pouvant être adaptés) pour l'évaluation au service de l'apprentissage ou pour l'évaluation de l'apprentissage.

- Créer un outil de planification, comme l'organigramme ci-dessous, pour organiser le projet de recherche et mener à bien le plan préparé.

  1re étape : Préparer le plan du projet.
  - Rédiger un énoncé décrivant les questions auxquelles vous souhaitez répondre.
  - Décrire comment vous recueillerez les données.

  2e étape : Créer une grille d'évaluation pour évaluer votre projet.

  3e étape : Poursuivre la préparation du plan du projet.
  - Décrire comment vous présenterez les données.
  - Décrire comment vous analyserez les données.
  - Décrire comment vous communiquerez vos constatations.

  4e étape : Réaliser le projet suivant votre plan.
  - Présenter les données.
  - Analyser les données.
  - Dégager une conclusion ou effectuer une prédiction.
  - Évaluer les résultats de la recherche.

  5e étape : Faire part de vos constatations.

  6e étape : Effectuer une autoévaluation de votre projet.

- Montrer que vous avez tiré des leçons des exposés des autres en remplissant un questionnaire axé sur les points saillants d'un exposé.

- Utiliser les résumés des élèves ayant présenté leur projet de recherche pour formuler une question provenant de chaque exposé qui pourrait être posée dans un examen.

- Noter dans un journal des observations décrivant ce que vous avez appris de chacun des projets ayant été présentés en classe.

SUIVI DE L’ÉVALUATION

La preuve d’apprentissage que procurent la participation et le travail des élèves devrait servir à guider l’enseignement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations de l’évaluation?
- Quelle a été l’efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes de l’enseignement à l’échelle de la classe et auprès de chaque élève?
- De quelle façon peut-on fournir une rétroaction opportune aux élèves?

Planification de l’enseignement

La planification d’un cheminement pédagogique cohérent constitue une partie essentielle d’un programme de mathématiques efficace.

Questions pour guider la réflexion

- Est-ce que la leçon s’inscrit bien dans mon plan annuel ou mon plan pour le module?
- Comment peut-on intégrer les processus de ce résultat d’apprentissage dans l’enseignement?
- Quelles activités et possibilités d’apprentissage faudrait-il offrir pour favoriser l’obtention des résultats d’apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu’ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources pédagogiques faudrait-il utiliser?
- Que fera-t-on pour répondre aux divers besoins d’apprentissage des élèves?

TÂCHES D’APPRENTISSAGE SUGGÉRÉES

Un enseignement efficace doit faire appel à diverses stratégies.

Question pour guider la réflexion

- Comment peut-on utiliser la portée et l’ordre des résultats d’apprentissage pour déterminer les acquis antérieurs à mettre en action avant d’entamer l’enseignement de notions nouvelles?

Envisager les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons quotidiennes.

- Les enseignants pourraient souhaiter échelonner le projet sur plus d’une session, réservant certaines périodes de classe à l’entrée en matière du projet, tandis que d’autres périodes serviront de points de contrôle et seront chacune liée à une attente particulière. On pourrait en outre réserver des périodes de classe à la mise au propre, à la préparation et à la présentation.

- Il faudrait consacrer 10 à 15 heures de périodes de classe à ce projet de recherche. Les enseignants devraient prévoir du temps pour
  - permettre aux élèves de présenter les résultats de leur recherche aux autres élèves et à l’auditoire des élèves de réagir à chaque exposé (il faudrait prévoir une période de présentation et de réponse de 10 à 15 minutes en moyenne par élève. Si des élèves travaillent conjointement sur le projet, chacun devrait avoir la responsabilité de la collecte de certains renseignements et pourrait ainsi être tenu responsable de l’exposé oral traitant de cette tranche du projet.)

- une description initiale sur les divers sujets à explorer et l'attribution des sujets à des groupes
- la description des attentes et la mise au point, avec la contribution des élèves, des grilles d'évaluation des exposés des élèves ainsi que du mode d'évaluation des élèves durant le module
- un remue-méninges, l'établissement de liens entre divers sujets, l'élaboration de plans d'action et de calendriers, et des entretiens
- l'évaluation par les pairs

- Il est primordial de fournir aux élèves du temps de classe pour la réalisation des étapes nécessaires, comme le remue-méninges, la rédaction d'un aperçu, l'analyse des données, la prise de décisions et l'utilisation de la technologie. Le temps consacré au travail sera extrêmement productif si à la fin de chaque séance de travail en classe, des tâches à réaliser sont attribuées en vue de la rencontre suivante.

- Les élèves devraient proposer des idées de questions possibles, des suggestions ou des problèmes se rapportant à leur sujet.

- Encourager les élèves à créer et à soumettre un plan d'action ou un modèle d'organisation graphique décrivant leurs tâches et leurs calendriers.

- Poser périodiquement des questions aux élèves pour vous assurer que leur travail progresse et pour leur fournir un appui. Observer leurs attitudes, leurs contributions, le temps consacré à la tâche et le travail d'équipe. Voici des questions que vous pourriez poser
  - Où en êtes-vous dans votre processus de recherche?
  - Quels sont les différents rôles des membres de votre groupe?
  - De quelle façon recueilliez-vous les données ou utilisez-vous des données déjà recueillies?
  - Que ferez-vous ensuite?
  - L'information obtenue au moyen de vos recherches vous pose-t-elle des problèmes?
  - Éprouvez-vous des difficultés technologiques?
  - Quelles ressources utilisez-vous?
  - De quelle façon présenterez-vous vos résultats?
  - Quelles questions avez-vous?

- Interroger les élèves au sujet de l'exposé qu'ils présenteront sur le projet. Les encourager à choisir une formule qui convient à leur style personnel ou au style du groupe pour rendre l'exposé intéressant. Les élèves présenteront-ils un exposé multimédia, comme une vidéo ou un diaporama? Aura-t-il la forme d'un balado? Créeront-ils leur propre site Web ou blogue pour présenter leur projet? Certains élèves pourraient préférer présenter un exposé sans recourir à des outils technologiques et avoir recours, par exemple, à un tableau d'affichage, une brochure, un débat, une campagne publicitaire ou une démonstration.

  Les élèves doivent distribuer des résumés de l'exposé qu'ils présenteront à la classe. Les élèves devraient par conséquent résumer ce qu'ils ont appris afin que les autres élèves puissent lire le résumé, voir quelques exemples et posséder une bonne base sur le nouveau sujet.

  Il est important de recourir à certaines stratégies pour que les élèves attachent de la valeur à l'information que leur présentent leurs pairs. Une stratégie pourrait par exemple consister à demander aux élèves de préparer des questions et des réponses se rapportant à la matière présentée par leur groupe, de même qu'un nombre plus limité de questions visant la matière présentée par les autres groupes. Les questions pourraient être inscrites sur des fiches (les réponses au verso). (L'enseignant pourrait rattacher aux fiches une partie de la note attribuée au groupe pour le projet.) Une fois toutes les fiches créées par les divers groupes d'élèves, on peut passer une classe à jouer à un jeu à l'aide de ces fiches. Le jeu pourrait prendre diverses formes. Il pourrait par exemple être semblable à Jeopardy. On pourrait demander aux élèves de rattacher un certain nombre de points aux questions qu'ils ont créées selon le niveau de difficulté. Ainsi, par exemple, dans la catégorie « Achat ou location d'une voiture », il pourrait y avoir quatre questions de trois points, trois questions de cinq points, deux questions de dix points et une question de 15 points.

L'évaluation par les pairs devrait se faire pendant les exposés et chaque membre du groupe devrait évaluer le travail du groupe. Elle pourrait comporter l'inscription dans le journal d'une réflexion sur l'expérience de chaque élève au sein de son propre groupe ainsi que sur ses impressions lorsqu'il a vu et entendu les exposés des autres groupes.

Il faudrait utiliser une grille pour évaluer le projet et les élèves devraient être au courant des critères utilisés avant de commencer leur projet. Les encourager à participer à la mise au point de la grille et à définir les catégories pertinentes et les critères liés à des tâches déterminées. Une telle participation améliorera la motivation des élèves, leur intérêt et leur rendement dans le cadre du projet. Le contenu, l'organisation, les sources et la présentation constituent des éléments cruciaux examinés dans l'évaluation des projets. Les illustrations, les images et les éléments graphiques représentent eux aussi des aspects importants à inclure dans l'évaluation. Rappeler aux élèves qu'il existe différentes façons de réaliser un projet. Il pourrait en conséquence être nécessaire de modifier la rubrique pour l'adapter à la forme de l'exposé.

Demander aux élèves de discuter des catégories et des critères qui pourraient être inclus dans une rubrique. Des suggestions sont fournies ci-dessous.

	Excellent	**Bon**	**Compétent**	**Nécessite une amélioration**
Raisonnement	Justifie tous les énoncés mathématiques de manière efficace et exacte et dégage des conclusions valides.	Justifie la majorité des énoncés mathématiques avec exactitude et dégage des conclusions valides.	Justifie certains des énoncés mathématiques avec exactitude et dégage des conclusions valides.	Ne justifie pas les énoncés mathématiques avec exactitude et ne dégage pas de conclusions valides.
Liens	Explique de façon approfondie comment les concepts mathématiques sont interdépendants et s'appuient les uns sur les autres.	Expliquent comment les concepts mathématiques sont interdépendants et s'appuient les uns sur les autres.	Explique de façon superficielle de quelle façon les concepts mathématiques sont interdépendants et s'appuient les uns sur les autres.	N'explique pas l'interdépendance des concepts mathématiques.

Niveau supérieur	▪ Comporte un compte rendu complet fournissant des explications claires, cohérentes, non ambigües et soignées. ▪ Inclut des schémas, des tableaux, des graphiques, etc., clairs et simples. ▪ Communique efficacement avec un public défini. ▪ Fait preuve d'une compréhension du sujet, des processus et de la réflexion des mathématiques financières témoignant d'une considération attentive et approfondie. ▪ Définit tous les éléments importants du sujet. ▪ Inclut des exemples et des contre-exemples lorsqu'il y a lieu. ▪ Fournit de solides arguments à l'appui.
Deuxième niveau	▪ Comporte un excellent et solide compte rendu présentant certaines des caractéristiques ci-dessus. ▪ Fournit des explications moins soignées et moins complètes que souhaité. ▪ Ne vas pas au-delà des exigences du projet (ou du sujet).
Troisième niveau	▪ Comporte un compte rendu complet, mais les explications sont vagues par endroits. ▪ Fait part d'arguments, mais parfois de façon incomplète. ▪ Comprend des schémas, mais certains ne sont pas pertinents, sont vagues ou ne se trouvent pas au bon endroit. ▪ Fait preuve d'une certaine compréhension des concepts mathématiques, mais ne les exprime pas suffisamment clairement.
Quatrième niveau	▪ Omet des parties importantes. ▪ Comporte des erreurs sérieuses. ▪ Utilise des stratégies inappropriées.

Voir les ouvrages des ressources/notes pour d'autres exemples de grilles d'évaluation des projets et d'activités ouvertes.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'OBJETS À MANIPULER

P modèle d'organisation graphique

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Les élèves doivent utiliser avec aise les termes qui suivent.

- crédit
- bail
- prêt
- assurance

Ressources/notes

Internet

- Louer ou acheter une voiture
  www.comptablequebec.com/location-ou-achat/
- Protégez-vous.ca : Guide pratique de l'automobiliste
  www.protegez-vous.ca/automobile/guide-pratique-automobiliste.html

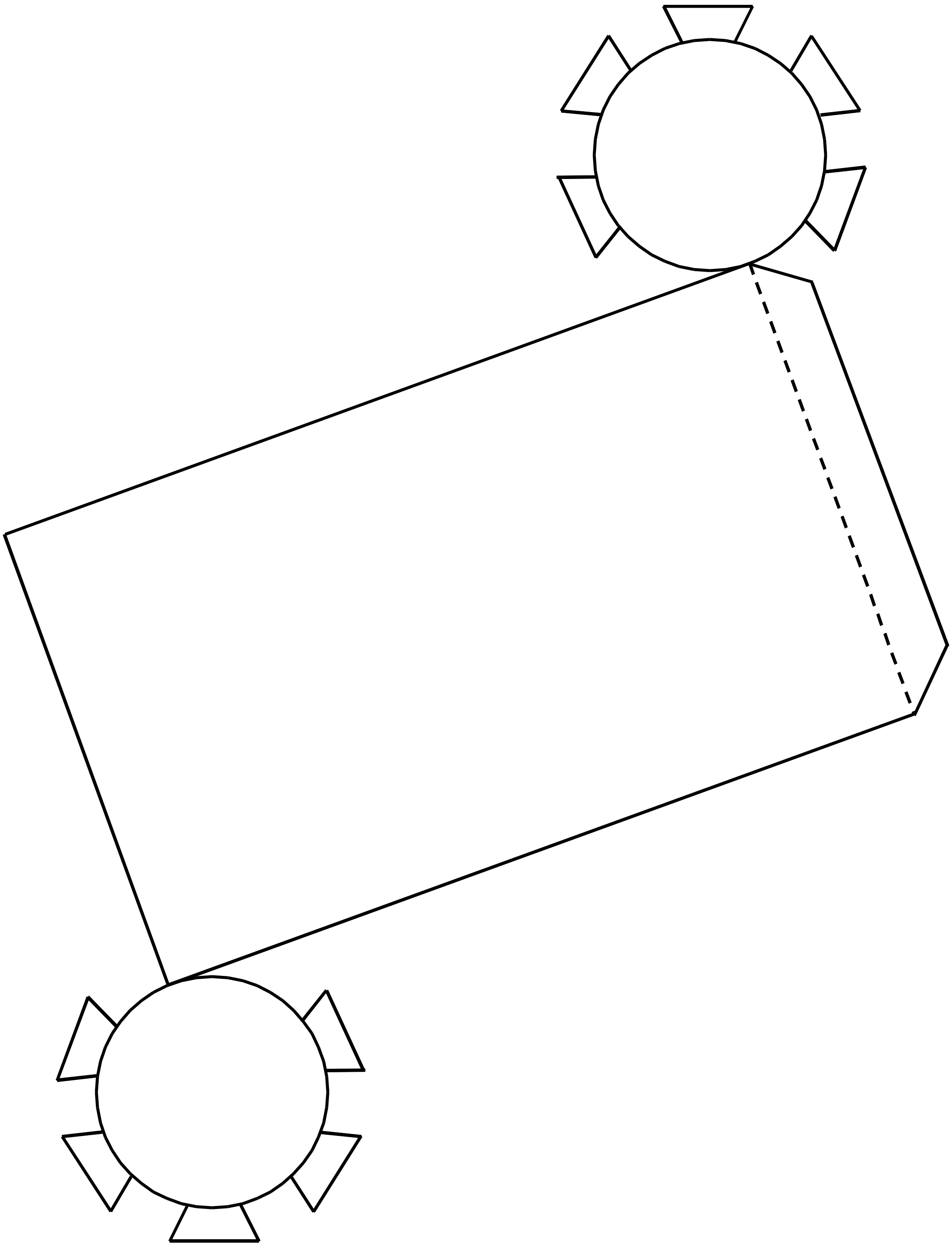
- Frais bancaires abusifs
rmc.bfmtv.com/info/556211/frais-bancaires-abusifs-reponses-a-vos-questions/
- Forfait bancaire sans limite RBC pour étudiants
http://www.rbcbanqueroyale.com/produits/servicesdedepot/index.html?tab=student_tab

Notes

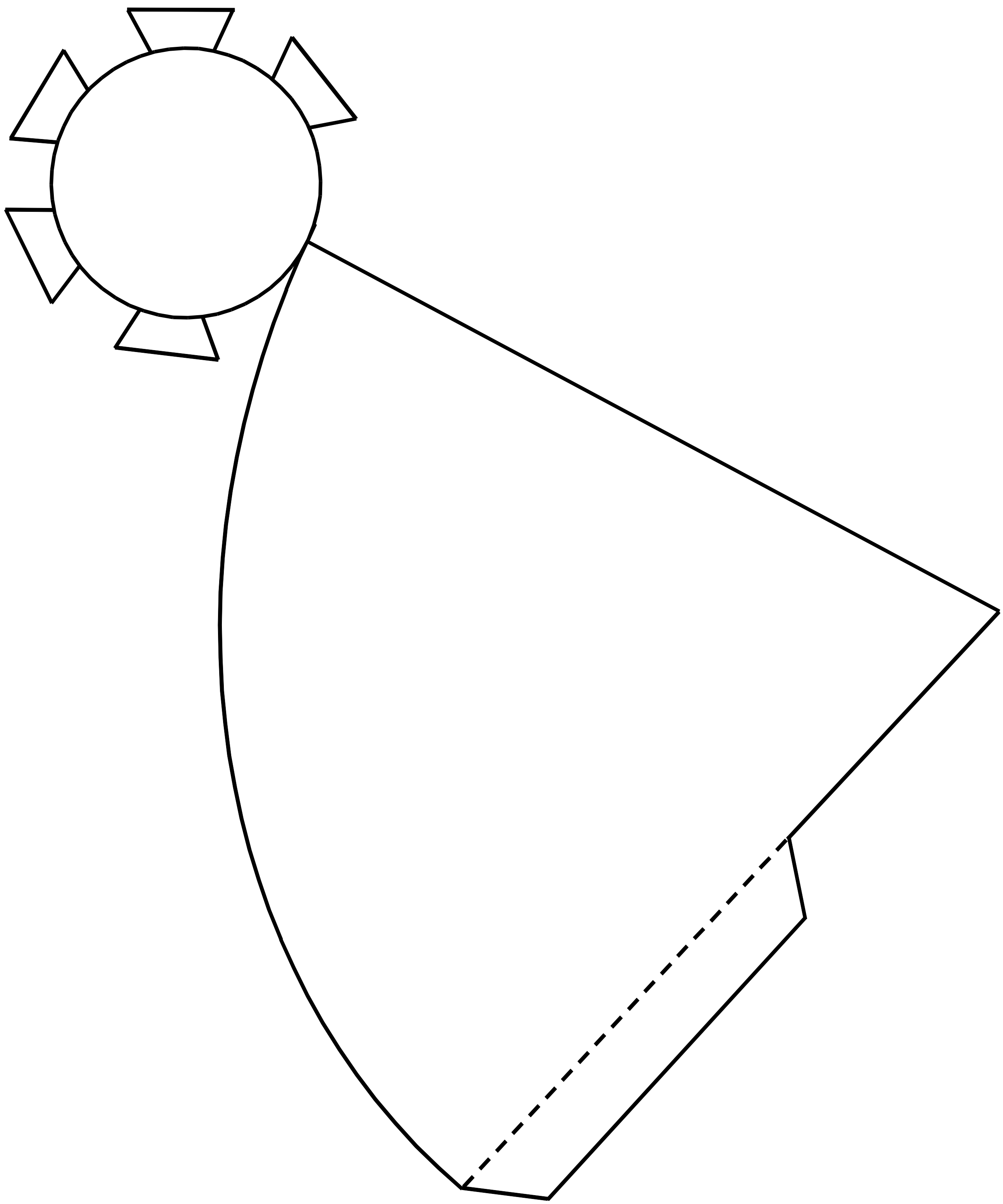
Annexes

Annexe A. Pages à photocopier

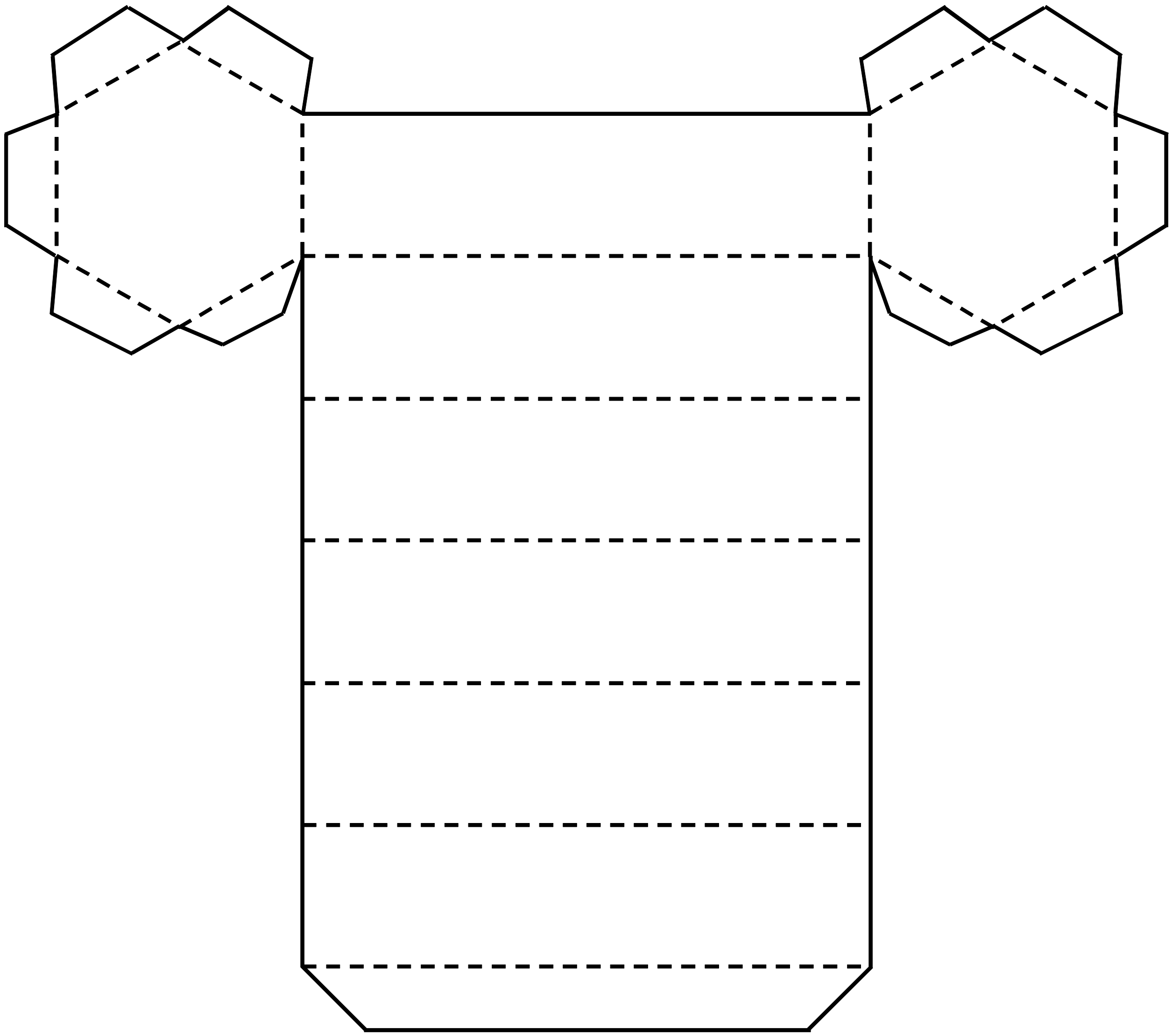
A.1 Développement tridimensionnel (cylindre fermé)



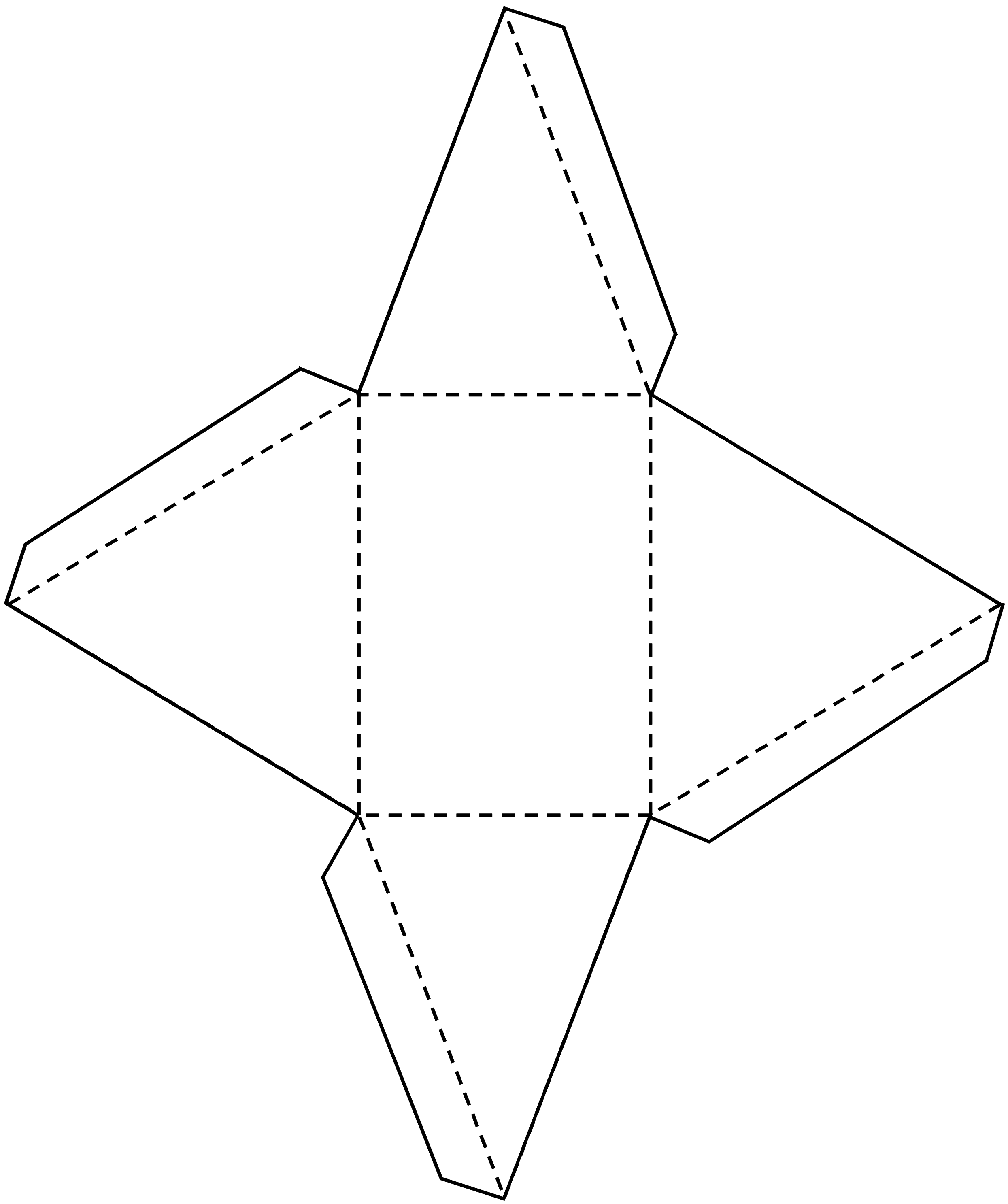
A.2 Développement tridimensionnel (cône)



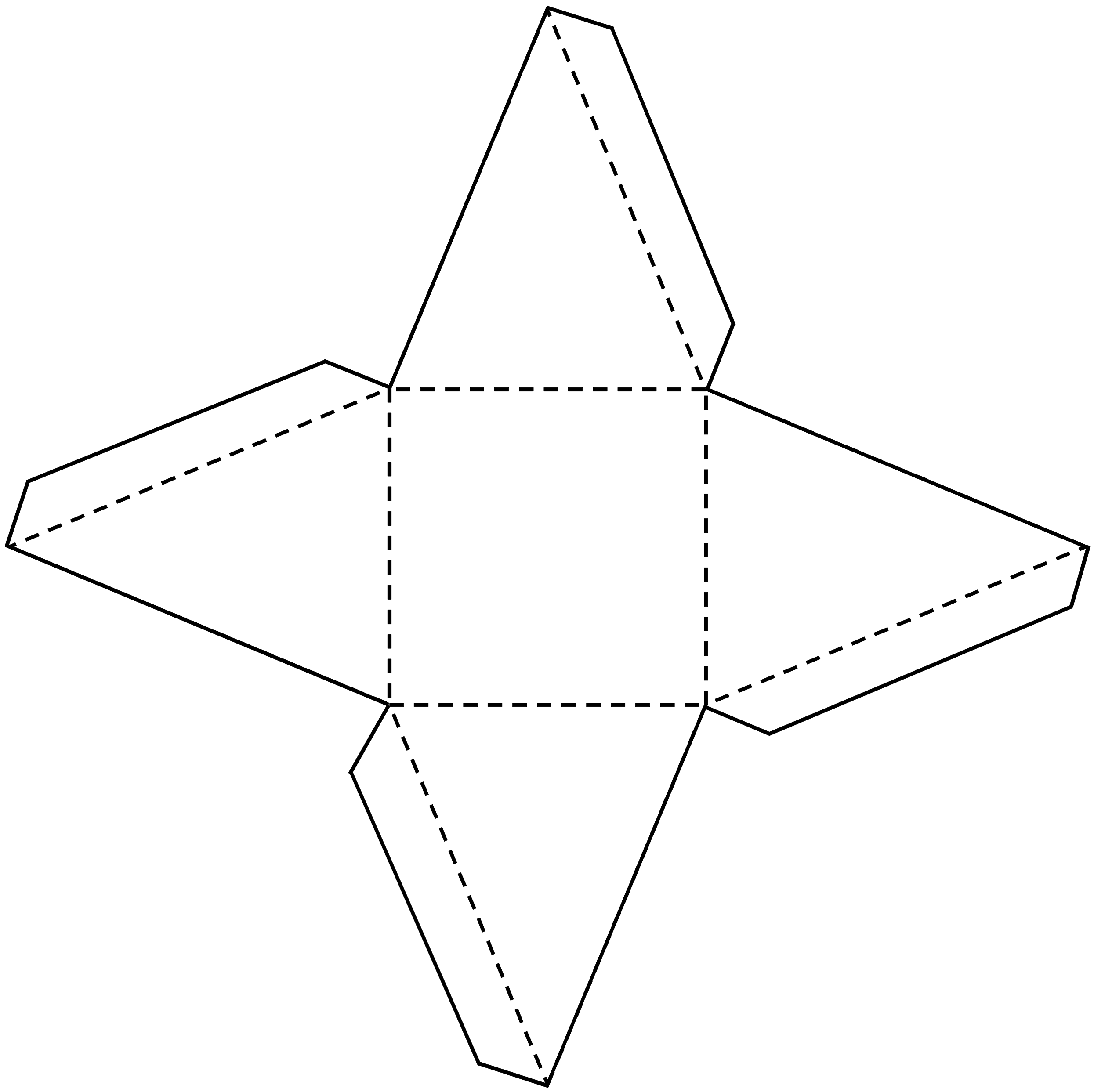
A.3 Développement tridimensionnel (prisme hexagonal)



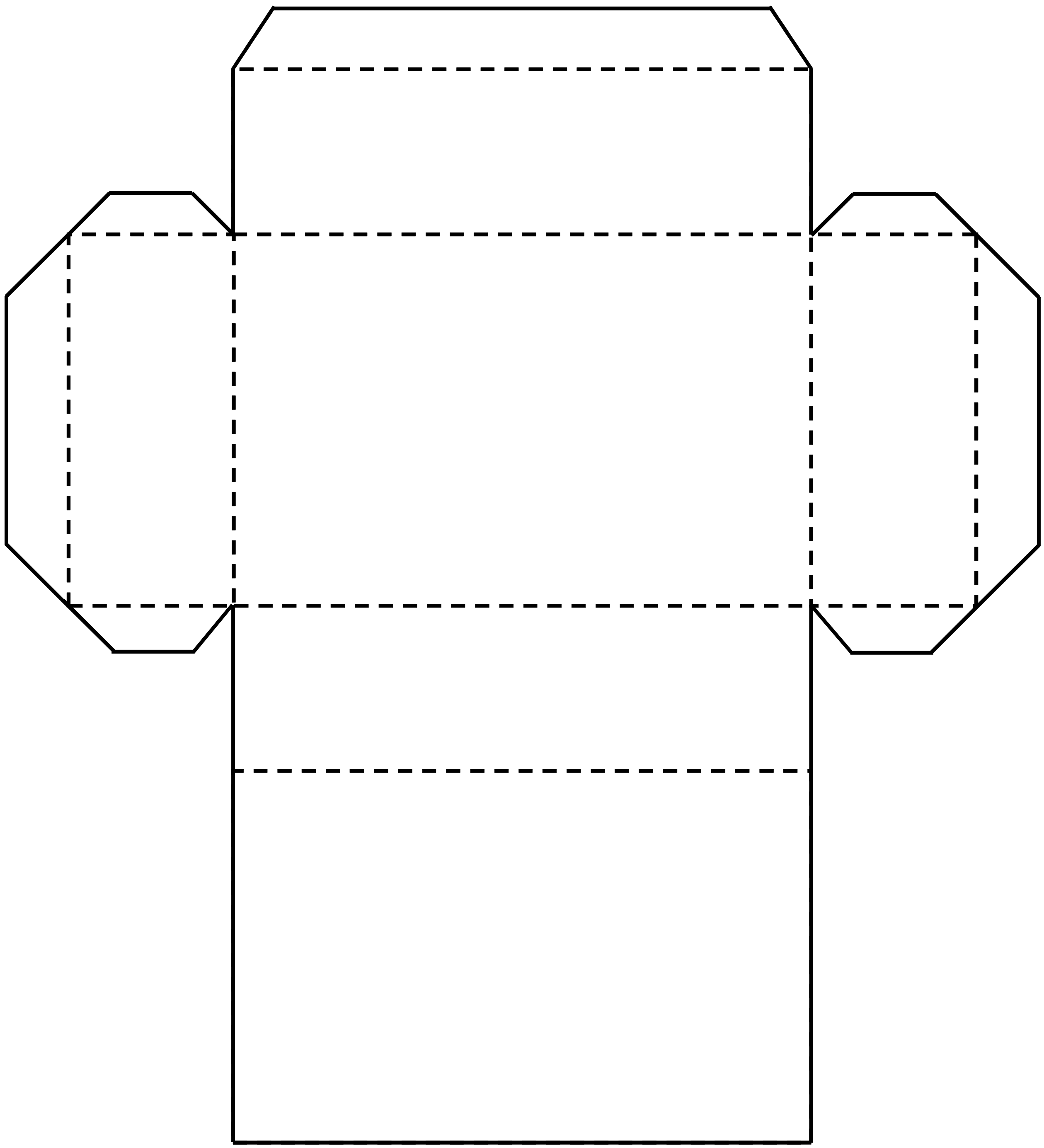
A.4 Développement tridimensionnel (Pyramide rectangulaire)



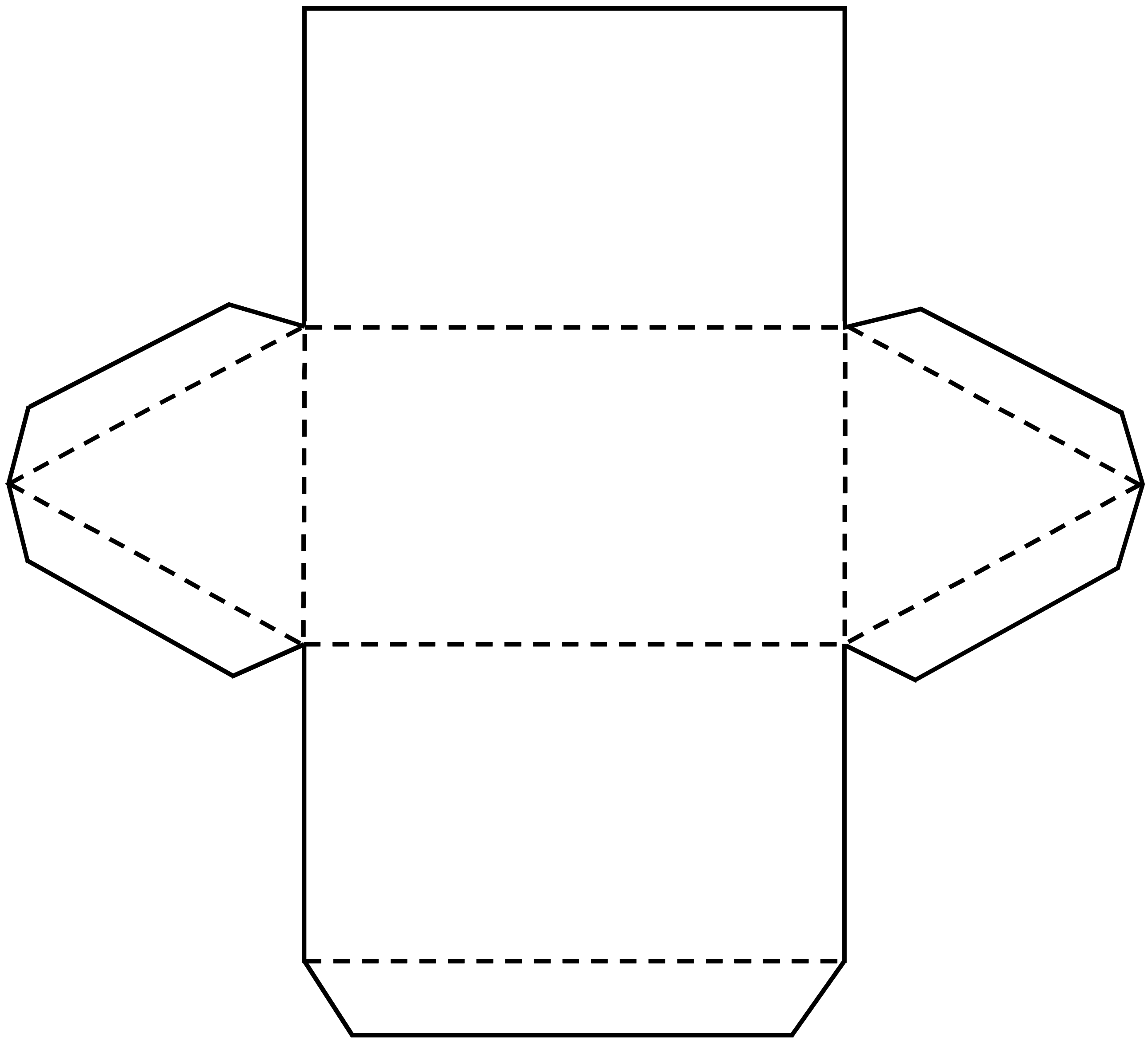
A.5 Développement tridimensionnel (pyramide à base carrée)



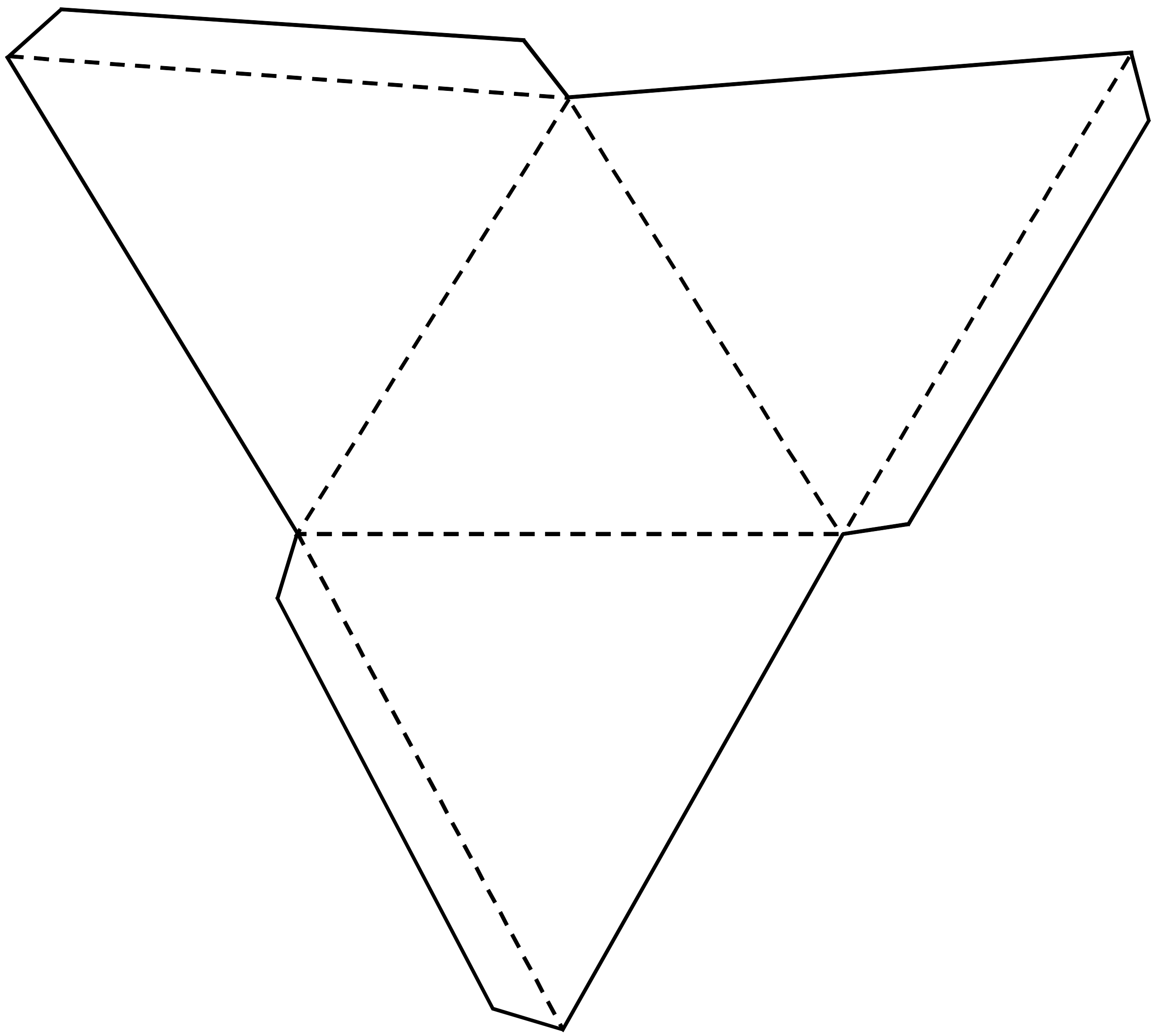
A.6 Développement tridimensionnel (prisme rectangulaire)



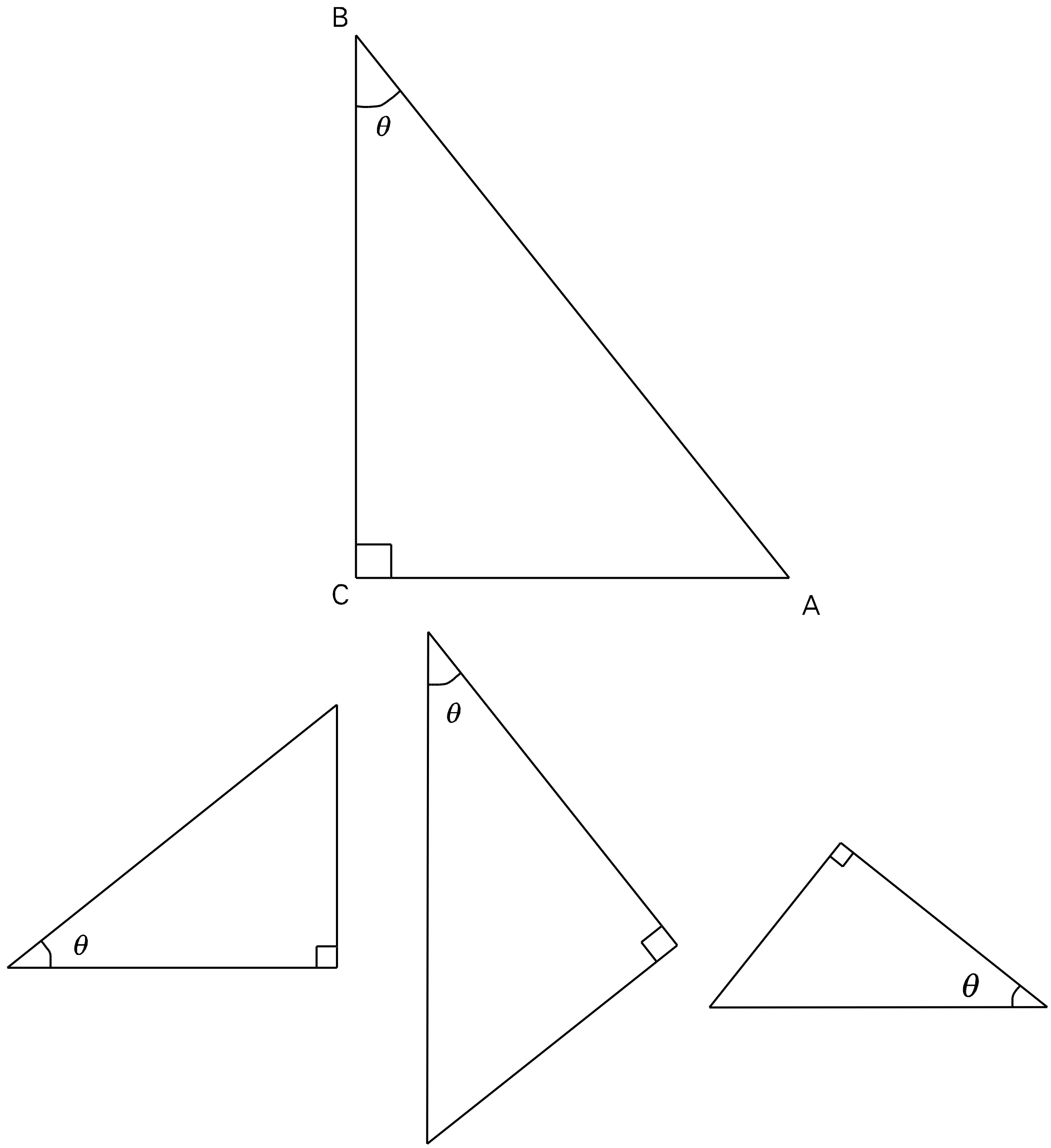
A.7 Développement tridimensionnel (prisme triangulaire)



A.8 Développement tridimensionnel (pyramide triangulaire)



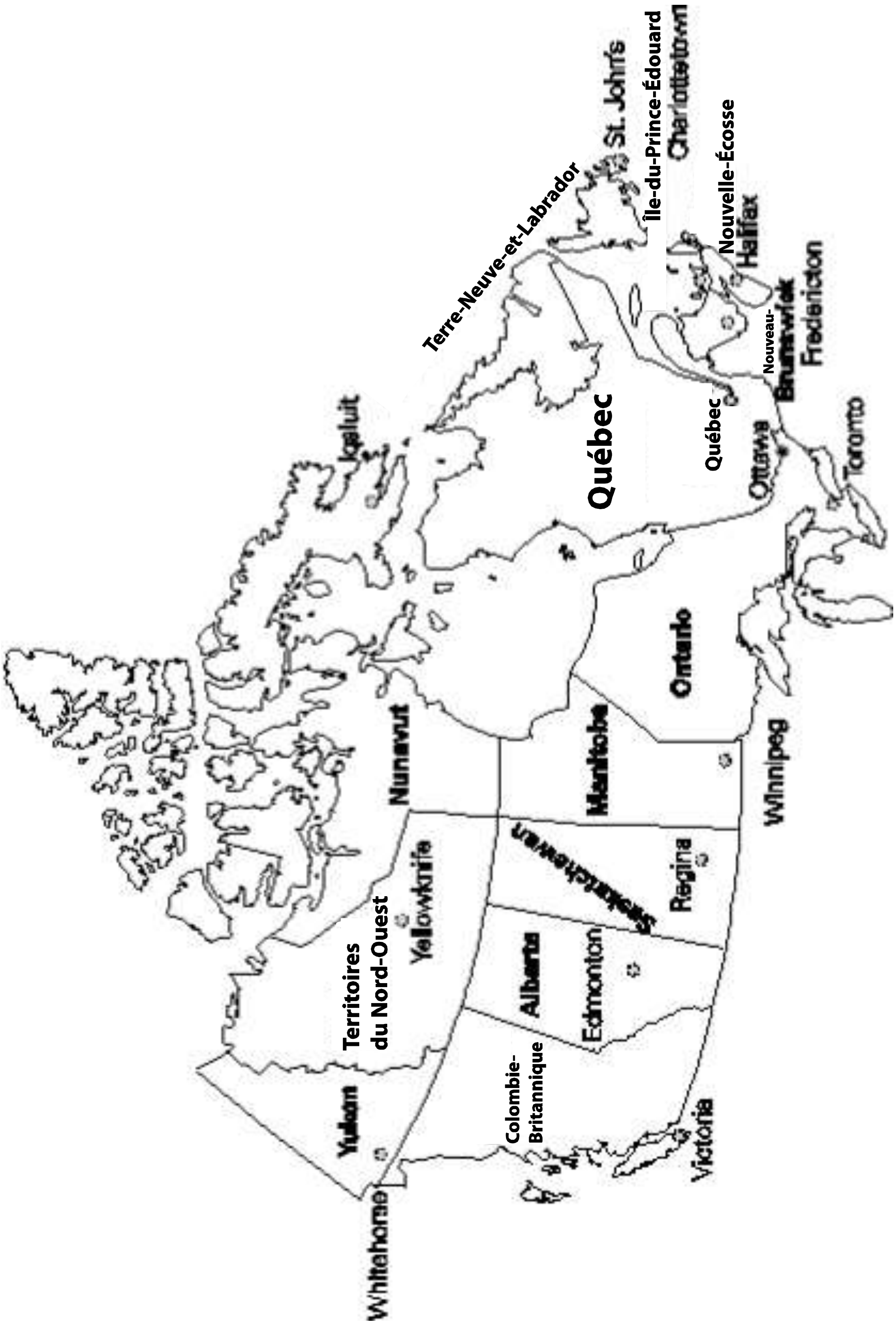
A.9 Triangles



A.10 Grille de 100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

A.11 Carte du Canada



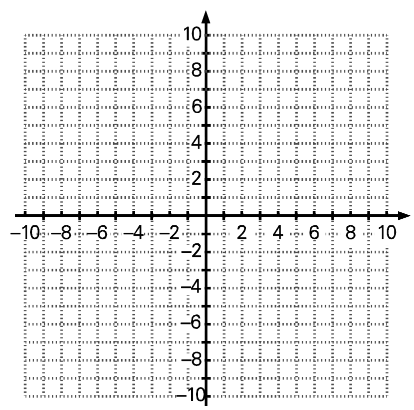
Annexe B. Modèle d'organisation graphique

Paires ordonnées

Table de valeurs

Équations

Graphique



Bibliographie

Agence de la consommation en matière financière du Canada. « La zone : une ressource éducative en matière financière », 2013. *Gouvernement du Canada* (www.fcac-acfc.gc.ca/eng/education/index-eng.asp)

AGENCE DU REVENU DU CANADA. « Calculateur en direct de retenues sur la paie », 2013. *Gouvernement du Canada* (www.cra-arc.gc.ca/esrvc-srvce/tx/bsnss/pdoc-eng.html)

AGENCE DU REVENU DU CANADA. 2013. *Gouvernement du Canada* (www.cra-arc.gc.ca/menu-eng.html)

AMERICAN ASSOCIATION FOR THE ADVANCEMENT OF SCIENCE [AAAS-Benchmarks]. *Benchmark for Science Literacy*. New York, NY, Oxford University Press, 1993.

ARMSTRONG, T. *Seven Kinds of Smart: Identifying and Developing Your Many Intelligences*, New York, NY, Plume, 1999.

ASSOCIATION DES BANQUIERS CANADIENS. « Les banques et la littératie financière », 2013. *Association des banquiers canadiens* (www.cba.ca/en/component/content/category/79-banks-and-financial-literacy)

Banque du Canada. 2013. *Banque du Canada* (www.bank-banque-canada.ca/en/rates/converter.html)

BARRY, Maurice, et coll. *Mathematics Modeling, Book 3*, Toronto, Ont., Nelson Thomson Learning, 2002.

BERGLIND, Robert, et coll. *Foundations and Pre-calculus Mathematics 10: Manitoba Curriculum Companion*, Don Mill, Ont., Pearson Canada Inc., 2010.

———. *Foundations and Pre-calculus Mathematics 10: Nova Scotia Curriculum Companion*, Don Mill, Ont., Pearson Canada Inc., 2010.

BILLINGS, Esther M. H. “Problems That Encourage Proportion”, *Mathematics Teaching in the Middle School*, vol. 7, n° 1, septembre 2001, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 2001 (également accessible au http://lrt.ednet.ns.ca/PD/math8support_11/prop_reasoning/01L_problems_encourage_prop_sense.pdf)

BLACK, Paul, et Dylan WILIAM. “Inside the Black Box: Raising Standards Through Classroom Assessment”, *Phi Delta Kappan 80*, n° 2 (octobre 1998), p. 139-144, 146-148.

BOURNE, Murray. Interactive Mathematics, Learn Math by Playing with It, “5. Signs of the Trigonometric Functions”, 2013. *Murray Bourne*. (www.intmath.com/trigonometric-functions/5-signs-of-trigonometric-functions.php)

BOWLES, Noble, et Wade. Dans *Thinking*, 2013, page de 24 triangles (page PDF sans titre). *Teachmathematics.net* (www.teachmaths-inthinking.co.uk/files/teachmaths/files/Geometry/Similar%20Triangles/Similartriangles.pdf)

BURGIS, Richard. “The Factor Game”, 2000. *National Council of Teachers of Mathematics* (http://illuminations.nctm.org/tools/factor/index.html)

CAINE, Renate Numella, et Geoffrey CAINE. *Making Connections: Teaching and the Human Brain*, Reston, VA, Association for Supervision and Curriculum Development, 1991.

CENTRE POUR LA RECHERCHE ET L'INNOVATION DANS L'ENSEIGNEMENT DE L'OCDE. *L'évaluation formative : pour un meilleur apprentissage dans les classes secondaires,* Paris, France, Éditions OCDE (Organisation de coopération et de développement économiques), 2006.

COMPUTATIONAL SCIENCE EDUCATION REFERENCE DESK (CSERD), THE. "Multiple Linear Regression", 2013. *CSERD* (www.shodor.org/interactivate/activities/Regression)

———. "Number Cruncher", 2013. *CSERD* (http://shodor.org/interactivate/activities/NumberCruncher)

CONNAISSANCES FINANCIÈRES PRATIQUES CANADA. La littératie financière pour tous, « Plans de cours – Choix et décisions », 2013. *Visa* (http://practicalmoneyskills.ca/foreducator)

DAVIES, Anne. *Making Classroom Assessment Work*, Courtenay, C.-B., Classroom Connections International, Inc., 2000.

DAVIS, Garry, et coll. *Foundations and Pre-calculus Mathematics 10*, Don Mills, Ont., Pearson Canada Inc., 2010.

EASTMOND PUBLISHING LTD. Autograph, Oundle, UK, Eastmond Publishing Ltd., 2013.

ÉDUCATION ALBERTA. "Exploring Laws of Exponents—Use It", *Math Interactives*, 2003. (www.learnalberta.ca/content/mejhm/index.html?l=0&ID1=AB.MATH.JR.NUMB&ID2=AB.MATH.JR.NUMB.EXPO&lesson=html/object_interactives/exponent_laws/use_it.html)

EFOFEX SOFTWARE. FX Draw 4. Dalyellup, Australie, Efofex Software, 2013.

ERCOLE, Leslie K., Marny FRANTZ et George ASHLINE. "Multiple Ways to Solve Proportions", *Mathematics Teaching in the Middle School*, vol. 16, n° 8, avril 2011, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics (également accessible au http://lrt.ednet.ns.ca/PD/math8support_11/prop_reasoning/01M_multiple_ways_to_solve_proportions.pdf)

ETIENNE, Steve, et Emily KALWAROWSKY. *Financial Mathematics*, Whitby, Ont., McGraw-Hill Ryerson, 2013.

FONDATION CANADIENNE D'ÉDUCATION ÉCONOMIQUE. *Les jeunes et l'argent*, "Chapter 9: Taking Financial Control with Budgets and Plans", Toronto, Ont., Canadian Foundation for Economic Education, 2013 (accessible au http://moneyandyouth.cfee.org/en/resources/pdf/moneyyouth_chap9.pdf)

FPSI, Specialist in French Property. "Metric Chart (Metric Table)", 2008. *French Property, Services and Information Ltd.* (www.france-property-and-information.com/table-of-metric-and-imperial-units.htm?phpMyAdmin=24f3a0e02619b794a6db9c79d8b89c4e)

FRANKENSTEIN, Marilyn. "Equity in Mathematics Education: Class in the World outside the Class", *New Directions for Equity in Mathematics Education*, Cambridge, MA, Cambridge University Press, 1995.

FUN4THEBRAIN. "Snowball Fight! – Least Common Multiple (LCM)", 2013. *Fun 4 The Brain* (http://www.fun4thebrain.com/beyondfacts/lcmsnowball.html)

FUNBRAIN.COM. "Tic Tac Toe Squares", 2013. *Pearson* (www.funbrain.com/cgi-bin/ttt.cgi?A1=s&A2=17&A3=0)

GARDNER, Howard E. *Frames of Mind: The Theory of Multiple Intelligences,* New York, NY, Basic Books, 2007.

GUTSTEIN, Eric. “Teaching and Learning Mathematics for Social Justice in an Urban, Latino School”, *Journal for Research in Mathematics Education 34*, n° 1, 2003, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics.

HOPE, Jack A., Larry LEUTZINGER, Barbara REYS et Robert REYS. *Mental Math in the Primary Grades*, Palo Alto, CA, Dale Seymour Publications, 1988.

HOTMATH.COM. “Number Cop”, 2013. *Hotmath, Inc.* (http://hotmath.com/hotmath_help/games/numbercop/numbercop_hotmath.swf)

HUME, Karen. *Tuned Out: Engaging the 21st Century Learner*. Don Mills, Ont., Pearson Education Canada, 2011.

JOBBANK.CA. 2009. *Jobbank.ca* (http://jobbank.ca)

KEY CURRICULUM. Geometer’s Sketchpad. Whitby, Ont., McGraw-Hill Ryerson, 2013.

LADSON-BILLINGS, Gloria. “It Doesn’t Add Up: African American Students’ Mathematics Achievement”, *Journal for Research in Mathematics Education 28*, n° 6, 1997, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics.

MANGAHIGH.COM. “The Wrecks Factor”, 2013. *Blue Duck Education* (www.mangahigh.com/en_us/games/wrecksfactor)

MATHPLAYGROUND.COM. “Save the Zogs”, 2013. *MathPlayground.com* (www.mathplayground.com/SaveTheZogs/SaveTheZogs.html)

MIMIO. MimioStudio. Cambridge, MA, Mimio, 2013.

MINISTÈRE DE L’ÉDUCATION DE LA COLOMBIE-BRITANNIQUE. *The Primary Program: A Framework for Teaching*. Victoria, C.-B., Province de la Colombie-Britannique, 2000.

MINISTÈRE DE L’ÉDUCATION DE LA NOUVELLE-ÉCOSSE, *L’éducation des élèves doués et le développement des talents,* Halifax, N.-É., Province de la Nouvelle-Écosse, 2010.

MINISTÈRE DE L’ÉDUCATION DE TERRE-NEUVE-ET-LABRADOR. *Mathematics: Academic Mathematics 1201*, édition intérimaire, St. John’s, T.-N.-L., gouvernement de Terre-Neuve-et-Labrador, 2011.

———. *Mathematics: Applied Mathematics 1202*, édition intérimaire, St. John’s, T.-N.-L., gouvernement de Terre-Neuve-et-Labrador, 2011.

MINISTÈRE DE L’ÉDUCATION ET DU DÉVELOPPEMENT DE LA PETITE ENFANCE DU NOUVEAU-BRUNSWICK. *Programme d’études de 10e année, Géométrie, mesure et finances,* Fredericton, N.-B., gouvernement du Nouveau-Brunswick, 2012.

———. *Programme d’études de 10e année, Nombre, relations et fonctions,* Fredericton, N.-B., gouvernement du Nouveau-Brunswick, 2012.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION ET DU DÉVELOPPEMENT DE LA PETITE ENFANCE DE LA NOUVELLE-ÉCOSSE, " What Is a Ratio?" [présentation en PowerPoint], Halifax, N.-É., Province de la Nouvelle-Écosse, 2013 (accessible au http://lrt.ednet.ns.ca/PD/math8support_11/prop_reasoning/01D_proportional_reasoning_ratios.ppt)

———. *Grade 7 - Assess Addition of Decimals Using Make-One Strategy*, Halifax, N.-É., Province de la Nouvelle-Écosse, 2013 (accessible au http://dvl.ednet.ns.ca/videos/grade-7-assess-addition-decimals-using-make-one-strategy)

———. *Grade 7 - Introduce Make-Zero Strategy for Integers*, Halifax, N.-É., Province de la Nouvelle-Écosse, 2013 (accessible au http://dvl.ednet.ns.ca/videos/grade-7-introduce-make-zero-strategy-integers)

———. *Grade 8 - Assess Halve/Double Strategy for Percentages*, Halifax, N.-É, Province de la Nouvelle-Écosse, 2013 (accessible au http://dvl.ednet.ns.ca/videos/grade-8-assess-halvedouble-strategy-percentages)

———. *Grade 8 - Introduce Addition of Fractions Using Make-One Strategy*, Halifax, N.-É., Province de la Nouvelle-Écosse, 2013 (accessible au http://dvl.ednet.ns.ca/videos/grade-8-introduce-addition-fractions-using-make-one-strategy)

———. *Grade 8 - Reinforce Addition and Subtraction of Fractions by Rearrangement*, Halifax, N.-É., province de la Nouvelle-Écosse, 2013 (accessible au http://dvl.ednet.ns.ca/videos/grade-8-reinforce-addition-and-subtraction-fractions-rearrangement)

———. Proportional Reasoning Problems, Halifax, N.-É., Province de la Nouvelle-Écosse, 2013 (accessible au http://lrt.ednet.ns.ca/PD/math8support_11/prop_reasoning/01K_question_bank.doc)

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION ET DU DÉVELOPPEMENT DE PETITE ENFANCE DE L'ÎLE-DU-PRINCE-ÉDOUARD. *Mathematics: MAT421A*, Summerside, Î.-P-É., gouvernement de l'Île-du-Prince-Édouard, 2011.

———. *Mathematics: MAT431A*. Summerside, Î.-P.-É., gouvernement de l'Île-du-Prince-Édouard, 2011.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. Illuminations: Resources for Teachers, "Algebra Tiles", 2013. *National Council of Teachers of Mathematics.* (http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=216)

———.Illuminations: Resources for Teachers, "Building Height", 2013. *National Council of Teachers of Mathematics* (http://illuminations.nctm.org/LessonDetail.aspx?id=L764)

———. Illuminations: Resources for Teachers, "Construction of Clinometer", 2013. *National Council of Teachers of Mathematics.* (http://illuminations.nctm.org/Lessons/BuildingHeight/BuildingHeight-OH.pdf)

———. "Computation, Calculators, and Common Sense: A Position of the National Council of Teachers of Mathematics" (exposé de position, mai 2005), Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics.

PARKS, Roberta. Polynomial Bingo (activité sans titre), 2013. *Institute for Math and Science Education UA Fort Smith* (http://makingmathfun.wikispaces.com/file/view/Polynomial+Factoring+Bingo.pdf)

PAYSCALE. "Get the Right Salary Data for You", 2013. *PayScale Inc*. (www.payscale.com)

PETTI, Wendy. EducationWorld, "Connecting to Math in Real Life", 2013. *EducationWorld, Inc.* (www.educationworld.com/a_curr/mathchat/mathchat019.shtml)

PLAINCODE. "Clinometer on iPhone / iPod", 2012. *Plaincode* (http://plaincode.com/products/clinometer)

PROFESSIONAL LEARNING K–12, Terre-Neuve-et-Labrador, 2013. *Professional Learning Newfoundland and Labrador* (www.k12pl.nl.ca)

PROTOCOLE DE L'OUEST ET DU NORD CANADIENS (PONC) DE COLLABORATION CONCERNANT L'ÉDUCATION. *Cadre commun des programmes de mathématiques de la maternelle à la 9e année*, Edmonton, AB, Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens (PONC) de collaboration concernant l'éducation, 2006.

QUEBEC LITERACY WORKING GROUP. Literacy at Every Level, "Skills for Life", *Essential Life Skills*, "Unit 6 – Managing My Money", (module PDF), 2013. *Quebec Literacy Working Group* (www.qlwg.ca/index.php/skills-for-life)

RANDALL, Charles I., Charles RANDALL, Frank K. LESTER, Phares G. O'DAFFER. *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 1987.

RBC Banque Royale. 2013, *Banque Royale du Canada* (www.rbcroyalbank.com)

———. « Établissement d'un budget – Gérez vos dettes efficacement », 2013. *Banque Royale du Canada* (www.rbcroyalbank.com/products/personalloans/budget/budget-calculator.html)

———. « Convertisseur de devises », 2013. *Banque Royale du Canada* (www.rbcroyalbank.com/cgi-bin/travel/currency-converter.pl).

REED, Jim. "Number System Muncher", 2002. *Jim Reid* (http://staff.argyll.epsb.ca/jreed/math9/strand1/munchers.htm)

RUBENSTEIN, Rheta N. "Mental Mathematics beyond the Middle School: Why? What? How?", *Mathematics Teacher*, septembre 2001, vol. 94, no 6. Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics.

SCHULTZKIE, Lisa. "Pre-Algebra Review Topic: Practice with Rational and Irrational Numbers", 2012. *Owswego City School District Regents Exam Prep Centre* (www.regentsprep.org/Regents/math/ALGEBRA/AOP1/Prat.htm)

SCIENCE EDUCATION RESOURCE CENTRE. *Starting Point: Teaching Entry Level Geoscience.* "How to Use Excel", 2013. *Carleton College* (http://serc.carleton.edu/introgeo/mathstatmodels/xlhowto.html)

SHAW, J. M., et M. F. P. CLIATT. "Developing Measurement Sense", dans P.R. Trafton (réd.), *New Directions for Elementary School Mathematics*, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

SMART TECHNOLOGIES. SMART Notebook Math Tools. Calgary, AB, 2013. *SMART Technologies* (www.smarttech.ca)

SOFTSCHOOLS.COM. "Less than Greater than – Game", 2013. *Softschools.com* (www.softschools.com/mathg.jsp)

STEEN, L. A. (réd.). *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy*, Washington, DC, National Research Council, 1990.

STENMARK, Jean Kerr. *Assessment Alternatives in Mathematics*, Oakland, CA, Université de la Californie, 1989.

———.*Mathematics Assessment: Myths, Models, Good Questions, and Practical Suggestions*, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 1991.

SUPERTEACHER TOOLS. “Classroom Jeopardy”, 2013. *SuperTeacherTools* (www.superteachertools.com/jeopardy/usergames/Nov201044/game1288705963.php)

SYSTEM IMPROVEMENT GROUP, Éducation Alberta. *Protocole de l’Ouest et du Nord canadiens (PONC), Consultation d’établissements d’enseignement postsecondaire et du monde des affaires et de l’industrie concernant leurs exigences en mathématiques de niveau secondaire, Rapport final,* 25 janvier 2006, Edmonton, AB, Éducation Alberta.

TATE, William F. “Returning to the Root: A Culturally Relevant Approach to Mathematics Pedagogy”, *Theory into Practice 34*, numéro 3, 1995. Florence, KY, Taylor & Francis.

TEXAS INSTRUMENTS. TI-SmartView Emulator Software for the TI-84 Plus Family. Toronto, Ont., Texas Instruments Canada, 2013.

XE. « Encyclopédie des devises », 2013. *XE* (http://xe.com/currency).

YOUTUBE. « Démonstration du théorème à l’aide d’eau », 2009. *YouTube* (www.youtube.com/watch?v=CAkMUdeB06o).