Mathématiques 8e année

Programme d'études

NOVA SCOTIA
NOUVELLE-ÉCOSSE

2015

Mathématiques 8e année

Préparé par le ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance de la Nouvelle-Écosse

Il s'agit de la version la plus récente du matériel pédagogique actuel utilisé par les enseignants de la Nouvelle-Écosse.

ébauche
2015 Août
ébauche

Mathématiques 8^{e} année

Immersion

NOVA SCOTIA
NOUVELLE-ÉCOSSE

Références à des sites Web

Les références à des sites Web figurant dans le présent document ne sont fournies que pour faciliter le travail et ne signifient pas que le ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance a approuvé le contenu, les politiques ou les produits des sites Web en question. Le ministère ne contrôle ni les sites Web auxquels il est fait référence ni les sites mentionnés à leur tour sur ces sites Web. Il n'est responsable ni de l'exactitude des informations figurant sur ces sites, ni de leur caractère légal, ni de leur contenu. Le contenu des sites Web auxquels il est fait référence peut changer à tout moment sans préavis.

Les conseils scolaires et les éducateurs ont pour obligation, en vertu de la politique des programmes des écoles publiques du ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance en matière d'accès à Internet et d'utilisation du réseau, de faire un examen et une évaluation préalables des sites Web avant d'en recommander l'utilisation auprès des élèves. Si vous trouvez une référence qui n'est pas à jour ou qui concerne un site dont le contenu n'est pas approprié, veuillez en faire part au ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance à l'adresse ‹links@ednet.ns.ca›.

Mathématiques 8e année Immersion – Version provisoire

Document préparé par le ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance.

Données pour le catalogage

Remerciements

Le ministère de l’Éducation et du Développement de la petite enfance tient à remercier les organismes suivants de lui avoir accordé l’autorisation d’adapter leur programme d’études de mathématiques pour l’élaboration du présent guide :

- Ministère de l’Éducation du Manitoba
- Ministère de l’Éducation du Nouveau-Brunswick
- Ministère de l’Éducation de Terre-Neuve-et-Labrador
- Protocole de l’Ouest et du Nord canadiens (PONC) pour la collaboration en éducation

Nous sommes également reconnaissants aux individus suivants de leur contribution à l’élaboration du programme d’études de mathématiques de 6e année pour la Nouvelle-Écosse :

Daryll Breen
Strait Regional School Board

Bob Crane
Mi’kmaw Kina’matnewey

Paul Dennis
Chignecto Central Regional School Board

Darlene MacKeen Hudson
Chignecto-Central Regional School Board

Trisha Demone
South Shore Regional School Board

Mark MacLeod
South Shore Regional School Board

Sonya O’Sullivan
Halifax Regional School Board

Brad Pemberton
Annapolis Valley Regional School Board

Fred Sullivan
Strait Regional School Board

Marlene Urquhart
Cape Breton-Victoria Regional School Board

Tom Willis
Tri-County Regional School Board

Table des matières

Introduction

Contexte et raison d'être

Le programme d'études de mathématiques s'inspire d'une vision dans laquelle on favorise le développement des connaissances de base des élèves en mathématiques en leur permettant de prolonger et de mettre en application ce qu'ils ont appris et d'apporter leur propre contribution à la vie en société. Il est essentiel que le programme d'études de mathématiques corresponde aux résultats des toutes dernières recherches sur l'enseignement des mathématiques. C'est pourquoi nous avons adopté le cadre commun pour le programme d'études en mathématiques de la maternelle à la 9e année du Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens (PONC), paru en 2006. Ce document constitue la base du nouveau programme d'études de mathématiques en Nouvelle-Écosse.

Il s'agit d'un cadre commun qui a été élaboré par sept ministères de l'Éducation (Alberta, Colombie-Britannique, Manitoba, Territoires du Nord-Ouest, Nunavut, Saskatchewan et Yukon) en collaboration avec des enseignants, des administrateurs, des parents, des représentants du monde des affaires, des éducateurs du postsecondaire et d'autres intervenants. Ce cadre présente des convictions bien particulières concernant les mathématiques, des résultats d'apprentissage généraux et spécifiques pour les élèves et des indicateurs de rendement sur lesquels se sont mises d'accord les sept instances concernées. Les résultats d'apprentissage et les indicateurs ont été adaptés pour la Nouvelle-Écosse. Le présent document se fonde sur des travaux de recherche nationaux et internationaux effectués par le PONC et par le NCTM (National Council of Teachers of Mathematics – conseil national des enseignants de mathématiques des États-Unis).

Dans le programme d'études de la Nouvelle-Écosse, on met l'accent sur un certain nombre de concepts clés à chaque niveau de scolarisation, dans l'optique de susciter une compréhension plus approfondie et de déboucher, à terme, sur de meilleurs résultats pour les élèves. On met également davantage l'accent sur le sens du nombre et sur les concepts relatifs aux opérations lors des premiers niveaux de scolarisation, afin de s'assurer que les élèves disposent de bases solides en mathématiques.

Fonction

Ce document fournit un ensemble de résultats d'apprentissage et d'indicateurs de rendement qui devront être utilisés comme base commune obligatoire pour la définition des attentes du programme d'études de mathématiques. Cette base commune devrait permettre de produire des résultats cohérents chez les élèves en mathématiques en Nouvelle-Écosse. Elle devrait également faciliter la transition pour les élèves qui changent d'établissement dans la province ou qui viennent d'une autre instance ayant adopté le même cadre commun du PONC. Le présent document a pour but de communiquer clairement à l'ensemble des partenaires du système éducatif dans la province les attentes élevées qu'on a pour les élèves dans leur apprentissage des mathématiques.

Conception et volets du programme

Évaluation

Il est essentiel d’effectuer régulièrement une évaluation au service de l’apprentissage afin de garantir l’efficacité de l’enseignement et de l’apprentissage. Les recherches montrent que les techniques d’évaluation au service de l’apprentissage (évaluation formative) permettent de produire des avancées importantes et souvent substantielles dans l’apprentissage, de combler les écarts dans l’apprentissage et de développer la capacité qu’ont les élèves d’apprendre de nouvelles aptitudes (Black et Wiliam, 1998; OCDE, 2006). La participation des élèves à l’évaluation favorise l’apprentissage. Avec une rétroaction rapide et efficace de l’enseignant et avec une autoévaluation de l’élève lui-même, ce dernier est en mesure de réfléchir aux concepts et aux idées mathématiques et de formuler sa compréhension de ces concepts et de ces idées.

Dans la salle de classe, l’évaluation comprend les aspects suivants :

- définition claire des buts, des cibles et des résultats d’apprentissage
- présentation d’exemples, de grilles de critères et de modèles permettant de clarifier les résultats d’apprentissage et de mettre en évidence les aspects importants du travail
- suivi des progrès dans la réalisation des résultats d’apprentissage et offre d’une rétroaction au besoin
- autoévaluation encourageante
- efforts pour favoriser la mise en place dans la salle de classe d’un milieu dans lequel on se livre à des conversations sur l’apprentissage, les élèves peuvent vérifier leurs idées et leurs travaux et ils parviennent à une compréhension plus approfondie de leur apprentissage (Davies, 2000)

Les techniques d’évaluation au service de l’apprentissage constituent un échafaudage sur lequel s’appuie l’apprentissage, mais la seule manière de mesurer cet apprentissage est de recourir à l’évaluation de l’apprentissage (évaluation sommative). L’évaluation de l’apprentissage permet de faire un suivi des progrès de l’élève, influence le programme d’enseignement et facilite la prise de décisions. Les deux formes d’évaluation sont nécessaires pour guider l’enseignement, favoriser l’apprentissage et susciter des progrès dans les résultats des élèves.

Il faut que l’évaluation de l’apprentissage des élèves comprenne les aspects suivants :

- conformité aux résultats d’apprentissage du programme d’études
- critères de réussite clairement définis
- définition explicite des attentes concernant le travail des élèves
- utilisation de toutes sortes de stratégies et d’outils d’évaluation
- production d’informations utiles servant à orienter l’enseignement

Conversations / rencontres / entretiens
- individuels
- collectifs
- à l'initiative de l'enseignant
- à l'initiative de l'élève

Évaluation équilibrée en mathématiques

Produits / échantillons de travaux
- journaux mathématiques
- portfolios
- dessins, tableaux, graphiques, etc.
- évaluation individuelle et en salle de classe
- tests papier-crayon
- enquêtes
- autoévaluation

Observations
- prévues (formelles)
- imprévues (informelles)
- lecture à voix haute (textes axés sur les mathématiques)
- activités communes et guidées en mathématiques
- tâches
- rencontres individuelles
- notes de type anecdotique
- listes de vérification
- activités interactives

Résultats d'apprentissage

Cadre conceptuel pour les mathématiques de la maternelle à la 9e année

La figure ci-dessous fournit un aperçu de l'influence des processus mathématiques et de la nature des mathématiques sur les résultats d'apprentissage :

Domaine d'études	**De la maternelle à la 9e année**
Le nombre **Les régularités et les relations** Régularités Variables et équations **La mesure** **La géométrie** Objets 3D et figures 2D Transformations **La statistique et la probabilité** Analyse de données La chance et l'incertitude	**Résultats d'apprentissage généraux** **Résultats d'apprentissage spécifiques** **Indicateurs de rendement**

Nature des mathématiques
Le changement
La constance
Le sens du nombre
Les relations
Les régularités
Le sens de l'espace
L' incertitude

Processus mathématiques
[C] Communication, [RP] Résolution de problèmes, [L] Liens, [CE] Calcul mental et estimation
[T] Technologie, [V] Visualisation, [R] Raisonnement

(Adapté avec autorisation de Protocole de l'Ouest du Nord canadiens, *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques M–9*, p. 5. Tous droits réservés.)

Structure du programme d'études de mathématiques

Domaines d'études

Les résultats d'apprentissage du cadre pour la Nouvelle-Écosse s'organisent selon cinq domaines d'études de la maternelle à la 9e année.

- Le nombre (N)
- Les régularités et les relations (RR)
- La mesure (M)
- La géométrie (G)
- La statistique et la probabilité (SP)

Résultats d'apprentissage généraux (RAG)

Certains domaines sont divisés en sous-domaines. Il y a un résultat d'apprentissage général (RAG) par sous-domaine. Les résultats d'apprentissage généraux sont les énoncés d'ordre général des principaux apprentissages attendus des élèves dans chacun des domaines ou sous-domaines. Le résultat d'apprentissage général demeure le même pour tous les niveaux de M à 9.

LE NOMBRE (N)

RAG : On s'attend à ce que les élèves acquièrent le sens du nombre.

LES RÉGULARITÉS ET LES RELATIONS (RR)

Les régularités
RAG : On s'attend à ce que les élèves sachent décrire le monde et résoudre des problèmes à l'aide des régularités.

Les variables et les équations
RAG : On s'attend à ce que les élèves sachent représenter des expressions algébriques de plusieurs façons.

LA MESURE (M)

RAG : On s'attend à ce que les élèves sachent résoudre des problèmes à l'aide de mesures directes et indirectes.

LA GÉOMÉTRIE (G)

Les objets à trois dimensions et les figures à deux dimensions
RAG : On s'attend à ce que les élèves sachent décrire les propriétés d'objets à trois dimensions et de figures à deux dimensions, et analyser les relations qui existent entre elles.

Les transformations
RAG : On s'attend à ce que les élèves sachent décrire et analyser la position et le déplacement d'objets et de figures.

LA STATISTIQUE ET LA PROBABILITÉ (SP)

L'analyse de données
RAG : On s'attend à ce que les élèves sachent recueillir, présenter et analyser des données afin de résoudre des problèmes.

La chance et l'incertitude
RAG : On s'attend à ce que les élèves sachent utiliser des probabilités, expérimentale ou théorique, pour représenter et résoudre des problèmes comportant des incertitudes.

Résultats d’apprentissage spécifiques (RAS) et indicateurs de rendement

Les résultats d’apprentissage spécifiques (RAS) sont des énoncés plus précis des habiletés spécifiques, des connaissances et de la compréhension que les élèves devraient avoir acquises à la fin de chaque niveau scolaire.

Les indicateurs de rendement sont des énoncés qui déterminent si les élèves ont atteint un résultat d’apprentissage spécifique escompté. L’étendue de ces indicateurs se veut représentative de la profondeur et des attentes du résultat d’apprentissage.

Processus mathématiques

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

NOMBRE (N)

N01 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent les carrés et les racines carrées sous forme concrète, imagée et symbolique (en se limitant aux nombres entiers). [C, L, R, V]

Indicateurs de rendement

N01.01 Représenter un carré parfait donné sous la forme d’une région carrée à l’aide du matériel de manipulation (papier quadrillé, formes carrées, etc.).

N01.02 Déterminer les facteurs d’un carré parfait donné et expliquer pourquoi l’un de ces facteurs est la racine carrée, tandis que les autres ne la sont pas.

N01.03 Déterminer si un nombre donné est ou n’est pas un carré parfait à l’aide du matériel de manipulation et de stratégies, par exemple en utilisant des formes carrées ou du papier quadrillé ou en décomposant le nombre en facteurs premiers et en expliquant son le raisonnement.

N01.04 Déterminer la racine carrée d’un carré parfait donné et la prendre en note sous forme symbolique.

N01.05 Déterminer le carré d’un nombre donné.

N02 On s’attend à ce que les élèves déterminent la valeur approximative de la racine carrée de nombres qui ne sont pas des carrés (en se limitant aux nombres entiers). [C, L, CM, R, T]

Indicateurs de rendement

N02.01 Faire une estimation de la racine carrée d’un nombre donné qui n’est pas un carré parfait en utilisant du matériel comme des formes carrées et du papier quadrillé et des stratégies comme l’utilisation des racines de carrés parfaits comme repères.

N02.02 Déterminer la valeur approximative de la racine carrée d’un nombre donné qui n’est pas un carré parfait à l’aide de la technologie (calculatrice ou ordinateur).

N02.03 Expliquer pourquoi la racine carrée d’un nombre déterminé à l’aide d’une calculatrice est parfois une approximation.

N02.04 Trouver un nombre dont la racine carrée se situe entre deux nombres donnés.

N03 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent et sont capables de résoudre des problèmes faisant intervenir des pourcentages supérieurs ou égaux à 0 p. 100. [L, CM, RP, R, V]

Indicateurs de rendement

N03.01 Fournir des contextes dans lesquels un pourcentage peut être entre 0 p. 100 et 1 p. 100, entre 1 p. 100 et 100 p. 100 ou supérieur à 100 p. 100.
N03.02 Représenter un pourcentage fractionnel donné à l'aide du matériel concret et de représentations imagées.
N03.03 Représenter un pourcentage donné supérieur à 100 p. 100 à l'aide du matériel concret et de représentations imagées.
N03.04 Déterminer le pourcentage représenté par une région hachurée donnée sur du papier quadrillé et le prendre en note sous la forme d'un nombre décimal, d'une fraction ou d'un pourcentage.
N03.05 Exprimer un pourcentage donné sous forme décimale ou fractionnaire.
N03.06 Exprimer un nombre décimal donné sous forme décimale ou fractionnaire.
N03.07 Exprimer une fraction donnée sous forme décimale ou fractionnaire.
N03.08 Résoudre un problème donné faisant intervenir des pourcentages donnés à l'aide du calcul mental, avec un papier et un crayon ou avec la technologie, selon ce qui est approprié.
N03.09 Résoudre un problème donné faisant intervenir le pourcentage d'un pourcentage.

N04 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les rapports et les taux. [C, L, V]

Indicateurs de rendement

N04.01 Expliquer la relation de multiplication que renferme le concept de rapport.
N04.02 Exprimer un rapport à deux termes tiré d'un contexte donné sous forme imagée et le prendre en note à l'aide des formes « 3:5 » et « 3 à 5 ».
N04.03 Exprimer un rapport à deux termes tiré d'un contexte donné sous les formes « 4:7 : 3 » et « 4 à 7 à 3 ».
N04.04 Exprimer un rapport *partie-à-partie* sous la forme d'une fraction *partie-à-tout*.
N04.05 Mettre en évidence et décrire des rapports et des taux (notamment des taux à l'unité) à partir d'exemples tirés de la vie quotidienne et les prendre en note sous forme symbolique.
N04.06 Exprimer un taux donné à l'aide de mots ou de symboles.
N04.07 Exprimer un rapport donné sous la forme d'un pourcentage et expliquer la raison pour laquelle un taux ne peut pas être représenté sous forme de pourcentage.

N05 On s'attend à ce que les élèves résolvent des problèmes faisant intervenir des taux, des rapports et des raisonnements proportionnels.[C, L, CM, RP, R]

Indicateurs de rendement

N05.01 Expliquer la signification de $\frac{a}{b}$ dans un contexte donné.
N05.02 Fournir un exemple tiré de la vie quotidienne dans lequel $\frac{a}{b}$ représente une fraction, un taux, un rapport, un quotient et une probabilité.
N05.03 Trouver le sens d'une situation faisant intervenir la proportionnalité à l'aide d'images, de modèles ou du matériel de manipulation.
N05.04 Faire la distinction entre contextes proportionnels et contextes non proportionnels.
N05.05 Utiliser des relations de multiplication pour comparer des quantités et faire des prédictions sur la valeur d'une quantité d'après les valeurs d'une autre.

N05.06 Utiliser de multiples méthodes pour résoudre des problèmes faisant intervenir la proportionnalité et comprendre que ces méthodes sont apparentées.
N05.07 Utiliser des estimations pour déterminer la vraisemblance d'une réponse.
N05.08 Résoudre un problème faisant intervenir la proportionnalité à l'aide du calcul mental, avec un papier et un crayon ou avec la technologie, selon ce qui est approprié.
N05.09 Résoudre un problème donné faisant intervenir des taux, des rapports ou des pourcentages à l'aide du calcul mental, avec un papier et un crayon ou avec la technologie, selon ce qui est approprié.
N05.10 Créer des problèmes qui sont des exemples de raisonnement proportionnel.

N06 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la multiplication et la division de fractions et de nombres fractionnaires de signe positif, sous forme concrète, imagée et symbolique. [C, L, CM, RP]

Indicateurs de rendement

N06.01 Définir l'opération appropriée pour résoudre un problème faisant intervenir des fractions positives.
N06.02 Fournir un contexte exigeant la multiplication de deux fractions positives données.
N06.03 Fournir un contexte exigeant la division de deux fractions positives données.
N06.04 Estimer le produit de deux fractions propres positives pour déterminer si le produit est plus près de 0, de $\frac{1}{2}$ ou de 1.
N06.05 Estimer le quotient de deux fractions positives données en utilisant des nombres entiers comme points de repère.
N06.06 Exprimer un nombre fractionnaire positif donné sous forme de fraction impropre positive et une fraction impropre positive donnée sous forme de nombre fractionnaire.
N06.07 Modéliser la multiplication d'une fraction positive par un nombre entier positif sous forme concrète ou imagée et prendre en note la marche à suivre.
N06.08 Modéliser la multiplication d'une fraction positive par une fraction positive sous forme concrète ou imagée à l'aide du concept de surface et prendre en note la marche à suivre.
N06.09 Modéliser la division d'une fraction propre positive par un nombre entier sous forme concrète ou imagée et prendre en note la marche à suivre.
N06.10 Modéliser la division d'un nombre entier par une fraction propre positive sous forme concrète ou imagée à l'aide du concept de surface et prendre en note la marche à suivre.
N06.11 Modéliser la division d'une fraction propre positive par une fraction propre positive sous forme imagée et prendre en note la marche à suivre.
N06.12 Énoncer et appliquer des règles générales pour multiplier et diviser des fractions positives, y compris des nombres fractionnaires.
N06.13 Résoudre sous forme symbolique un problème donné comportant des fractions positives, en tenant compte de la priorité des opérations et en se limitant aux problèmes ayant des solutions positives et excluant les exposants.

N07 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la multiplication et la division de nombres entiers, sous forme concrète, imagée et symbolique. [C, L, RP, R, V]

Indicateurs de rendement

N07.01 Trouver l'opération requise pour résoudre un problème donné comportant des nombres entiers.
N07.02 Fournir un contexte exigeant la multiplication de deux nombres entiers.
N07.03 Fournir un contexte exigeant la division de deux nombres entiers.

N07.04 Modéliser la multiplication de deux nombres entiers donnés à l'aide du matériel de manipulation ou de représentations imagées et prendre en note la marche à suivre.
N07.05 Modéliser la division de deux nombres entiers donnés à l'aide du matériel de manipulation ou de représentations imagées et prendre en note la marche à suivre.
N07.06 Énoncer et appliquer une règle générale pour déterminer le signe du produit et du quotient de nombres entiers.
N07.07 Résoudre un problème donné faisant intervenir la division d'un nombre entier à deux chiffres par un nombre entier à un chiffre sans utiliser la technologie.
N07.08 Résoudre un problème donné faisant intervenir la division d'un nombre entier à deux chiffres par un nombre entier à deux chiffres mentalement ou à l'aide de la technologie, selon ce qui est approprié.
N07.09 Résoudre sous forme symbolique un problème donné faisant intervenir des nombres entiers, en tenant compte de la priorité des opérations si nécessaire.

RÉGULARITÉS ET RELATIONS (RR)

RR01 On s'attend à ce que les élèves fassent la représentation graphique et l'analyse de relations linéaires à deux variables. [C, CM, RP, R, T, V]

Indicateurs de rendement
RR01.01 Déterminer, à partir d'une équation donnée, la valeur manquante dans une paire ordonnée.
RR01.02 Créer une table de valeurs en substituant des valeurs à une variable dans l'équation d'une relation linéaire donnée.
RR01.03 Construire un graphique correspondant à l'équation d'une relation linéaire donnée (en se limitant à des données discrètes).
RR01.04 Décrire la relation entre les variables d'un graphique donné.

RR02 On s'attend à ce que les élèves modélisent et résolvent des problèmes sous forme concrète, imagée et symbolique dans lesquels *a, b* et *c* sont des nombres entiers, avec des équations linéaires de la forme

- $ax = b$
- $\frac{x}{a} = b,\ a \neq 0$
- $ax + b = c$
- $\frac{x}{a} + b = c,\ a \neq 0$
- $a(x + b) = c$

[C, L, RP, V]

Indicateurs de rendement

RR02.01 Modéliser un problème donné faisant intervenir une équation linéaire et résoudre l'équation à l'aide du matériel concret.
RR02.02 Vérifier la solution d'une équation linéaire donnée de diverses façons, y compris à l'aide du matériel de manipulation, de diagrammes et de la substitution.
RR02.03 Représenter visuellement les étapes requises pour résoudre une équation mathématique donnée et prendre en note chaque étape sous forme symbolique.
RR02.04 Résoudre une équation linéaire donnée sous forme symbolique.
RR02.05 Trouver et corriger une erreur dans la solution d'une équation linéaire donnée.
RR02.06 Résoudre une équation linéaire donnée à l'aide de la distributivité.
RR02.07 Résoudre un problème donné à l'aide d'une équation linéaire et prendre en note la marche à suivre.

MESURE (M)

M01 On s'attend à ce que les élèves établissent et mettent en application le théorème de Pythagore pour résoudre des problèmes. [L, RP, R, T, V]

Indicateurs de rendement
M01.01 Modéliser et expliquer le théorème de Pythagore de façon concrète et imagée ou à l'aide de la technologie.
M01.02 Expliquer, à l'aide d'exemples, le fait que le théorème de Pythagore s'applique uniquement aux triangles rectangles.
M01.03 Déterminer si un triangle donné est un triangle rectangle ou non à l'aide du théorème de Pythagore.
M01.04 Résoudre un problème donné dans lequel il faut déterminer la longueur du troisième côté d'un triangle rectangle dont on connait la longueur des deux autres côtés.
M01.05 Résoudre un problème donné comportant des triples de Pythagore.

M02 On s'attend à ce que les élèves dessinent et construisent des développements pour des objets à trois dimensions. [C, L, RP, V]

Indicateurs de rendement
M02.01 Apparier un développement donné à l'objet à trois dimensions qu'il représente.
M02.02 Construire un objet à trois dimensions à partir de son développement.
M02.03 Tracer des développements d'objets à trois dimensions donnés, comme des cylindres droits, des prismes droits à base rectangulaire et des prismes droits à base triangulaire, puis vérifier en construisant l'objet à partir de son développement.
M02.04 Prédire les objets à trois dimensions qui pourraient être construits à partir de développements donnés et vérifier les prédictions.

M03 On s'attend à ce que les élèves déterminent l'aire de la surface de prismes droits à base rectangulaire, de prismes droits à base triangulaire et de cylindres droits pour résoudre des problèmes. [C, L, RP, R, V]

Indicateurs de rendement

M03.01 Expliquer, à l'aide d'exemples, la relation entre l'aire de figures à deux dimensions et l'aire de la surface d'un objet à trois dimensions donné.
M03.02 Définir toutes les faces d'un prisme donné, notamment d'un prisme droit à base rectangulaire et d'un prisme droit à base triangulaire.
M03.03 Définir toutes les faces d'un cylindre droit donné.
M03.04 Décrire et appliquer des stratégies pour déterminer l'aire de la surface d'un prisme droit donné à base rectangulaire ou triangulaire.
M03.05 Décrire et appliquer des stratégies permettant de déterminer l'aire de la surface d'un cylindre droit donné.
M03.06 Résoudre un problème donné faisant intervenir l'aire de la surface.

M04 On s'attend à ce que les élèves établissent et mettent en application des formules pour déterminer le volume de prismes droits à base rectangulaire, de prismes droits à base triangulaire et de cylindres droits. [C, L, RP, R, V]

Indicateurs de rendement
M04.01 Déterminer le volume d'un prisme droit donné, étant donné l'aire de la base.
M04.02 Énoncer une règle générale pour déterminer le volume de cylindres droits et l'appliquer.
M04.03 Expliquer la relation entre l'aire de la base d'un objet droit à trois dimensions donné et la formule pour calculer son volume.
M04.04 Démontrer que l'orientation d'un objet à trois dimensions donné n'affecte pas son volume
M04.05 Appliquer une formule pour résoudre un problème donné faisant intervenir le volume d'un cylindre droit ou d'un prisme droit.

GÉOMÉTRIE (G)

G01 On s'attend à ce que les élèves dessinent et interprètent des vues de dessus, de devant et de côté d'objets à trois dimensions composés de prismes droits à base rectangulaire.[C, L, R, T, V]

Indicateurs de rendement
G01.01 Dessiner et annoter sur du papier isométrique les vues de dessus, de face et de côté d'un objet à trois dimensions donné.
G01.02 Comparer les différentes vues d'un objet à trois dimensions donné à l'objet lui-même.
G01.03 Prédire les vues de dessus, de face et de côté à l'issue d'une rotation telle qu'elle est décrite (qui se limite à des multiples de 90 degrés) et vérifier les prédictions.
G01.04 Dessiner et annoter les vues de dessus, de face et de côté à l'issue d'une rotation donnée (qui se limite à des multiples de 90 degrés) d'un objet à trois dimensions.
G01.05 Construire un objet à trois dimensions à partir des vues de dessus, de face et de côté, avec ou sans l'aide de la technologie.
G01.06 Dessiner et annoter les vues de dessus, de face et de côté d'un objet à trois dimensions observé dans l'environnement, avec ou sans l'aide de la technologie.

G02 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la congruence de polygones subissant une transformation. [L, R, V]

Indicateurs de rendement

G02.01 Déterminer les coordonnées des sommets d'une image après une combinaison donnée de transformations de la figure de départ.

G02.02 Dessiner la figure de départ et déterminer les coordonnées de ses sommets à partir des coordonnées des sommets de l'image et d'une description de la transformation (translation, rotation, réflexion).

LA STATISTIQUE ET LA PROBABILITÉ (SP)

SP01 On s'attend à ce que les élèves fassent la critique de façons de représenter des données. [C, R, T, V]

Indicateurs de rendement

SP01.01 Comparer les informations provenant d'un ensemble donné de diagrammes construits à partir des mêmes données, avec des diagrammes circulaires, des diagrammes linéaires, des diagrammes à bandes, des diagrammes à double bande et des pictogrammes, afin de déterminer les avantages et les désavantages de chaque diagramme.

SP01.02 Indiquer les avantages et les désavantages de différents diagrammes, notamment des diagrammes circulaires, des diagrammes linéaires, des diagrammes à bandes, des diagrammes à double bande, des pictogrammes, pour représenter un ensemble donné de données.

SP01.03 Justifier le choix d'une représentation graphique pour une situation donnée et l'ensemble de données qui lui correspond.

SP01.04 Expliquer en quoi le format d'un diagramme donné (taille des intervalles, largeur des bandes, représentation visuelle, etc.), peut entrainer l'interprétation erronée des données représentées.

SP01.05 Expliquer en quoi le choix d'un format donné peut mener à une fausse représentation des données.

SP01.06 Mettre en évidence les conclusions qui ne sont pas compatibles avec un ensemble de données ou un diagramme donné et expliquer pourquoi ces interprétations sont fautives.

SP02 On s'attend à ce que les élèves résolvent des problèmes faisant intervenir la probabilité d'évènements indépendants. [C, L, RP, T]

Indicateurs de rendement

SP02.01 Déterminer la probabilité de deux évènements indépendants donnés et vérifier cette probabilité à l'aide d'une stratégie différente.

SP02.02 Énoncer et appliquer une règle générale pour déterminer la probabilité d'évènements indépendants.

SP02.03 Résoudre un problème donné qui comprend la détermination de la probabilité d'évènements indépendants.

Processus mathématiques

Dans un programme de mathématiques, il y a des éléments auxquels les élèves doivent absolument être exposés pour être en mesure d'atteindre les objectifs de ce programme et acquérir le désir de poursuivre leur apprentissage des mathématiques pendant le reste de leur vie.

On s'attend à ce que les élèves :

- communiquent pour apprendre des concepts et pour exprimer leur compréhension (Communication [C])
- développent de nouvelles connaissances en mathématiques et les appliquent pour résoudre des problèmes (Résolution de problèmes [RP])
- établissent des liens entre des idées et des concepts mathématiques, des expériences de la vie de tous les jours et d'autres disciplines (Liens [L])
- démontrent une habileté en calcul mental et en estimation (Calcul mental et estimation [CE])
- choisissent et utilisent des outils technologiques pour apprendre et pour résoudre des problèmes (Technologie [T])
- développent des habiletés en visualisation pour faciliter le traitement d'informations, l'établissement de liens et la résolution de problèmes (Visualisation [V])
- développent le raisonnement mathématique (Raisonnement [R])

Ces sept processus mathématiques interdépendants font partie du *Programme d'études de mathématiques*. Ils devraient s'incorporer à l'enseignement et à l'apprentissage. Chaque processus est représenté par une lettre tel qu'indiqué dans l'encadré suivant :

Les clés des processus

[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CE]** Calcul mental et estimation
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

La communication [C]

Les élèves doivent avoir des occasions de lire et d'écrire de courts textes au sujet de notions mathématiques, d'en représenter, d'en voir, d'en parler, d'en entendre parler et d'en discuter en français. Cela favorise chez eux la création de liens entre la langue et leurs idées, et entre le langage formel et les symboles mathématiques.

La communication joue un rôle important dans l'éclaircissement, l'approfondissement et la rectification d'idées, d'attitudes et de croyances relatives aux mathématiques. L'utilisation d'une variété de formes de communication par les élèves ainsi que le recours à la terminologie mathématique doivent être encouragés tout au long de leur apprentissage des mathématiques.

Les élèves doivent être capables de communiquer des idées mathématiques de plusieurs façons et dans des contextes variés. La communication aidera les élèves à établir des liens entre les représentations concrètes, imagées, symboliques, orales, écrites et mentales de concepts mathématiques. Les élèves doivent communiquer quotidiennement leurs apprentissages en mathématiques. Ce qui leur permet de réfléchir, de valider et de clarifier leurs pensées et permet aux enseignants d'examiner avec perspicacité comment les élèves interprètent les idées mathématiques.

La résolution de problèmes [RP]

À tous les niveaux, l'apprentissage des mathématiques devrait être centré sur la résolution de problèmes. Lorsque des élèves font face à des situations nouvelles et répondent à des questions telles que *« Comment devriez-vous...? »* ou *« Comment pourriez-vous...? »*, le processus de résolution de problèmes est enclenché. Les élèves peuvent développer leurs stratégies personnelles de résolution de problèmes en demeurant ouverts aux suggestions, en discutant et en testant différentes stratégies.

Pour qu'une activité soit basée sur la résolution de problèmes, il faut demander aux élèves de trouver une façon d'utiliser leurs connaissances antérieures pour arriver à la solution recherchée. Si on a déjà donné aux élèves des façons de résoudre le problème, il ne s'agit plus d'un problème, mais d'un exercice. Un vrai problème exige que les élèves utilisent leurs connaissances antérieures d'une façon différente et dans un nouveau contexte. La résolution de problèmes est donc une activité qui amène une profonde compréhension des concepts et un engagement de l'élève. Celui-ci doit donc développer cette compréhension et démontrer son engagement, sa persévérance et sa collaboration.

La résolution de problèmes est un outil pédagogique puissant, qui encourage l'élaboration de multiples solutions créatives et novatrices. Par ailleurs, un environnement dans lequel les élèves se sentent libres de rechercher ouvertement différentes stratégies contribue au fondement de leur confiance en eux-mêmes et les encourage à prendre des risques.

L'exposition à une grande variété de problèmes dans tous les domaines mathématiques permet aux élèves d'explorer diverses méthodes de résolution et de vérification de problèmes. En outre, ils sont mis au défi de trouver des solutions aux problèmes multiples et de créer leurs propres problèmes.

Les liens [L]

La mise en contexte et l'établissement de liens avec les expériences de l'apprenant jouent un rôle important dans le développement de leur compréhension des mathématiques. Cela peut être particulièrement vrai pour les apprenants des Premières nations, des Métis et des Inuits. Lorsque des liens sont créés entre des idées mathématiques ou entre ces idées et des phénomènes concrets, les élèves peuvent constater que les mathématiques sont utiles, pertinentes et intégrées.

L'apprentissage des mathématiques en contexte et l'établissement de liens pertinents à l'apprenant peuvent valider des expériences antérieures et accroître la volonté de l'élève à participer et à s'engager activement.

Le cerveau recherche et établit sans cesse des liens et des relations, et : « *Étant donné que l'apprenant est constamment à la recherche de liens, et ce, à plusieurs niveaux, ses enseignants doivent orchestrer des expériences desquelles l'apprenant tirera une compréhension. Les recherches sur le cerveau ont déjà démontré que des expériences multiples, complexes et concrètes, sont essentielles à un apprentissage et à un enseignement constructifs.* » (CAINE et CAINE, 1991, p. 5 [traduction])

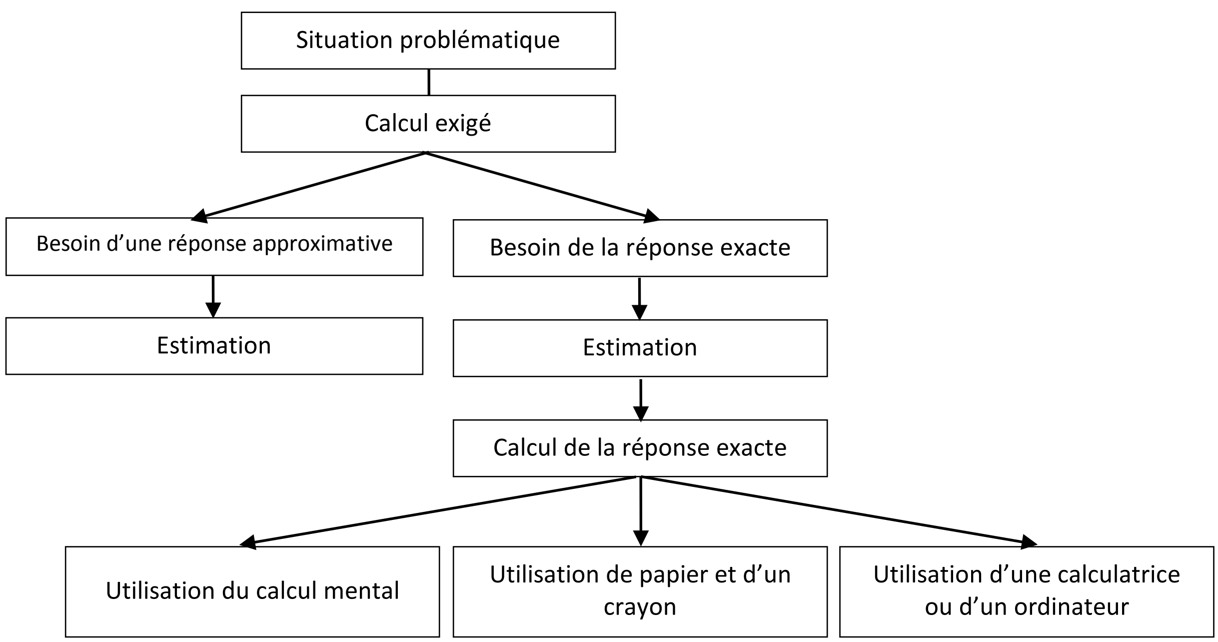
Le calcul mental et l'estimation [CE]

Le calcul mental combine plusieurs stratégies cognitives renforçant la souplesse de la réflexion et le sens du nombre. Il consiste à faire des calculs dans sa tête sans avoir recours à un support externe. Le calcul mental permet aux élèves de trouver des réponses sans avoir à se servir de papier et d'un crayon. Il les aide à maitriser les calculs en renforçant leur efficacité, leur exactitude et leur souplesse. « Ce qui est encore plus important que l'exécution des procédures de calcul ou l'utilisation d'une calculatrice, c'est le besoin qu'ont les élèves — aujourd'hui plus que jamais — d'être plus à l'aise dans les estimations et le calcul mental. » (NCTM, mai 2005)

Les élèves qui maitrisent le calcul mental « sont libérés de leur dépendance vis-à-vis de la calculatrice, prennent de l'assurance en mathématiques, acquièrent une plus grande souplesse dans la réflexion et arrivent mieux à utiliser de multiples méthodes pour résoudre les problèmes » (RUBENSTEIN, 2001). Le calcul mental « est la pierre angulaire de tous les processus d'estimation, car il offre divers algorithmes et techniques non standards pour trouver les réponses » (HOPE, 1988, p. v)

L'estimation est une stratégie permettant de déterminer approximativement la valeur ou la quantité recherchée, généralement en se référant à des données de départ ou à des repères, ou encore de déterminer dans quelle mesure les valeurs qu'on a calculées sont raisonnables. Il faut que les élèves sachent quelle stratégie utiliser pour faire des estimations, quand l'utiliser et comment. On se sert de l'estimation pour porter des jugements mathématiques et pour acquérir des stratégies utiles et efficaces permettant de gérer les situations de la vie quotidienne.

Tant pour le calcul mental que pour les estimations, il faut que les élèves acquièrent leurs compétences en contexte et non de façon isolée, pour qu'ils sachent les mettre en application pour résoudre des problèmes. Chaque fois qu'un problème exige un calcul, il faut que l'élève suive le processus de prise de décisions illustré ci-dessous.



Pour être capable de faire des estimations, il faut avoir de bonnes bases en calcul mental. Les deux sont nécessaires dans bon nombre d'activités de la vie quotidienne et il convient d'offrir fréquemment aux élèves des occasions de s'entrainer à appliquer ces compétences.

La technologie [T]

La technologie contribue à l'apprentissage d'une gamme étendue de résultats d'apprentissage et permet aux élèves d'explorer et de créer des régularités, d'étudier des relations, de tester des conjectures et de résoudre des problèmes.

À l'aide de la technologie, les élèves peuvent :

- explorer et démontrer des relations et des régularités mathématiques
- organiser et présenter des données
- faire des extrapolations et des interpolations
- faciliter des calculs dans le contexte de la résolution de problèmes
- réduire le temps consacré à de longs calculs lorsque d'autres apprentissages ont la priorité
- approfondir leur connaissance des opérations de base
- développer leurs propres algorithmes de calcul
- créer des régularités géométriques
- simuler des situations
- développer leur sens des nombres

L'usage des calculatrices est recommandé pour améliorer la résolution de problèmes, encourager la découverte des régularités dans les nombres et consolider la compréhension conceptuelle des relations numériques. Cependant, elles ne remplacent pas l'acquisition des concepts et des habiletés. Le choix judicieux des logiciels peut offrir des situations intéressantes de résolution de problèmes et des applications.

La technologie contribue à un environnement d'apprentissage propice à la curiosité grandissante des élèves, qui peut les mener à de belles découvertes en mathématiques, et ce, à tous les niveaux. Bien que la technologie soit recommandée, de la maternelle à la troisième année, pour enrichir l'apprentissage, on s'attend à ce que les élèves réalisent les résultats d'apprentissage sans l'usage de cette technologie.

La visualisation [V]

La visualisation « *met en jeu la capacité de penser en images, de percevoir, de transformer et de recréer différents aspects du monde visuel et spatial.* » (ARMSTRONG, 1993, p. 10 [Traduction]) Le recours à la visualisation dans l'étude des mathématiques facilite la compréhension de concepts mathématiques et l'établissement de liens entre eux.

Les images et le raisonnement par l'image jouent un rôle important dans le développement du sens du nombre, du sens de l'espace et du sens de la mesure.

La visualisation du nombre a lieu quand les élèves créent des représentations mentales des nombres. La capacité de créer, d'interpréter et de décrire une représentation visuelle fait partie du sens spatial ainsi que du raisonnement spatial. La visualisation et le raisonnement spatial permettent aux élèves de décrire les relations parmi et entre des objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions. « *Le développement du sens de la mesure va au-delà de l'acquisition d'habiletés spécifiques en matière de mesurage. Le sens de la mesure inclut l'habileté de juger quand il est nécessaire de prendre des mesures et quand il est approprié de faire des estimations ainsi que la connaissance de plusieurs stratégies d'estimation.* » (SHAW et CLIATT, 1989 [Traduction])

L'utilisation du matériel concret, de la technologie et d'une variété de représentations visuelles contribue au développement de la visualisation.

Le raisonnement [R]

Le raisonnement aide les élèves à penser de façon logique et à saisir le sens des mathématiques. Les élèves doivent développer de la confiance dans leurs habiletés à raisonner et à justifier leurs raisonnements mathématiques. Le défi relié aux questions d'un niveau plus élevé incite les élèves à penser et à développer leur curiosité envers les mathématiques.

Que ce soit dans une salle de classe ou non, des expériences mathématiques fournissent des occasions propices aux élèves pour développer leur habileté à raisonner. Les élèves peuvent expérimenter et noter des résultats, analyser leurs observations, faire et vérifier des généralisations à partir de régularités. Les élèves peuvent arriver à de nouvelles conclusions en construisant sur ce qui est déjà connu ou supposé être vrai.

Les habiletés de raisonnement permettent aux élèves d'utiliser un processus logique pour analyser un problème pour arriver à une conclusion et pour justifier ou pour défendre cette conclusion.

Nature des mathématiques

Les mathématiques font partie des outils qui contribuent à la compréhension, à l'interprétation et à la description du monde dans lequel nous vivons. La définition de la nature des mathématiques comporte plusieurs éléments, auxquels on fera référence d'un bout à l'autre du présent document. Ces éléments incluent le changement, la constance, le sens du nombre, les régularités, les relations, le sens de l'espace et l'incertitude.

Le changement

Il est important que les élèves se rendent compte que les mathématiques sont en état d'évolution constante et ne sont pas statiques. Ainsi, le fait de reconnaître le changement constitue un élément clé de la compréhension et de l'apprentissage des mathématiques.

« *En mathématiques, les élèves sont exposés à des modalités de changement et ils devront tenter d'en fournir des explications. Pour faire des prédictions, les élèves doivent décrire et quantifier leurs observations, y rechercher des régularités, et décrire les quantités qui restent invariables et celles qui varient. Par exemple, la suite 4, 6, 8, 10, 12, … peut être décrite de différentes façons, y compris les suivantes :*

- *le nombre de perles d'une couleur spécifique dans chaque rangée d'une broderie perlée*
- *compter par sauts de 2, à partir de 4*
- *une suite arithmétique, avec 4 comme premier terme, et une raison arithmétique de 2*
- *une fonction linéaire ayant un domaine discret* »

(Steen, 1990, p. 184 [Traduction])

La constance

« *La constance peut être décrite de bien des façons, soit en termes de stabilité, de conservation, d'équilibre, d'états stationnaires et de symétrie.* »(AAAS – Benchmarks, 1993, p. 270 [Traduction])

Les mathématiques, comme toutes les sciences, ont pour objets des phénomènes qui demeurent stables, inchangés (autrement dit, *constants*), quelles que soient les conditions externes dans lesquelles ils sont testés. En voici quelques exemples :

- Le rapport entre la circonférence et le diamètre d'un tipi est le même peu importe la longueur des poteaux.
- Pour tout triangle, la somme des angles intérieurs de ce triangle est toujours égale à 180°.
- La probabilité théorique d'obtenir le côté face après avoir lancé une pièce de monnaie est de 0,5.

Le sens du nombre

« *Le sens du nombre, dont certains pourraient dire qu'il s'agit d'une simple intuition, constitue la base la plus fondamentale de la numératie.* » (MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE LA COLOMBIE-BRITANNIQUE, 2000, p. 146 [Traduction]). Un sens véritable du nombre va bien au-delà de l'habileté à savoir compter, à mémoriser des faits et à appliquer de façon procédurale des algorithmes en situation. La maîtrise des faits devrait être acquise par l'élève en développant leur sens du nombre. La maîtrise des faits facilite les calculs plus complexes, mais ne devrait pas être atteinte au dépend de la compréhension du sens du nombre. Le développement du sens du nombre chez l'élève se fait à partir de l'établissement de liens entre les nombres et son propre vécu ainsi qu'en ayant recours à des repères et à des référents. Ce qui en résulte, c'est un élève qui possède un raisonnement de calcul fluide, qui développe de la souplesse avec les nombres et qui, en fin de compte, développe une intuition du nombre. L'évolution du sens du nombre est généralement un dérivé de l'apprentissage plutôt que le résultat d'un enseignement direct. Cependant, l'élève développe le sens du nombre en réalisant des tâches mathématiques significatives où il leur est possible d'établir des liens avec leurs expériences individuelles et leurs apprentissages antérieurs.

Les relations

Les mathématiques sont un outil pour exprimer des faits naturels étroitement liés dans une perception globale du monde. Les mathématiques sont utilisées pour décrire et expliquer des relations. La recherche de relations au sein des nombres, des ensembles, des figures et des objets fait partie de l'étude des mathématiques. Cette recherche de relations possibles nécessite la collection et l'analyse de données numériques ainsi que la description de relations, de façon imagée, symbolique, orale ou écrite.

Les régularités

Les mathématiques traitent de la reconnaissance, de la description et de la manipulation de régularités numériques et non numériques. Les régularités figurent dans tous les domaines. C'est en travaillant avec des régularités que les élèves établissent des liens à l'intérieur et au-delà des mathématiques. Ces habiletés contribuent à la fois aux interactions des élèves avec leur environnement et à la compréhension qui en découle. Les régularités peuvent être représentées de façon concrète, visuelle ou symbolique. Les élèves devraient développer une facilité de passer d'une représentation à une autre. Les élèves doivent apprendre à reconnaître, prolonger, créer et utiliser des régularités mathématiques. Les régularités permettent aux élèves de faire des prédictions et de justifier leur raisonnement dans la résolution de problèmes routiniers et non routiniers. C'est en apprenant à travailler avec les régularités dès leurs premières années que les élèves développent leur pensée algébrique, élément fondamental des mathématiques plus abstraites des années à venir.

Le sens spatial

Le sens spatial comprend la visualisation, l'imagerie mentale et le raisonnement spatial. Ces habiletés jouent un rôle crucial dans la compréhension des mathématiques. Le sens spatial se développe par le biais d'expériences variées et d'interactions des élèves avec leur environnement. Il contribue à la capacité des élèves de résoudre des problèmes comprenant des objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions. Le sens spatial est un moyen d'interpréter l'environnement physique ainsi que les objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions et d'y réfléchir. Il y a des problèmes qui exigent l'établissement de liens entre des nombres et des unités de mesure, et les dimensions de certains objets. Le sens spatial permet aux élèves de prédire les effets qu'aura la modification de ces dimensions, ex. : en doublant la longueur du côté d'un carré, on augmente son aire selon un facteur de quatre. En bref, le sens spatial leur permet de créer leurs propres représentations des formes et des objets et de les communiquer aux autres.

L'incertitude

En mathématiques, les interprétations de données et les prédictions basées sur des données peuvent manquer de certitude. Certains évènements et expériences génèrent des ensembles de données statistiques qui peuvent être utilisés pour faire des prédictions. Il est important de reconnaître que les prédictions (interpolations et extrapolations) basées sur ces régularités comportent nécessairement un certain degré d'incertitude. La qualité d'une interprétation est directement reliée à la qualité des données. Les élèves qui ont conscience de l'incertitude sont en mesure d'interpréter des données et d'en évaluer la fiabilité. La chance renvoie à la prévisibilité d'un résultat donné. Au fur et à mesure que les élèves développent leur compréhension de la probabilité, le langage mathématique gagne en spécificité et permet de décrire le degré d'incertitude de façon plus précise.

Format du programme

Ce guide présente le programme d'études de mathématiques sous un format permettant à l'enseignant de voir facilement la portée des résultats d'apprentissage que les élèves sont censés atteindre pendant l'année. On encourage les enseignants, cependant, à tenir compte de ce qui vient avant et de ce qui vient ensuite, afin de mieux comprendre la place qu'occupe l'apprentissage de l'élève à un niveau de scolarisation particulier dans le cadre plus général du développement des concepts et des compétences.

L'ordre de présentation dans le document ne fait aucune supposition et n'impose aucune restriction concernant l'ordre de présentation dans la salle de classe. Il présente simplement les résultats d'apprentissage spécifiques dans le cadre des résultats d'apprentissage généraux du programme (RAG).

Le pied de page indique le nom du cours et le domaine d'études figure en entête. Lorsqu'on introduit un résultat d'apprentissage spécifique (RAS) donné, il s'accompagne des processus mathématiques et des indicateurs de rendement correspondants. On présente ensuite la portée et l'ordre, qui permettent de mettre le RAS en rapport avec les RAS du niveau de scolarisation précédent et du niveau de scolarisation suivant. Pour chaque RAS, on fournit également des informations contextuelles, des stratégies d'évaluation, des suggestions de stratégies d'enseignement, des suggestions de modèles et d'un matériel de manipulation, le langage mathématique et une section pour les ressources et les notes.

Dans chaque section, il convient d'utiliser les questions pour guider la réflexion pour faciliter la préparation de l'unité et de la leçon.

Stratégies d'évaluation

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles sont les méthodes et activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Que devrai-je faire pour assurer la concordance entre mes stratégies d'évaluation et mes stratégies d'enseignement?

Suivi sur l'évaluation

Il convient de définir l'enseignement en fonction des données rassemblées sur l'apprentissage à partir de la participation et des travaux des élèves.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?
- Donnez des exemples d'observations qu'on peut faire en temps voulu à l'intention des élèves.

Planification de l'enseignement

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Est-ce que la leçon concorde avec mon plan pour l'année ou le module?
- Comment incorporer les processus indiqués pour ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et expériences d'apprentissage devrais-je proposer pour favoriser la réalisation des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources didactiques devrais-je utiliser?
- Comment devrais-je m'y prendre pour répondre aux besoins des élèves dans toute leur diversité?

RAS		
Processus Mathématiques		
[C] Communication	**[T]** Technologie	**[V]** Visualisation
[CM] Calcul mental et estimations		**[L]** Liens
[RP] Résolution de problèmes		**[R]** Raisonnement

Indicateurs de rendement

Décrivez les indicateurs permettant d'observer les élèves pour voir s'ils sont parvenus au résultat d'apprentissage spécifique souhaité.

Portée et séquence

RAS du niveau scolaire ou cours précédent
RAS du niveau scolaire actuel
RAS du niveau scolaire ou cours suivant

Contexte

Décrivez les « grandes idées » à dégager et leurs liens avec le travail effectué au niveau scolaire précédent ou dans les cours suivants.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES
Exemples de tâches qu'on peut utiliser pour déterminer les connaissances préalablement acquises par les élèves.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES
Suggestions d'activités et de questions spécifiques qu'on peut utiliser tant pour l'enseignement que pour l'évaluation.

Suivi sur l'évaluation

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Stratégies suggérées pour la planification des leçons au quotidien.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

Suggestions d'approches et de stratégies générales pour l'enseignement de ce résultat d'apprentissage.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Terminologie mathématique pour l'enseignant et pour l'élève liée au résultat d'apprentissage.

Ressources/Notes

Contextes d'apprentissage et d'enseignement

Convictions concernant les élèves et l'apprentissage des mathématiques

« Il faut que les élèves apprennent les mathématiques avec une bonne compréhension, en cherchant délibérément à s'appuyer sur leur expérience et leurs acquis antérieurs pour développer leurs nouvelles connaissances. » (NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS, 2000, p. 20)

Le programme d'études de mathématiques de la Nouvelle-Écosse se fonde sur plusieurs présupposés ou convictions concernant l'apprentissage des mathématiques, qui découlent des travaux de recherche et de la pratique de l'enseignement. Ces convictions sont les suivantes :

- L'apprentissage des mathématiques est un processus actif et constructif.
- Le meilleur apprentissage se fait quand on définit clairement les attentes et qu'on offre un processus continu d'évaluation et de rétroaction.
- Les apprenants sont des individus qui ont un bagage consistant en toutes sortes de connaissances et d'expériences acquises antérieurement et qui effectuent leur apprentissage selon divers styles et à diverses cadences.
- Pour qu'il y ait un véritable apprentissage, il faut offrir des contextes pertinents et un milieu encourageant l'exploration, la prise de risques et la réflexion critique et favorisant les attitudes positives et les efforts soutenus.

Les élèves sont des apprenants curieux et actifs qui ont chacun leurs propres centres d'intérêt, aptitudes et besoins. À leur arrivée en classe, ils ont un bagage consistant en diverses connaissances, expériences vécues et valeurs culturelles. Pour bien développer la maitrise des mathématiques, il est essentiel d'établir des liens avec ces expériences et ces valeurs.

Les élèves acquièrent diverses idées mathématiques avant le début de leur scolarité. Les enfants cherchent à comprendre leur milieu en se livrant à des observations et à des interactions à la maison et dans la communauté. L'apprentissage des mathématiques est enchâssé dans les activités du quotidien : jeux, lecture, narration, corvées domestiques, etc. Ces activités peuvent contribuer à l'acquisition du sens du nombre et de l'espace chez l'enfant. On favorise chez l'enfant la curiosité vis-à-vis des mathématiques en le faisant se livrer à des activités comme la comparaison de quantités, la recherche de régularités, le tri d'objets, la mise en ordre d'objets, la création de structures, la construction avec des blocs et la discussion sur toutes ces activités. Il est tout aussi crucial, pour le développement de l'enfant, qu'il ait de bonnes expériences à un jeune âge en mathématiques que dans l'acquisition du langage.

Pour que les élèves apprennent bien, il faut qu'ils trouvent un sens à ce qu'ils font et il faut qu'ils passent par leur propre processus de construction du sens en mathématiques. Les meilleures conditions pour la construction de ce sens consistent à exposer les apprenants à des expériences allant du plus simple au plus complexe et du plus concret au plus abstrait. L'utilisation de modèles et de diverses méthodes pédagogiques permet de tenir compte de la diversité des styles d'apprentissage et des stades de développement des élèves et favorise chez eux l'acquisition durable des concepts mathématiques, qu'ils sauront transposer dans d'autres situations. Il est utile, à tous les niveaux, de permettre aux élèves de travailler avec toute une panoplie d'outils et d'un matériel et dans toutes sortes de contextes lorsqu'ils se livrent à ce processus de construction du sens en mathématiques. Il faut leur proposer des discussions pertinentes, qui leur permettront d'établir des liens essentiels entre les différentes représentations des mathématiques (matériel concret, images, contextes, symboles).

Il convient de proposer un milieu d’apprentissage dans lequel on respecte et on valorise toutes les expériences des élèves et toutes leurs façons de penser, pour qu’ils se sentent à l’aise quand il s’agit de prendre des risques sur le plan intellectuel, de poser des questions et de faire des hypothèses. Il faut que les élèves explorent des situations de résolution de problèmes pour acquérir leurs propres stratégies et maitriser les mathématiques. Il faut que les apprenants prennent conscience du fait qu’il est acceptable de résoudre les problèmes de différentes manières et que les solutions peuvent varier d’un apprenant à l’autre.

Buts de l’enseignement des mathématiques

Les principaux buts de l’enseignement de mathématiques sont de préparer les élèves

- à être à l’aise quand il s’agit d’utiliser les mathématiques pour résoudre des problèmes
- à communiquer et à raisonner en mathématiques
- à apprécier les mathématiques et à en reconnaitre la valeur
- à établir des liens entre les mathématiques et leurs applications
- à devenir des adultes compétents en mathématiques, qui utilisent les mathématiques dans leur contribution à la vie en société

Les élèves qui parviendront à ces buts

- comprendront et sauront apprécier la contribution des mathématiques en tant que science, philosophie et forme d’art
- manifesteront une attitude positive vis-à-vis des mathématiques
- se livreront à des tâches et à des projets mathématiques et sauront persévérer
- apporteront leur contribution aux discussions mathématiques
- sauront prendre des risques lors de l’exécution de tâches mathématiques
- feront preuve de curiosité vis-à-vis des mathématiques et des situations faisant intervenir les mathématiques

Occasions de connaitre la réussite

Le fait d’avoir une attitude positive a un profond impact sur l’apprentissage. Lorsqu’on propose aux élèves un milieu dans lequel ils ont le sentiment d’avoir leur place, qui les encourage à prendre des risques et qui leur donne des occasions de connaitre la réussite, cela les aide à adopter une attitude positive et à prendre de l’assurance. Lorsque les élèves ont une attitude positive vis-à-vis des mathématiques, ils seront généralement plus motivés, mieux préparés à apprendre, plus disposés à participer aux activités en classe, mieux aptes à persévérer dans les situations difficiles et capables de se livrer à une réflexion sur leur apprentissage.

Pour que les élèves connaissent la réussite, il est indispensable de leur apprendre à se fixer des buts réalisables ou à évaluer leurs progrès dans la réalisation de ces buts. Les efforts en vue de connaitre la réussite et de devenir des apprenants autonomes et responsables sont des processus continus et axés sur la réflexion dans lesquels les élèves réexaminent leurs buts personnels.

Motivation de tous les apprenants

« Quelle que soit la définition de la motivation que vous utilisez ou la dimension que vous envisagez, les recherches confirment le truisme suivant dans le domaine éducatif : *plus on est motivé, plus on apprend*. » (HUME, 2011, p. 6)

La motivation des élèves est au cœur même de l’apprentissage. Il est crucial que les enseignants en tiennent compte lorsqu’ils préparent et mettent en œuvre leur enseignement. Pour que l’enseignement soit efficace, il faut qu’il motive tous les apprenants, qu’il les accepte dans toute leur diversité et qu’il leur apporte à tous un appui, avec tout un éventail d’activités d’apprentissage. Le présent programme d’études est conçu de façon à offrir des possibilités d’apprentissage axées sur des pratiques d’enseignement et d’évaluation qui tiennent compte des différences culturelles, qui sont équitables et accessibles et qui favorisent l’intégration des multiples facettes de la diversité telle qu’elle se manifeste dans la salle de classe aujourd’hui.

Les élèves sont motivés par l’apprentissage quand on leur offre des occasions de s’investir davantage dans cet apprentissage. Lorsque l’enseignant connait bien ses élèves individuellement en tant qu’apprenants et en tant qu’individus, ceux-ci ont plus de chances d’être motivés par l’apprentissage, de participer aux activités dans la salle de classe, de persévérer dans les situations difficiles et de se livrer à un travail de réflexion sur leur apprentissage. Les élèves se sentent souvent plus motivés quand l’enseignant montre qu’il est fermement convaincu que chaque élève a le potentiel de connaitre la réussite dans son apprentissage.

DES MILIEUX D’APPRENTISSAGE DANS LESQUELS LES ÉLÈVES SE SENTENT SOUTENUS

Lorsque le milieu d’apprentissage est positif et que les élèves s’y sentent soutenus, cela a un profond impact sur l’apprentissage. Lorsque les élèves ont le sentiment d’avoir leur place dans la salle de classe, qu’on les y encourage à participer, qu’on leur propose des défis sans que cela débouche sur de la contrariété et qu’ils se sentent en sécurité et soutenus dans la prise de risques, ils ont de meilleures chances de connaitre la réussite. On sait que les élèves ne progresseront pas tous à la même cadence et ne se situent pas tous au même niveau pour ce qui est de leurs acquis antérieurs et de leurs compétences vis-à-vis de concepts ou de résultats d’apprentissage spécifiques. L’enseignant offre à l’ensemble des élèves un accès équitable à l’apprentissage, en incorporant diverses méthodes d’enseignement et activités d’évaluation qui tiennent compte de l’ensemble des élèves et sont conformes aux principes fondamentaux suivants :

- Il faut que l’enseignement soit souple et offre de multiples modes de représentation.
- Il faut que les élèves aient l’occasion d’exprimer leur savoir et leur compréhension de multiples manières.
- Il faut que l’enseignant offre aux élèves des occasions de s’investir dans leur apprentissage de multiples manières.

Lorsque l’enseignant connait bien ses élèves, il prend conscience de leurs différences individuelles sur le plan de l’apprentissage et incorpore cette conscience dans la planification de son enseignement et dans ses décisions sur l’évaluation. Il organise des activités d’apprentissage qui tiennent compte de la diversité des modes d’apprentissage des élèves, de leurs façons de construire le sens et de leurs façons de manifester leur savoir et leur compréhension. L’enseignant utilise diverses méthodes pédagogiques :

- offrir à tous les élèves un accès équitable aux stratégies, aux ressources et aux technologies d’apprentissage appropriées

- offrir aux élèves diverses manières d’accéder à leur savoir antérieur pour le mettre en rapport avec les nouveaux concepts
- échafauder l’enseignement et les tâches de façon à ce que les élèves, qu’ils travaillent en groupe ou individuellement, disposent de l’appui nécessaire tout au long du processus d’apprentissage
- exprimer sa pensée sous forme verbale de façon à donner l’exemple aux élèves pour ce qui est des stratégies de compréhension et de l’apprentissage de nouveaux concepts
- ménager un équilibre entre les activités individuelles, les activités en petit groupe et les activités avec la classe tout entière dans l’apprentissage
- faire participer les élèves à la définition des critères d’appréciation du rendement et d’évaluation
- fournir aux élèves des choix concernant leur façon de montrer leur compréhension, en fonction de leur style et de leurs préférences sur le plan de l’apprentissage, pour qu’ils puissent s’appuyer sur leurs forces individuelles et en proposant toute une gamme de niveaux de difficulté
- fournir fréquemment une rétroaction pertinente aux élèves tout au long de leurs activités d’apprentissage

STYLES ET PRÉFÉRENCES SUR LE PLAN DE L’APPRENTISSAGE

Les préférences sur le plan de l’apprentissage peuvent varier considérablement d’un élève à l’autre et sont à la fois illustrées et influencées par les différentes manières qu’ils ont de comprendre les informations, de les accueillir et de les traiter, de manifester leur apprentissage et d’interagir avec leurs camarades et avec leur milieu. Les préférences sur le plan de l’apprentissage sont également influencées par le contexte et la fonction de l’apprentissage et par le type et la forme des informations présentées et demandées. La plupart des élèves ont tendance à préférer un style d’apprentissage particulier et à connaitre une plus grande réussite si l’enseignement est conçu de façon à tenir compte de divers styles d’apprentissage, afin d’offrir à tous les élèves plus de possibilités d’accéder à l’apprentissage. Les trois styles d’apprentissage auxquels on fait le plus souvent référence sont les suivants :

- auditif (écouter des leçons présentées par l’enseignant ou discuter avec ses camarades)
- kinesthésique (utiliser du matériel de manipulation ou noter les choses sous forme écrite ou graphique/visuelle)
- visuelle (interpréter les informations avec des textes et des graphiques ou regarder des vidéos)

On peut s’attendre à ce que les élèves travaillent selon toutes les modalités d’apprentissage, mais on sait également que les élèves pris individuellement auront tendance à trouver telle modalité plus naturelle que telle autre.

ÉGALITÉ ENTRE LES FILLES ET LES GARÇONS

Il est important que le programme d’études respecte le vécu et les valeurs de tous les élèves et qu’il n’y ait aucun préjugé à l’encontre des filles ou des garçons dans les ressources pédagogiques et dans les méthodes d’enseignement. L’enseignant favorise l’égalité entre les filles et les garçons dans la salle de classe en mettant l’accent sur les aspects suivants :

- Il définit des attentes de niveau élevé pour tous les élèves.
- Il offre à tous les élèves des occasions égales de faire des suggestions et de répondre.
- Il donne lui-même l’exemple en utilisant un langage équitable et en faisant preuve de respect quand il écoute les élèves et interagit avec eux.

VALORISATION DE LA DIVERSITÉ : PRISE EN COMPTE DES DIFFÉRENCES CULTURELLES DANS L’ENSEIGNEMENT

L’enseignant comprend que les élèves ont tous un vécu et un bagage culturel différents et que chaque élève a des connaissances antérieures différentes sur lesquelles il s’appuie dans son apprentissage. L’enseignant s’appuie donc sur ce qu’il sait de ses élèves en tant qu’individus et en tient compte en adoptant diverses stratégies d'enseignement et d'évaluation qui prennent en compte les différences culturelles. « L'enseignement s'inscrit dans des contextes pertinents sur le plan social et les tâches sont pertinentes et pleines de sens pour les élèves dans leur vie. Ceci permet de pousser les élèves à se livrer à un travail de résolution de problèmes et de raisonnement de haut calibre et de renforcer leur motivation (Frankenstein, 1995; Gutstein, 2003; Ladson-Billings, 1997; Tate, 1995). » (Herzig, 2005)

Élèves ayant des besoins sur le plan de la communication, du langage et de l'apprentissage

Dans la salle de classe d'aujourd'hui, on a des élèves en provenance de divers milieux, avec divers niveaux d'aptitude, à divers stades de développement et avec des besoins sur le plan de l'apprentissage. L'enseignant observe les élèves et interagit avec eux pendant qu'ils travaillent sur les tâches qu'il leur donne, ce qui lui permet de mettre en évidence les domaines dans lesquels il leur faut un soutien supplémentaire pour parvenir aux objectifs de l'apprentissage. L'enseignant peut alors proposer en réponse tout un éventail de stratégies d'enseignement. Lorsque le français est pour l'élève une langue additionnelle, il est possible qu'il faille lui proposer des résultats d'apprentissage d'un niveau différent ou des résultats d'apprentissage individualisés à titre temporaire, en particulier dans les domaines faisant appel au langage, en attendant que leur maitrise de la langue se développe. Dans le cas des élèves qui rencontrent des difficultés, il est important que l'enseignant fasse la distinction entre ceux pour qui c'est le contenu du programme qui présente des difficultés et ceux pour qui ce sont des problèmes de langue qui sont à la base de leurs difficultés scolaires.

Élèves doués et talentueux

Certains élèves sont doués sur le plan scolaire et ont des talents relatifs à des aptitudes spécifiques ou dans des matières spécifiques. La plupart des élèves doués et talentueux s'épanouissent quand on leur propose un apprentissage centré sur les problèmes et axé sur l'interrogation, avec des activités ouvertes. L'enseignant peut motiver les élèves doués et talentueux en ajustant l'ampleur, la profondeur ou le rythme de l'enseignement. Il peut enrichir les activités d'apprentissage en leur offrant plus de choix dans les activités et en leur proposant tout un éventail de ressources plus exigeantes sur le plan cognitif, avec une réflexion d'ordre supérieur et différents niveaux de complexité et d'abstraction. Pour de plus amples renseignements, veuillez consulter le document L'éducation des élèves doués et le développement des talents (Ministère de l'Éducation de la Nouvelle-Écosse, 2010).

Liens entre les différentes matières du programme d'études

Il faudrait que l'enseignant profite des diverses occasions qui se présentent d'établir des liens entre les mathématiques et les autres matières. Ceci permet non seulement de montrer aux élèves l'utilité des mathématiques dans la vie quotidienne, mais également de renforcer leur compréhension des concepts mathématiques et de leur offrir des occasions de mettre en pratique leurs aptitudes mathématiques. Il y a de nombreuses occasions d'établir des liens entre les mathématiques et la santé, la littératie, la musique, l'éducation physique, les sciences, les sciences humaines et les arts visuels.

Le nombre (N)

RAG : On s’attend à ce que les élèves acquièrent le sens des nombres.

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage est quelque chose qui peut et devrait se faire au quotidien dans le cadre de l'enseignement. L'évaluation de l'apprentissage est également quelque chose qui devrait se produire fréquemment. Il convient d'utiliser tout un éventail d'approches et de contextes pour évaluer l'ensemble des élèves : collectivement en tant que classe, en groupes et individuellement.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles sont les méthodes et activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Que devrai-je faire pour assurer la concordance entre mes stratégies d'évaluation et mes stratégies d'enseignement?

Suivi sur l'évaluation

Il convient de définir l'enseignement en fonction des données rassemblées sur l'apprentissage à partir de la participation et des travaux des élèves.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?

Planification de l'enseignement

Pour avoir un bon programme de mathématiques, il est nécessaire de planifier l'enseignement afin qu'il se déroule de façon cohérente.

Planification à long terme

- Plan annuel disponible sur *Mathematics Learning Commons: Grades 7–9* à l'adresse : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Est-ce que la leçon concorde avec mon plan pour l'année ou le module?
- Comment incorporer les processus indiqués pour ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et expériences d'apprentissage devrais-je proposer pour favoriser la réalisation des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources didactiques devrais-je utiliser?
- Comment devrais-je m'y prendre pour répondre aux besoins des élèves dans toute leur diversité?

RAS N01 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les carrés et les racines carrées sous forme concrète, imagée et symbolique (en se limitant aux nombres entiers). [C, L, R, V]
[C] Communication **[RP]** Résolution de problèmes **[L]** Liens **[CM]** Calcul mental et estimations **[T]** Technologie **[V]** Visualisation **[R]** Raisonnement

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

N01.01 Représenter un carré parfait donné sous la forme d'une région carrée à l'aide du matériel de manipulation (papier quadrillé, formes carrées, etc.).
N01.02 Déterminer les facteurs d'un carré parfait donné et expliquer pourquoi l'un de ces facteurs est la racine carrée, tandis que les autres ne la sont pas.
N01.03 Déterminer si un nombre donné est ou n'est pas un carré parfait à l'aide du matériel de manipulation et de stratégies, par exemple en utilisant des formes carrées ou du papier quadrillé ou en décomposant le nombre en facteurs premiers et en expliquant son le raisonnement.
N01.04 Déterminer la racine carrée d'un carré parfait donné et la prendre en note sous forme symbolique.
N01.05 Déterminer le carré d'un nombre donné.

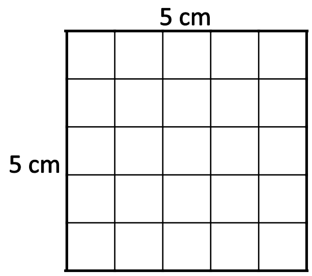
Portée et séquence

Mathématiques 7e année	Mathématiques 8e année	Mathématiques 9e année
N01 On s'attend à ce que les élèves déterminent et expliquent pourquoi un nombre donné est divisible par 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 ou 10 et pourquoi on ne peut pas diviser un nombre par 0.	**N01** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les carrés et les racines carrées sous forme concrète, imagée et symbolique (en se limitant aux nombres entiers).	**N05** On s'attend à ce que les élèves déterminent la valeur exacte de la racine carrée de nombres rationnels positifs. **N06** On s'attend à ce que les élèves déterminent la valeur approximative de la racine carrée de nombres rationnels positifs.

Contexte

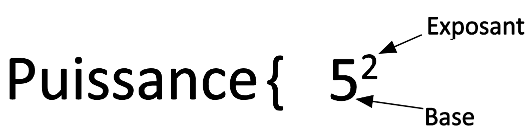
Il faudrait que les élèves prennent conscience du fait que le carré est un quadrilatère dont les quatre côtés sont congruents et qui a quatre angles droits. En mathématiques de 7e année, les élèves ont utilisé des formules pour trouver l'aire de certains quadrilatères (carrés, rectangles et parallélogrammes) et utilisé comme unités le cm^2, le m^2, le mm^2, etc.

On parle de « carré parfait » pour décrire le produit de deux facteurs identiques qui sont un nombre entier. Les carrés parfaits ou « carrés » peuvent être spécifiquement reliés à l'aire des carrés. Dans la figure ci-dessous, il faudrait encourager les élèves à considérer l'aire comme le carré parfait et la dimension du carré (que ce soit la largeur ou la longueur) comme la racine carrée.



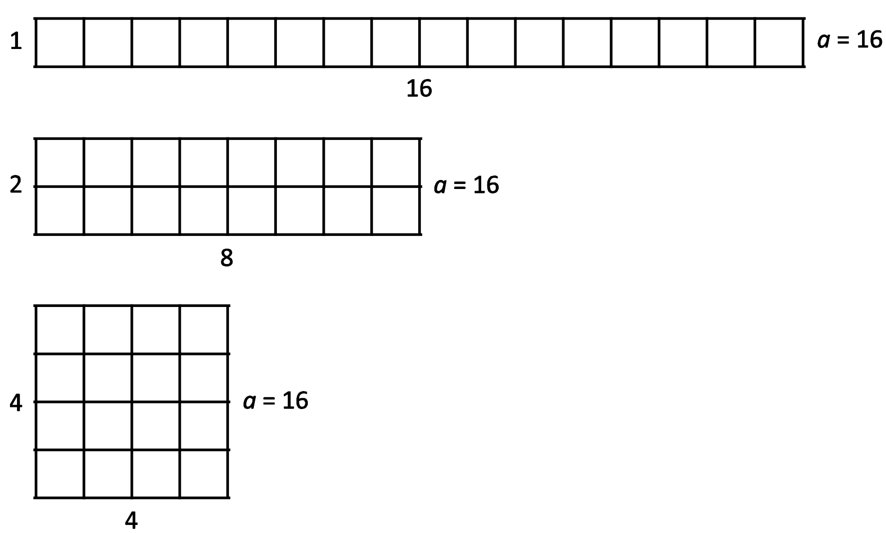
L’aire de ce carré est 5 cm x 5 cm = 25 cm^2. Par conséquent, le nombre 25 est un carré parfait et sa racine carrée est 5. Chaque carré parfait a une racine carrée positive et une racine carrée négative. Cependant, comme, dans ce résultat d’apprentissage, on se limite aux nombres entiers, on se concentrera sur la racine carrée principale, c’est-à-dire la racine carrée positive.

On introduit l’utilisation des exposants, qu’on limite aux carrés parfaits dans le travail sur ce résultat d’apprentissage. Par exemple, $64 = 8^2$. L’expression $5^2 = 25$ se lit « 5 exposant 2 font 25 ». Le nombre 5 est appelé la base, 2 est appelé l’exposant et 5^2 est appelé une puissance.



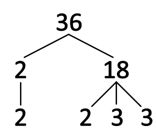
L’attente ici est de n’introduire que les carrés. Les élèves n’explorent pas toutes les puissances. On étudiera de façon plus approfondie la notation avec exposant en mathématiques de 9e année.

Il convient de donner aux élèves l’occasion de reconnaitre des carrés parfaits à partir de représentations concrètes et imagées, avant de passer au travail sur les racines carrées sous forme symbolique. Donnez, par exemple, aux élèves une aire particulière et dites-leur de construire autant de régions rectangulaires que possible à l’aide de papier quadrillé, de papier à points ou de géoplans. Prenons, par exemple, une aire de 16 cm^2 :



Dites aux élèves de décider si l’un de leurs rectangles est un carré et utilisez ce carré pour faire le lien entre carrés parfaits et racines carrées, en encourageant les élèves à considérer l’aire comme le carré parfait et la dimension d’un des côtés comme la racine carrée. Il convient de ne pas se limiter à des exemples qui sont des carrés parfaits. Dites aux élèves de faire aussi cet exercice pour des nombres qui ne sont pas carrés. Ceci contribuera à éviter chez les élèves la confusion qui consiste à penser que tous les nombres sont des carrés.

On peut également utiliser la factorisation en nombres premiers pour déterminer si un nombre donné est un carré parfait. Cette méthode prolonge ce que les élèves ont appris sur les facteurs premiers et les arbres de facteurs en mathématiques de 6e année. Les nombres premiers sont des nombres entiers supérieurs à 1 qui ont exactement deux facteurs : 1 et le nombre lui-même. Les nombres composés sont des nombres entiers supérieurs à 1 qui ont plus de deux facteurs. Chaque nombre composé peut s'écrire sous la forme du produit de nombres premiers, d'une seule façon (du moment qu'on ne tient pas compte de l'ordre des facteurs). C'est ce qu'on appelle la factorisation en nombres premiers du nombre. On peut utiliser un arbre de facteurs pour indiquer les facteurs premiers :



Les carrés parfaits sont des nombres dans lesquels chaque facteur premier apparait un nombre pair de fois. Comme 36 = $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$, 36 est un carré parfait. Comme 36 peut également se décomposer comme 3 x 12, 4 x 9, 6 x 6, etc., il y a d'autres factorisations en nombres premiers possibles, mais elles débouchent toutes sur 36 = $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$.

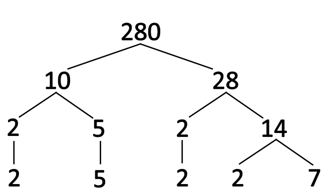
On peut également utiliser la factorisation en nombres premiers pour trouver la racine carrée de carrés parfaits. Comme chacun des facteurs premiers apparait un nombre pair de fois, on peut les organiser par paires :

$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = (2 \cdot 2) \times (3 \cdot 3)$
$\therefore \sqrt{36} = \sqrt{(2 \cdot 2)} \times \sqrt{(3 \cdot 3)}$
$\sqrt{36} = 2 \cdot 3$
$\sqrt{36} = 6$

C'est en mathématiques de 8e année qu'on présente aux élèves le point ($\cdot$) symbolisant la multiplication. Avant ce niveau scolaire, les élèves utilisaient × pour écrire des multiplications. Il faut informer les élèves de cette nouvelle notation pour la multiplication.

La racine carrée est un nombre qui, quand on le multiplie par lui-même, donne une valeur donnée, appelée *carré parfait*. Chaque carré parfait a une racine carrée positive et une racine carrée négative. Cependant, comme, dans ce résultat d'apprentissage, on se limite aux nombres entiers, on se concentre sur la racine carrée principale, c'est-à-dire la racine carrée positive.

On peut également utiliser la méthode de la factorisation en nombres premiers pour montrer qu'un nombre donné n'est pas un carré parfait. Dans l'arbre ci-dessous, notez qu'aucun des facteurs premiers de 280 n'est présent un nombre pair de fois. Cela signifie que 280 n'est pas un carré parfait.



280 = $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$

Il faudrait que les élèves soient capables de reconnaitre chacun des carrés parfaits entre 1 et 144. Cette capacité de les reconnaitre automatiquement sera très utile pour déterminer la vraisemblance des résultats faisant intervenir des racines carrées calculées à l'aide de la calculette. Elle sera également utile dans le travail ultérieur sur l'algèbre et la théorie des nombres.

Il est aussi utile d'utiliser des régularités pour déterminer la racine carrée de nombres élevés. Le fait qu'on sait que la racine carrée de 25 est 5 permet de déterminer que la racine carrée de 2500 est 50.

Les élèves ont déterminé les facteurs d'un nombre lors des niveaux scolaires antérieurs à l'aide d'essais systématiques et en appliquant les règles de la divisibilité. Pour trouver une racine carrée à partir d'une liste de facteurs, on trie d'abord les facteurs par ordre croissant. Examinons par exemple les facteurs de 36, qui est un carré parfait. On note qu'il y a un nombre impair de facteurs :

1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

nombre du millieu

1 × 36 = 36
2 × 18 = 36
3 × 12 = 36
4 × 9 = 36
6 × 6 = 36

1 2 3 4 6 9 12 18 36

Le facteur du milieu est la racine carrée, parce que le 6 sera multiplié par lui-même. Comme on ne peut pas associer le 6 à un nombre différent en tant que facteur, cela signifie qu'il est la racine carrée de 36. Cela se note $\sqrt{36}$ = 6. Cette notation, $\sqrt{x}$, est nouvelle pour les élèves en 8e année. Il faut leur présenter le symbole $\sqrt{\ }$ utilisé pour représenter les racines carrées positives.

On peut utiliser cette même méthode pour déterminer quand un nombre n'est pas un carré parfait. Après examen des facteurs d'un nombre donné, les élèves devraient conclure que, si ce nombre a un nombre pair de facteurs, il n'est pas un carré. Par exemple, les facteurs de 35 sont 1, 5, 7 et 35. Comme aucun de ces facteurs n'est associé à un autre facteur identique pour donner par multiplication 35, cela signifie que 35 n'est pas un carré parfait.

Les méthodes évoquées ci-dessus sont utiles pour mettre en évidence les carrés parfaits et déterminer leur racine carrée. Il convient de noter qu'aucune de ces méthodes n'exige la calculette. On peut discuter de l'utilisation de la calculette, mais il convient de se concentrer sur les techniques ne faisant pas appel à la technologie qui sont mentionnées dans le résultat d'apprentissage.

À terme, les élèves devraient, à l'aide des diverses techniques, être en mesure de produire des énoncés comme les suivants :

$\sqrt{49}$ = 7	ou	7^2 = 49
$\sqrt{100}$ = 10	ou	10^2 = 100
$\sqrt{144}$ = 12	ou	12^2 = 144

Il est approprié ici de discuter des opérations inverses. Il faudrait que les élèves aient conscience que le calcul du carré d'un nombre et le calcul de la racine carrée d'un nombre sont deux opérations opposées. Demandez-leur d'évoquer d'autres opérations opposées (addition et soustraction, multiplication et division, etc.).

Évaluation, enseignement et apprentissage

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

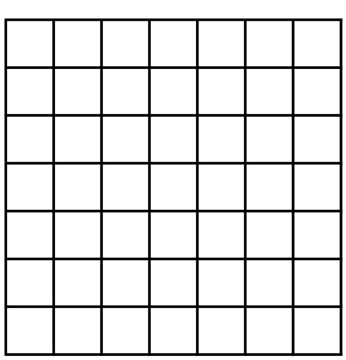
On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Demandez aux élèves de nommer les propriétés d'un carré et les propriétés d'un rectangle. Demandez-leur de décrire la différence.
- Explorez le crible d'Ératosthène pour mettre en évidence les nombres premiers jusqu'à 100. Demandez aux élèves de discuter des régularités qu'ils remarquent, s'il y a lieu.
- Demandez aux élèves de dessiner deux arbres différents pour les facteurs de 56. Demandez-leur d'expliquer pourquoi il est possible de dessiner deux arbres différents pour chaque nombre.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Dites aux élèves qu'une piste de danse carrée a une aire de 81 m^2. Quelles sont ses dimensions?
- Explique comment déterminer chacune des racines carrées suivantes :
  - $\sqrt{15 \times 15}$
  - $\sqrt{2 \times 5 \times 2 \times 5}$
- Décris deux stratégies pour calculer $\sqrt{196}$.
- Le nombre 361 n'a que 3 facteurs : 1, 19 et 361. Explique l'utilisation que tu peux faire de ces informations pour montrer que 361 est un carré parfait.
- Dites aux élèves que Lydia a dressé la liste de tous les facteurs de 7569 et écrit : 1, 3, 9, 87, 841, 2523, 7569. Peux-tu déterminer une racine carrée de 7569 en utilisant la liste des facteurs de Lydia?
- Dites aux élèves d'expliquer pourquoi 97 n'est pas un carré parfait.
- Dites aux élèves de trouver une racine carrée de 324 à l'aide de la factorisation en nombres premiers.
- Dites aux élèves que la factorisation en nombres premiers d'un nombre donné est 2 × 2 × 3 × 3 × 7 × 7. Demandez-leur : « Quel est le nombre et quelle est sa racine carrée? »
- Détermine le nombre qui peut être représenté par cette grille et sa racine carrée. Explique ta réponse.



- Existe-t-il un carré parfait entre 900 et 961? Explique-toi. Utiliserais-tu les facteurs premiers pour déterminer si 900 est un carré parfait? Pourquoi ou pourquoi pas?
- Explique pourquoi il n’est pas possible d’utiliser la méthode de la factorisation en nombres premiers pour trouver une racine carrée qui est un nombre entier pour des nombres qui ne sont pas des carrés parfaits.
- Demandez aux élèves : « Ruth veut une grande baie vitrée dans la salle de séjour de sa nouvelle maison. La fenêtre sera carrée avec une aire de 49 pieds carrés. Quelle devrait être la longueur du côté de la fenêtre? »
- Demandez aux élèves : « Le côté d’un carré fait 11 cm. Quelle est l’aire du carré? »
- Demandez aux élèves : « Un portrait miniature de votre famille est carré et a une aire de 196 centimètres carrés. Quelle est la longueur des côtés du portrait? »

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Explorer la relation inverse entre un carré (3^2) et une racine carrée ($\sqrt{9}$).
- Demander aux élèves de modéliser des carrés parfaits à l’aide de carreaux à 2D et d’indiquer le carré parfait et ses facteurs.
- Fournir aux élèves de nombreuses occasions d’explorer divers modèles concrets et imagés de carrés parfaits.
- Explorer des régularités se rapportant à des carrés parfaits (par exemple : la somme des racines carrées de deux carrés parfaits est équivalente à la différence entre ces deux carrés parfaits consécutifs) :

  $\sqrt{36} + \sqrt{25} = 6 + 5 = 11$ *et* $36 – 25 = 11$

  Utiliser des régularités pour déterminer que la racine carrée de 1600 est 40, puisque la racine carrée de 16 est 4.

  Ou vérifier ceci : $\sqrt{1600} = \sqrt{16} \times \sqrt{100} = 4 \times 10 = 40$

Tâches suggérées pour l’apprentissage

- Fournissez aux élèves 25 carreaux de couleur. Dites aux élèves d’explorer le nombre de rectangles qu’ils peuvent créer à l’aide de 24 de ces carreaux et d’utiliser ensuite 25 carreaux. Les élèves devraient découvrir qu’ils ne peuvent créer qu’un carré parfait avec 25 carreaux.
- Utilise les facteurs d’un nombre comme 36 ou 45 pour déterminer si ce nombre est un carré parfait ou utilise les facteurs de plusieurs nombres pour voir s’il existe une régularité permettant de prédire si le nombre est un carré parfait. (NOTE : La régularité est que les carrés parfaits ont un nombre impair de facteurs et que le facteur au milieu est la racine carrée.)
- Utilise du papier quadrillé ou des carreaux de couleur pour modéliser tous les carrés parfaits inférieurs à 150.
- Applique une stratégie efficace pour déterminer la racine carrée d’un nombre. Détermine quand il est plus utile d’utiliser une régularité que la factorisation en nombres premiers.
- Trouve la racine carrée de chacun des nombres suivants et justifie ta stratégie : 900, 6400, 12 100, 676

- Explore la régularité et tire une conclusion sur le chiffre des unités dans les carrés parfaits. (Tous les carrés parfaits se terminent par 1, 4, 9, 6, 5 ou 0.) Demandez aux élèves pourquoi, selon eux, _ _8 ne peut pas être un carré parfait. Demandez aux élèves si _ _6 sera toujours un carré parfait.

  Établis une liste de facteurs pour les nombres suivants et décide si le nombre est un carré parfait. Si oui, indique sa racine carrée : 2, 5, 9, 12, 16, 20, 81
- Les facteurs de 81 sont 1, 3, 9, 27 et 81. Utilise des mots ou des diagrammes pour expliquer ce qui te permet de déterminer si 81 est un carré parfait et, si oui, quel facteur est la racine carrée de 81.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- calculette
- carreaux de couleur
- géoplans ou géoplan numérique
- papier quadrillé
- droite numérique
- papier à points ou papier à points numérique

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ base	▪ base
▪ carré	▪ carré
▪ carré parfait	▪ carré parfait
▪ exposant	▪ exposant
▪ facteur	▪ facteur
▪ factorisation en nombres premiers	▪ factorisation en nombres premiers
▪ nombre premier	▪ nombre premier
▪ puissance	▪ puissance
▪ racine carrée	▪ racine carrée
▪ racine carrée principale	

Ressources

Imprimé

Chenelière Mathématiques (Baron *et al.* 2008; nº NSSBB : 2001642)

- Module 1 – Les racines carrées et le théorème de Pythagore
  - Section 1.1 – Les nombres carrés et les représentations de l'aire
  - Section 1.2 – Les carrés et les racines carrées
  - Section 1.3 – Déterminer la longueur de segments de droite
  - Section 1.5 – Le théorème de Pythagore
  - Section 1.7 – Utiliser le théorème de Pythagore
  - Problème du module : Les casiers

- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001643)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n° NSSBB : 2001643)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006), p. 150.

RAS N02 On s’attend à ce que les élèves déterminent la valeur approximative de la racine carrée de nombres qui ne sont pas des carrés (en se limitant aux nombres entiers). [C, L, CM, R, T]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utilisez l’ensemble d’indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d’apprentissage correspondant.

N02.01 Faire une estimation de la racine carrée d’un nombre donné qui n’est pas un carré parfait en utilisant du matériel comme des formes carrées et du papier quadrillé et des stratégies comme l’utilisation des racines de carrés parfaits comme repères.
N02.02 Déterminer la valeur approximative de la racine carrée d’un nombre donné qui n’est pas un carré parfait à l’aide de la technologie (calculatrice ou ordinateur).
N02.03 Expliquer pourquoi la racine carrée d’un nombre déterminé à l’aide d’une calculatrice est parfois une approximation.
N02.04 Trouver un nombre dont la racine carrée se situe entre deux nombres donnés..

Portée et séquence

Mathématiques 7^{e} année	**Mathématiques 8^{e} année**	**Mathématiques 9^{e} année**
–	**N02** On s’attend à ce que les élèves déterminent la valeur approximative de la racine carrée de nombres qui ne sont pas des carrés (en se limitant aux nombres entiers).	**N05** On s’attend à ce que les élèves déterminent la valeur exacte de la racine carrée de nombres rationnels positifs. **N06** On s’attend à ce que les élèves déterminent la valeur approximative de la racine carrée de nombres rationnels positifs.

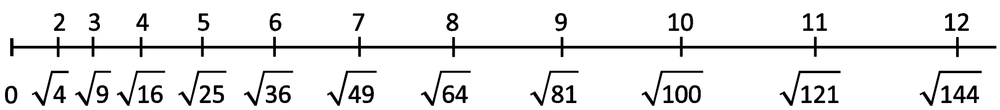
Contexte

Lorsque vous progressez dans la discussion sur les carrés parfaits, il faudrait que les élèves remarquent que, à mesure que la valeur du nombre augmente, la valeur du carré du nombre s’éloigne de celle du nombre précédent sur la droite numérique. Autrement dit, il existe de nombreux nombres entiers qui ne sont pas des carrés parfaits. Il est très important de souligner la différence entre une racine carrée exacte et une approximation d’une racine carrée sous la forme d’un nombre décimal.

L’estimation est une stratégie qu’on utilise pour déterminer des valeurs ou quantités approximatives, généralement en se référant à des points de repère ou à des données de référence, ou pour déterminer la vraisemblance de calculs.

Pour faire l’estimation d’une racine carrée, mets en évidence les deux nombres entiers consécutifs entre lesquels cette racine carrée tombe. Par exemple, pour faire une estimation de la racine carrée de 12, trouve les deux carrés parfaits consécutifs entre lesquels 12 tombe (soit 9 et 16). Cela signifie que la racine carrée de 12 se situe entre $\sqrt{9}$ et $\sqrt{16}$, soit entre 3 et 4.

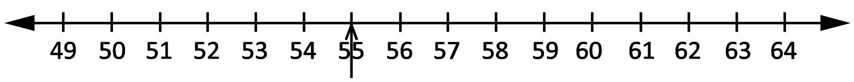
L’un des modèles utiles pour faire l’estimation de racines carrées est la droite numérique. Pour les nombres entre 1 et 144, les élèves devraient utiliser des points de repère (à savoir les racines carrées de carrés parfaits) afin de trouver les deux nombres entiers consécutifs entre lesquels la racine carrée tombera et de déterminer de quel nombre entier elle est la plus proche.



Pour faire l’estimation de la racine carrée de 55 à l’aide d’une droite numérique, trouve les deux carrés parfaits les plus proches de 55; le carré parfait inférieur à 55 est 49 et le carré parfait supérieur à 55 est 64. Indique que les racines carrées de ces deux nombres sont respectivement 7 et 8. La racine carrée de 55 se situe donc nécessairement entre 7 et 8.

$$\sqrt{49} < \sqrt{55} < \sqrt{64}$$
$$7 < \sqrt{55} < 8$$

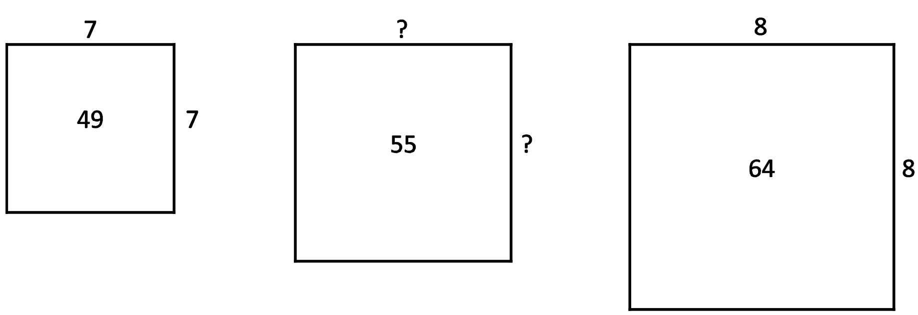
Explorez l’idée que les nombres qui ne sont pas des carrés parfaits ont une racine carrée dont la valeur approximative est un nombre décimal. Tracez une autre droite numérique de 49 à 64 pour que les élèves puissent déterminer avec plus de précision si 55 est plus près de 49 que de 64.



Comme 55 est plus près de 49 et est à un peu moins de la moitié de la distance entre 49 et 64, on peut considérer que 7,4 est une bonne approximation de $\sqrt{55}$.

On peut aussi envisager l’approche suivante. Pour faire une estimation de $\sqrt{55}$ à un chiffre après la virgule, les élèves devraient prendre conscience du fait que 55 se situe entre les carrés parfaits 49 et 64. Par conséquent, la racine carrée de 55 doit se situer entre 7 et 8. Comme 55 se situe à un peu moins de la moitié de la distance entre 49 et 64, on peut estimer que la racine carrée de 55 est environ à mi-chemin entre 7 et 8. Par conséquent, 7,4 est une bonne approximation de $\sqrt{55}$.

On peut illustrer cette méthode comme suit (Van de Walle, 2006, p. 150) :



Tous les nombres entiers entre 49 et 64 ont une racine carrée qui se situe entre 7 et 8. Il y a plus d’une réponse correcte. Il faudrait aussi que les élèves prennent conscience, à l’aide des régularités et de l’estimation, du fait que la racine carrée de 3200 se situe entre 50 et 60, mais est plus proche de 60.

Les calculettes offrent une bonne manière de faire une approximation des racines carrées. Elles offrent également une bonne occasion de souligner la différence entre valeurs exactes et valeurs approximatives.

On peut faire l'estimation de racines carrées avec une calculette à un nombre donné de chiffres après la virgule en utilisant des stratégies pour arrondir.

$\sqrt{87} = 9.3$
$\sqrt{87} = 9.33$
$\sqrt{87} = 9.327$

NOTE : Le symbole utilisé dans le présent document pour représenter « est approximativement égal à » est $\doteq$. Il existe d'autres symboles, comme $\approx$, que d'autres ressources utilisent.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

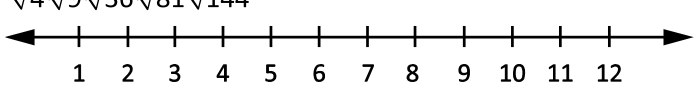
- Dresse la liste des carrés parfaits de 1 à 144 et de leurs racines carrées.
- Chacun des quatre amis d'Eli a un code numérique. Le code de Keile est divisible par 3, 5 et 8. Le code de Max est divisible par 2 et 3. Le code de Jennifer est divisible par 4 et 5, mais pas par 3. Le code de Ben est divisible par 3 et 5, mais pas par 8. Eli reçoit un message contenant le code 5384 d'un de ses quatre amis. Demandez aux élèves de déterminer qui a envoyé le message.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Sachant que la valeur approximative de la racine carrée d'un nombre entier est 5,66, est-ce que ce nombre entier est plus proche de 25 ou de 36?
- Explique en tes propres termes comment tu t'y prendrais pour faire une estimation de la racine carrée de 75.
- Jim mesure chaque côté du potager de sa mère, qui fait 3,2 m. Explique comment Jim peut s'y prendre pour faire une estimation vraisemblable de l'aire du potager.
- Fais une estimation de chaque racine carrée au dixième le plus proche :
  - $\sqrt{14}$
  - $\sqrt{35}$
  - $\sqrt{65}$
  - $\sqrt{98}$
- Fais des estimations pour déterminer si chaque réponse est vraisemblable. Encercle les réponses invraisemblables et modifie l'estimation. Justifie ton raisonnement. Vérifie tes prédictions à l'aide d'une calculette.
  - $\sqrt{11} = 3.3$
  - $\sqrt{27} = 9.5$
  - $\sqrt{46} = 6.8$
  - $\sqrt{82} = 9.6$
  - $\sqrt{99} = 10.1$
- Utilise une calculette pour déterminer les racines carrées des nombres suivants et indique les nombres qui sont des carrés parfaits.
  - 2525
  - 1681
  - 999
- Demandez aux élèves : « Sachant que la valeur approximative de la racine carrée d'un nombre entier est 7,75, est-ce que ce nombre entier est plus proche de 49 ou de 64? Qu'est-ce qui te permet de le dire? »
- Dites aux élèves d'expliquer comment ils s'y prendraient pour faire l'estimation de la racine carrée de 40.
- Dites aux élèves que Rebecca fait des courses en ligne et trouve un tapis carré d'une aire de 17 m^2. Les dimensions de sa chambre sont 4 m × 5 m. Est-ce que le tapis entrera dans sa chambre? Explique-toi.
- Dites aux élèves de trouver un nombre entier dont la racine carrée se situe entre 9 et 10.
- Demandez aux élèves de localiser les nombres suivants sur une droite numérique :

  $\sqrt{4}\,\sqrt{9}\,\sqrt{36}\,\sqrt{81}\,\sqrt{144}$



SUIVI DE L'ÉVALUATION

Questions pour guider la réflexion

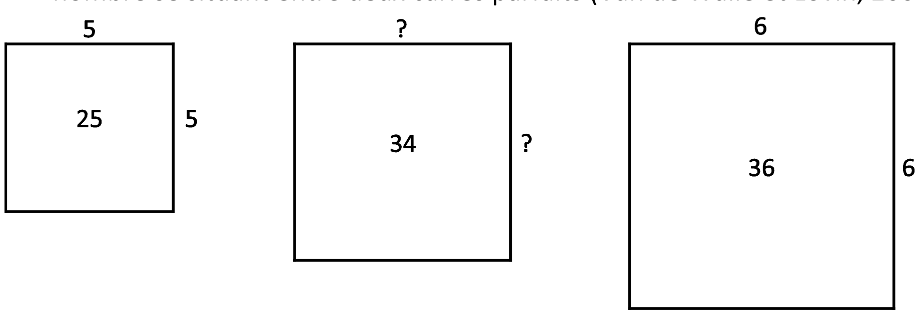
- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Assurez-vous que les élèves sont à l'aise avec les carrés parfaits qui servent de repères entre 1 et 144, car on s'en sert pour faire une première estimation quand on cherche la racine carrée d'un nombre. La droite numérique est un modèle très utile pour cela.
- Dites aux élèves de dessiner des carrés pour mieux visualiser l'estimation de la racine carrée d'un nombre se situant entre deux carrés parfaits (Van de Walle et Lovin, 2006c, p. 150).



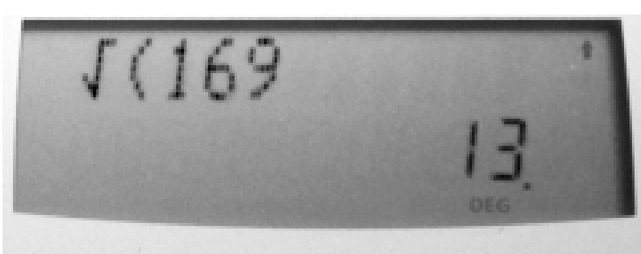
- Utilise une calculette pour faire l'estimation de la racine carrée d'un carré non parfait sans utiliser la touche $\sqrt{\text{key}}$. Lorsqu'on demande aux élèves de faire l'estimation de la racine carrée de 110, ils devraient savoir qu'elle se situe à peu près à mi-chemin entre 10 et 11, car 110 est presque à mi-chemin entre 100 et 121. Ils peuvent essayer de calculer 10,4 x 10,4, puis 10,5 x 10,5, à la calculette pour déterminer le résultat le plus proche de 110.

Tâches suggérées pour l'apprentissage

- Mettez des paires de nombres au tableau. Demandez aux élèves d'utiliser la stratégie pour trouver un nombre entier dont la racine carrée se situe entre deux nombres donnés. Dites aux élèves d'écrire leur réponse sur une carte ou sur une feuille et de la brandir tous ensemble. Discutez des raisons pour lesquelles les réponses ne sont pas toutes identiques. (On peut également faire cette activité avec un tableau blanc interactif et des tablettes.)
- Donnez aux élèves 22 carreaux de couleur et demandez-leur de tenter de construire un carré. Quel est le carré le plus grand qu'ils peuvent construire avec les carreaux et qu'est-ce que cela leur indique concernant la valeur approximative de la racine carrée de 22? De quel nombre entier cette racine carrée est-elle la plus proche?
- Dites aux élèves de trouver un nombre entier dont la racine carrée vaut approximativement 4,9.

- Placez des paires des nombres au tableau avec les nombres 2 à 9. Dites aux élèves de trouver un nombre entier dont la racine carrée se situe entre deux nombres donnés. (Si, par exemple, vous leur donnez 3 et 4, les élèves peuvent écrire un nombre quelconque entre 10 et 15.) Dites aux élèves d'écrire leurs réponses sur un minitableau blanc, une carte, une feuille ou une tablette et de la brandir tous ensemble. Discutez des raisons pour lesquelles les réponses ne sont pas toutes identiques.
- Dites aux élèves que l'on a demandé à Nate de faire une estimation de $\sqrt{62}$. Il n'a pas sa calculette. Montrez ce que Nate peut faire pour faire une estimation au dixième le plus proche à l'aide de ses connaissances sur les carrés parfaits.
- Utilise une calculette pour faire une estimation de la valeur approximative de ces racines carrées et indique le ou les nombres sous la racine carrée qui sont des carrés parfaits.
  - $\sqrt{1600}$
  - $\sqrt{1681}$
  - $\sqrt{1212}$
  - $\sqrt{1000}$
  - $\sqrt{2468}$

- Kevin s'est servi de sa calculette pour trouver la racine carrée de 90 et 169. Les réponses obtenues sont respectivement :



S'agit-il de réponses exactes? Explique ton raisonnement.

- Emily veut trouver l'aire d'un rectangle dont la longueur est 9 cm. Elle sait que la largeur du rectangle est égale à la longueur des côtés d'un carré adjacent. L'aire du carré est de 38 cm^2. Pour trouver la longueur des côtés du carré, elle se sert de sa calculette comme suit : $\sqrt{\mathbf{38}}$= 6,2. Donc l'aire du rectangle est 9 cm $\times$ 6,2 cm = 55,8 cm^2. Andrew résout le même problème comme suit : $\sqrt{\mathbf{38}} \times$ 9 = 55,5 cm^2. Explique la différence entre les résultats.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- calculette
- carreaux de couleur
- géoplans ou géoplan numériques
- papier quadrillé 10 x 10
- droite numérique

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ approximatif	▪ approximatif
▪ base	▪ base
▪ carré	▪ carré
▪ carré parfait	▪ carré parfait
▪ estimation	▪ estimation
▪ exposant	▪ exposant
▪ facteur	▪ facteur
▪ puissance	▪ puissance
▪ racine carrée	▪ racine carrée

Ressources

Imprimé

Chenelière Mathématiques (Baron *et al.* 2008; n° NSSBB : à déterminer)

- Module 1 – Les racines carrées et le théorème de Pythagore
  - Section 1.4 – Estimer des racines carrées
  - Technologie : Explorer les racines carrées à l'aide d'une calculatrice
  - Section 1.5 – Le théorème de Pythagore
  - Section 1.7 – Utiliser le théorème de Pythagore
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; n° NSSBB : à déterminer)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD; n° NSSBB : à déterminer)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006c), p. 150.

RAS N03 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent et sont capables de résoudre des problèmes faisant intervenir des pourcentages supérieurs ou égaux à 0 p. 100. [L, CM, RP, R, V]
[C] Communication **[RP]** Résolution de problèmes **[L]** Liens **[CM]** Calcul mental et estimations **[T]** Technologie **[V]** Visualisation **[R]** Raisonnement

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

N03.01 Fournir des contextes dans lesquels un pourcentage peut être entre 0 p. 100 et 1 p. 100, entre 1 p. 100 et 100 p. 100 ou supérieur à 100 p. 100.
N03.02 Représenter un pourcentage fractionnel donné à l'aide du matériel concret et de représentations imagées.
N03.03 Représenter un pourcentage donné supérieur à 100 p. 100 à l'aide du matériel concret et de représentations imagées.
N03.04 Déterminer le pourcentage représenté par une région hachurée donnée sur du papier quadrillé et le prendre en note sous la forme d'un nombre décimal, d'une fraction ou d'un pourcentage.
N03.05 Exprimer un pourcentage donné sous forme décimale ou fractionnaire.
N03.06 Exprimer un nombre décimal donné sous forme décimale ou fractionnaire.
N03.07 Exprimer une fraction donnée sous forme décimale ou fractionnaire.
N03.08 Résoudre un problème donné faisant intervenir des pourcentages donnés à l'aide du calcul mental, avec un papier et un crayon ou avec la technologie, selon ce qui est approprié.
N03.09 Résoudre un problème donné faisant intervenir le pourcentage d'un pourcentage.

Portée et séquence

Mathématiques 7e année	**Mathématiques 8e année**	**Mathématiques 9e année**
N03 On s'attend à ce que les élèves résolvent des problèmes faisant intervenir des pourcentages de 1 à 100 p. 100 (en se limitant aux nombres entiers).	**N03** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent et sont capables de résoudre des problèmes faisant intervenir des pourcentages supérieurs ou égaux à 0 p. 100.	—

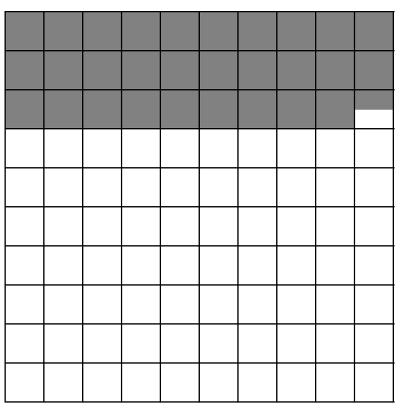
Contexte

Les pourcentages sont des rapports qui comparent un nombre à 100. Ils peuvent aller de 0 à plus de 100. En mathématiques de 7e année (N03), les élèves ont représenté une quantité sous la forme d'un pourcentage, d'une fraction, d'un nombre décimal et d'un rapport. Les pourcentages ont la même valeur que leur équivalent sous forme de fraction, de nombre décimal ou de rapport et cela peut être utile pour résoudre des problèmes faisant intervenir des pourcentages. Il est essentiel, pour comprendre les pourcentages supérieurs à 100, de bien comprendre que le pourcentage est une comparaison avec 100 et non une partie de 100.

En mathématiques de 7^e année (N03), les élèves ont travaillé sur des pourcentages de 1 à 100 p. 100. En mathématiques de 8^e année, les élèves examinent des contextes dans lesquels les pourcentages peuvent être supérieurs à 100 p. 100 et inférieurs à 1 p. 100 (pourcentages fractionnaires).

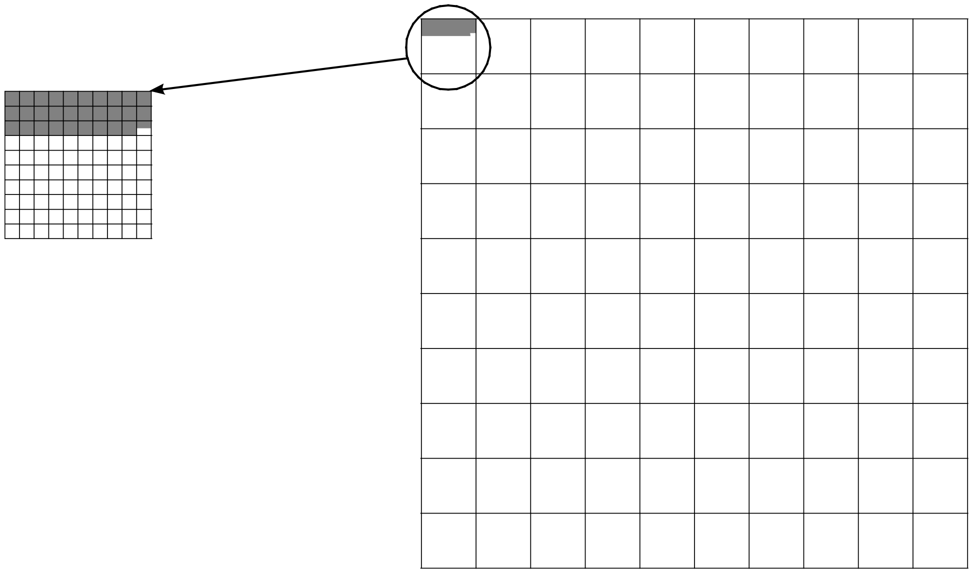
Il faudrait que les élèves soient capables de passer avec souplesse des pourcentages aux fractions et aux nombres décimaux équivalents quand ils résolvent des problèmes. Par exemple, quand on cherche 25 p. 100 d'un nombre donné, il est souvent plus facile d'utiliser $\frac{1}{4}$ et de diviser par 4 pour calculer ou faire une estimation du pourcentage. Lorsque les élèves sont capables d'exprimer les fractions et les nombres décimaux sous la forme de centièmes, on peut remplacer le terme « pour cent » par le terme « centièmes ». On peut exprimer la fraction $\frac{3}{2}$ en centièmes, soit $\frac{150}{100}$, dont l'équivalent décimal est 1,5, ce qui équivaut à 150 %.

Aux niveaux scolaires précédents, lors du travail avec des pourcentages entiers entre 1 et 100 p. 100, les élèves les ont représentés à l'aide de papier quadrillé 10 x 10. En mathématiques de 8^e année, on élargit cela aux pourcentages situés entre 0 et 1 p. 100 et aux pourcentages supérieurs à 100 p. 100, ainsi qu'à d'autres pourcentages fractionnaires. Commencez avec une grille de 10 x 10 pour représenter les pourcentages. Si la grille tout entière représente 100 p. 100, alors chaque carré représente 1 p. 100. Pour les pourcentages fractionnaires facilement reconnaissables, comme 0,5 p. 100, noircissez la moitié d'un carré. Pour représenter 29,5 p. 100, utilisez du papier quadrillé et noircissez 29 carrés et la moitié d'un autre.



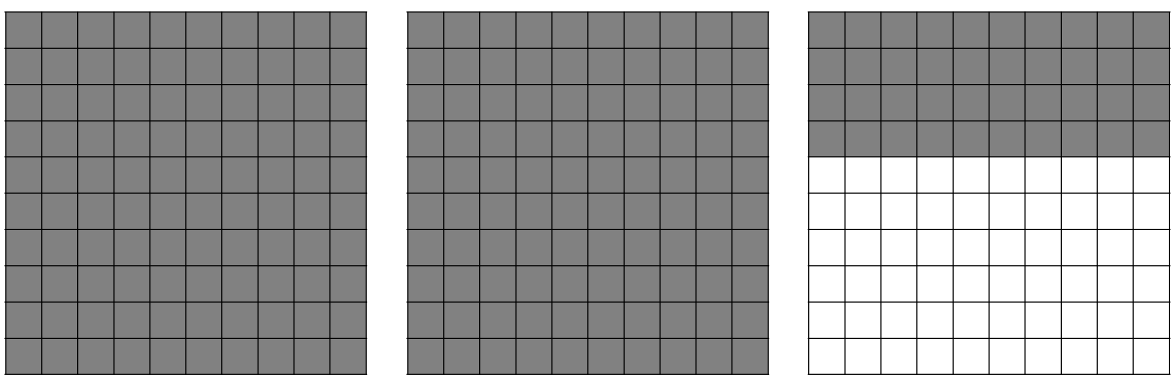
Les pourcentages fractionnaires inférieurs à 1 p. 100 peuvent être représentés en grossissant le carré représentant 1 p. 100, en le subdivisant et en noircissant l'aire appropriée.

Pour représenter 0,295 p. 100, on subdivise le carré représentant 1 p. 100 en 100 parties et on noircit 29,5 blocs sur les 100.



Pour représenter $\frac{2}{3}$ %, on subdivise le carré représentant 1 p. 100 en trois parties et on en noircit deux.

Les pourcentages supérieurs à 100 p. 100 sont représentés en utilisant plus d'une grille de 10 x 10. Le diagramme ci-dessous représente 240 p. 100.



Dans ce diagramme, on a deux grilles de 100 entièrement remplies et 40 carrés noircis dans une autre grille de 100.

Les compétences que les élèves ont apprises dans le cadre du résultat d'apprentissage N03 de 7e année leur ont appris comment faire des conversions entre des pourcentages, des fractions et des nombres décimaux pour des pourcentages entiers entre 1 p. 100 et 100 p. 100. Ils appliqueront ces compétences aux pourcentages fractionnaires entre 0 et 1 p. 100, aux pourcentages supérieurs à 100 p. 100 et à d'autres pourcentages fractionnaires.

Il est nécessaire de travailler sur les pourcentages fractionnaires entre 0 et 1 p. 100 à une cadence raisonnable. Les élèves ont parfois tendance à considérer le pourcentage 0,1 p. 100 comme le nombre décimal 0,1. Il est important de faire la distinction entre les deux. De même, les élèves risquent de confondre $\frac{3}{4}$ % et 75 %. La grille de 100 et la grille des centièmes les aideront à faire la distinction. Étant donné une région noircie dans une grille, on s'attend à ce que les élèves soient capables d'exprimer cette région noircie sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage.

On peut aussi utiliser les régularités pour les pourcentages supérieurs à 100 p. 100 et les pourcentages se situant entre 0 et 1 p. 100. Par exemple :

Pourcentage	Nombre décimal	Fraction
0,3 %	0,003	$\frac{3}{1000}$
3 %	0,03	$\frac{3}{100}$
30 %	0,3	$\frac{3}{10}$
300 %	3	$\frac{3}{1}$

Pourcentage	Nombre décimal	Fraction
70 %	0,7	$\frac{7}{10}$
7 %	0,07	$\frac{7}{100}$
0,7 %	0,007	$\frac{7}{1000}$
0,07 %	0,0007	$\frac{7}{10000}$

On peut rapporter les pourcentages fractionnaires et décimaux à des pourcentages de référence. Par exemple, 0,25 % représente un quart de 1 %. Si vous savez que 1 % de 400 font 4, alors 0,25 % de 400 font un quart de 4, soit 1. Il est également important de prendre conscience du fait que 1 % peut représenter peu de chose ou beaucoup, selon la taille du tout. Par exemple, 1 % de la population d'une ville représente beaucoup de gens par rapport à 1 % des élèves d'une classe.

Les élèves continueront de créer et de résoudre des problèmes qu'ils ont explorés en mathématiques de 7^{e} année et dans lesquels ils déterminent *a*, *b* et *c* dans une relation de type *a* % de *b* = *c* à l'aide du calcul et de l'estimation. Cependant, les situations faisant intervenir la résolution de problèmes seront plus variées. En guise d'application, on exigera des élèves qu'ils appliquent l'augmentation et la diminution en pourcentage à des problèmes faisant intervenir leur propre personne, leur famille et la communauté, dans lesquels les pourcentages supérieurs à 100 et les pourcentages fractionnaires ont un sens. Ils appliqueront leurs connaissances sur les pourcentages à la découverte d'un nombre dont on connait un pourcentage et à la découverte du pourcentage d'un pourcentage.

L'exemple courant qu'on donne de combinaison de pourcentages est l'addition de pourcentages, comme dans les taxes. Les élèves rencontrent des pourcentages combinés au quotidien quand ils achètent des articles en magasin et paient des taxes. Même si la taxe semble n'être qu'un pourcentage, il s'agit en réalité d'une « taxe de vente harmonisée » (TVH) qui comprend à la fois le taux de taxe fédéral et le taux de taxe provincial.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Demandez aux élèves de remplacer mentalement chacune des fractions suivantes par un pourcentage et d'expliquer leur raisonnement :
  $\frac{2}{5}$ $\frac{4}{25}$ $\frac{6}{50}$ $\frac{8}{20}$
- Demandez aux élèves de faire l'estimation du pourcentage pour chacune des fractions suivantes et d'expliquer leur raisonnement :
  $\frac{7}{48}$ $\frac{5}{19}$ $\frac{7}{20}$
- Donnez aux élèves une grille de 10 x 10 et dites-leur de noircir des pourcentages entre 1 et 100 p. 100.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Fais une estimation du pourcentage pour chaque fraction. Explique ton raisonnement.
  - $\frac{125}{85}$
  - $\frac{99}{95}$
  - $\frac{2}{230}$

- Utilise le calcul mental pour résoudre les problèmes suivants :
  - Sachant que 2 % d'un nombre font 4, quel est le nombre?
  - Combien feraient 11,5 % de ce nombre? (Conseil : penser à 10 % + 1 % + 0,5 %)
- Donnez aux élèves du papier quadrillé de 10 × 10 et demandez-leur de noircir des montants représentant des pourcentages donnés supérieurs à 100 % (par exemple : 124 %, 101 %, 150 %).
- Demandez aux élèves d'expliquer le sens des énoncés suivants et de justifier leurs explications.
  - Quand ton entraineur te dit « je veux 110 % », qu'est-ce qu'il veut dire?
  - Combien de chances y a-t-il que la directrice de l'école te dispense de cours pour la journée à cause de ton sourire?
  - Un article de journal mentionne « 200 % » dans son titre. Donne une situation à laquelle l'article pourrait faire référence.

- Les Screaming Eagles du Cap-Breton ont distribué des T-shirts aux 100 premiers supporteurs lors d'une partie de hockey. Ceci représente $\frac{1}{2}$ % des supporteurs ayant assisté à la partie.
- L'école a réalisé 150 % de son objectif dans la collecte d'aliments pour la banque alimentaire du quartier.

- Montrez aux élèves une grille des centièmes qui est noircie et dites-leur de noter le pourcentage, le nombre décimal et la fraction que représente la partie noircie.
- Demandez aux élèves de réagir à l'énoncé suivant. Selon les prédictions de Jill, l'école Maple Academy a 0,50 % de chances de gagner le championnat contre Evergreen Collegiate. Selon toi, quelle école Jill fréquente-t-elle? Explique ton choix.
- Dites aux élèves d'exprimer divers pourcentages, nombres décimaux et fractions dans les trois formes. Ils peuvent faire cela dans un tableau. Ils peuvent aussi représenter ces quantités en noircissant une grille ou avec du matériel de manipulation.

Pourcentage	Nombre décimal	Fraction
146 %		
	0,003	
		$\frac{140}{100}$

- Demandez aux élèves de résoudre les problèmes suivants et d'expliquer leur raisonnement :
  - Des chaussures de basket de superstar vendues normalement à 185 $ sont vendues avec un rabais de 25 %. Pour accélérer les ventes, le prix réduit est abaissé d'un montant supplémentaire de 15 %. Quel est le prix de vente final? Explique pourquoi ce n'est pas la même chose qu'un rabais de 40 %. Quelle serait la différence?
  - Environ 0,6 % de la population de la Nouvelle-Écosse vit à Wolfville. La population de la Nouvelle-Écosse est d'environ 750 000 habitants. Quelle est la population de Wolfville? Si la population de Wolfville augmente de 1000 habitants lors de l'année universitaire à l'Université Acadia, quel est le pourcentage d'augmentation de la population?
  - Le prix d'une console de jeux vidéos de 250 $ augmente de 25 %. Après deux mois, le prix est réduit de 25 %. Explique pourquoi le prix final n'est pas 250 $.
- Demandez aux élèves de réagir aux énoncés suivants :
  - Deux magasins offrent des taux de rabais différents :
    - Magasin A : 50 % de rabais, une journée seulement
    - Magasin B : 25 % de rabais pendant une journée, puis 25 % de rabais sur le prix réduit le jour suivant

    Quel magasin offre les meilleures affaires?
  - Une veste coute 100 $. Le rabais sur le prix de la veste est de 15 %. Cependant, il faut aussi que tu paies une taxe de vente de 15 %. Est-ce que la veste te coutera 100 $, moins de 100 $ ou plus de 100 $? Explique ton raisonnement.
  - Charlie travaille à temps partiel dans un restaurant du quartier. Dans sa prochaine fiche de paie, il recevra une augmentation de 5 % en plus d'une prime de rendement de 10 %. Charlie dit à ses amis qu'il va recevoir une augmentation de 15 %. A-t-il raison? Explique-toi.

Suivi de l'évaluation

Questions pour guider la réflexion

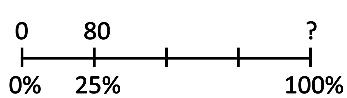
- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?

Planification de l'enseignement

Choisir des stratégies pédagogiques

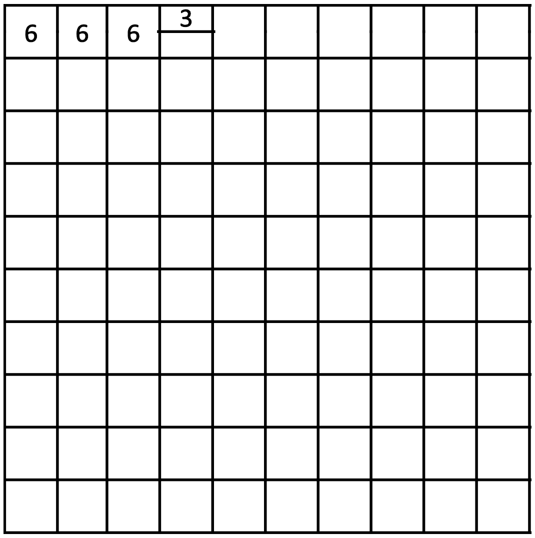
Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Discuter avec les élèves de la pertinence des pourcentages dans des applications du monde réel (taxe de vente, rabais, statistiques sportives, etc.). Dresser avec les élèves une liste de situations dans lesquelles on utilise des pourcentages. Cette liste peut inclure, entre autres :
  - des notes obtenues à des tests (78 % lors d'un test en sciences)
  - une taxe de vente (taxe de 15 % à la vente)
  - un rabais (25 % de rabais sur tous les achats)
  - une probabilité (10 % de chances qu'il pleuve)
  - des statistiques sportives (25 % des tirs ont été des buts)
- Discuter avec les élèves de situations susceptibles de déboucher sur des pourcentages supérieurs à 100 %. Poser aux élèves des questions comme les suivantes :
  - De quel pourcentage le cout d'une boisson gazeuse a-t-il augmenté si on compare le prix d'aujourd'hui au prix d'il y a 50 ans?
  - De quel pourcentage le cout d'un objet rare de collection a-t-il augmenté par rapport à sa valeur initiale?
- Discuter avec les élèves de situations susceptibles de déboucher sur des pourcentages entre 0 % et 1 %. Poser aux élèves des questions comme les suivantes :
  - Quel est le pourcentage de chances qu'il neige en aout?
- Utiliser un modèle visuel pour des pourcentages de référence comme 10 %, 25 % ou 50 % dans des questions, par exemple :
  - 25 % d'un nombre font 80. Quel est ce nombre?



- Employer diverses stratégies pour calculer le pourcentage d'un nombre :
  - Représentation à l'aide d'une grille de 10 × 10 :

    > $3\frac{1}{2}$ % de 600



- Subdivision du pourcentage :
  > 110 % de 80 :

    100 % de 80 = 80
    10 % de 80 = 8
    8 + 80 = 88

- Représentation du pourcentage sous la forme de son équivalent décimal et multiplication :
  > trouver 110 % de 80 :

    = 1,1 × 80 = 88

  > trouver 0,5 % of 800 : trouver 1 % et diviser par deux :

    1 % de 800 = 8

    $\frac{1}{2}$ de 8 = 4

  > convertir en fraction et diviser :

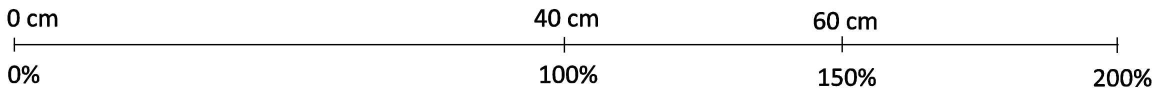
    25 % de 60 = $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$ × 60 = 60 ÷ 4 = 15

  > utiliser une proportion :

    0,7 % de 300 = $\frac{\mathbf{0.1}}{\mathbf{100}} = \frac{\boldsymbol{x}}{\mathbf{80}}$

- Utiliser une grille de 10 x 10 pour représenter 100 %. Montrer des exemples de pourcentages supérieurs à 100 %, comme 260 %, et dire aux élèves de noircir la grille pour représenter la valeur ou demander aux élèves de trouver le pourcentage représenté par la partie noircie.
- Utiliser un bâton d'un mètre pour représenter 100 %. Utiliser plus d'un bâton d'un mètre pour montrer des exemples de pourcentages supérieurs à 100 %.

- Utiliser une double droite numérique (horizontale ou verticale) pour résoudre des problèmes faisant intervenir des pourcentages. Par exemple, on augmente une longueur de 40 cm de 50 %. Quelle est la nouvelle longueur?



Tâches suggérées pour l'apprentissage

- Le pourcentage 140 % exprimé sous forme décimale est 1,40. Utilise une régularité pour trouver les formes décimales des pourcentages suivants :
  - 14 %
  - 1,4 %
  - 0,14 %
- Le pourcentage 0,09 % exprimé sous forme de fraction est $\frac{9}{10000}$. Utilise une régularité pour trouver les formes fractionnaires des pourcentages suivants :
  - 0,9 %
  - 9 %
  - 90 %
  - 900 %
- Remplace divers nombres dans les problèmes suivants et résous-les.
- Une école a un effectif total de (527 ou 200) élèves.
  - Hier (11,5 % ou 15 %) des élèves étaient absents. Combien d'élèves étaient présents à l'école?
  - L'effectif actuel représente 250 % de l'effectif d'il y a quinze ans. Quel était l'effectif de l'école à l'époque?
- Fais une estimation de l'augmentation en pourcentage dans le problème suivant. Le père de Derek dit : « À mon époque, on pouvait acheter une barre chocolatée et une boisson gazeuse pour 25 ¢. » Avec tes connaissances sur le cout de ces articles aujourd'hui, quelle a été l'augmentation en pourcentage?
- Utilise une double droite numérique pour modéliser la situation suivante. La présidente du conseil étudiant a été élue avec 215 suffrages. Sachant qu'elle a reçu 58 % des suffrages exprimés, combien de suffrages ont été exprimés?
- Construis un modèle représentant la situation suivante. Jimmy a une heure et 20 minutes pour déterminer 5 tâches. Quel pourcentage du temps Jimmy peut-il consacrer à chaque tâche sachant que toutes les tâches prennent un temps égal?
- Ton ami était absent de l'école quand l'enseignant a expliqué les pourcentages fractionnaires. Lors de ses révisions pour le test, il dit que $\frac{1}{2}$ % sous forme décimale est 0,5. Quelle utilisation ferais-tu d'un modèle ou d'un diagramme pour l'aider à comprendre l'erreur qu'il a commise?
- Trina a obtenu une note de 80 % lors d'un test récent en mathématiques. Sachant qu'elle a répondu correctement à 48 questions, combien de questions y avait-il dans le test?
- Adam a allongé sa liste de chansons de 40 %. Sachant qu'il avait 300 chansons au départ, combien de chansons a-t-il maintenant?
- Shawn a gagné 85 $ et dépensé 15 %. Quel pourcentage de son argent a-t-il dépensé?

- La semaine dernière, la cantine a vendu 60 sandwichs. Cette semaine, elle a vendu 48 sandwichs. Calcule la baisse en pourcentage. Que peux-tu faire pour vérifier que la baisse en pourcentage est correcte?
- Copie et remplis le tableau suivant.

Pourcentage	Nombre décimal	Fraction
148 %		
$\frac{7}{20}$ %		
26,4 %		
	2,65	
	0,003	
	0,254	
		$\frac{8}{5}$
		$\frac{1}{250}$
		$\frac{3}{8}$

- Catherine dit que sa quantité de devoirs à faire à la maison a augmenté de 400 % quand la durée est passée d'une demi-heure de travail à deux heures de travail. Es-tu d'accord avec elle? Explique-toi.
- Cyril collectionne des cartes de hockey. Il a 150 cartes dans sa collection. Son anniversaire était en juin et ses amis lui ont offert des cartes de hockey, ce qui lui a permis d'augmenter sa collection de 20 %. À Noël, sa collection de cartes a de nouveau augmenté de 15 %. Combien de cartes a-t-il dans sa collection après cette augmentation de 15 %?
- Sachant que  représente 50 %, que faut-il dessiner pour représenter 250 %?
- Sachant que  représente 125 %, que faut-il dessiner pour représenter 75 %?

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- calculette
- pièces de monnaie
- cercles fractionnaires
- pièces fractionnaires
- bandes fractionnaires
- grille des centièmes
- grille des millièmes
- bâton d'un mètre
- droite numérique / double droite numérique
- droites numériques ouvertes
- divers objets pour compter (jetons, pastilles, etc.)

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
	▪ augmentation en pourcentage
	▪ diminution en pourcentage
▪ fraction	▪ fraction
▪ nombre décimal	▪ nombre décimal
▪ pour cent	▪ pour cent
▪ pourcentage	
▪ pourcentage combiné	▪ pourcentage combiné
▪ pourcentage fractionnaire	▪ pourcentage fractionnaire
▪ rapport	▪ rapport
▪ TPS	▪ TPS
▪ TVH	▪ TVH
▪ TVP	▪ TVP

Ressources

Imprimé

Chenelière Mathématiques (Baron *et al.* 2008; n° NSSBB : 2001642)

- Module 5 – Les pourcentages, les rapports et les taux
  - Section 5.1 – Les liens entre les fractions, les nombres décimaux et les pourcentages
  - Section 5.2 – Calculer des pourcentages
  - Section 5.3 – Résoudre des problèmes de pourcentages
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001643)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n° NSSBB : 2001643)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Math Matters: Understanding the Math You Teach, 2e éd. (Chapin et Johnson, 2006), p. 149–164.

Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006), p. 175.

Proportional Reasoning (Erickson, 2000; n° NSSBB : 23187)

Internet

- « Interactive Hundredths Grid [unnamed] », *McGraw-Hill Education* (McGraw-Hill Education, 2015) : www.glencoe.com/sites/common_assets/mathematics/ebook_assets/vmf/VMF-Interface.html.

RAS N04 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les rapports et les taux. [C, L, V]			
[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CM]** Calcul mental et estimations

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

N04.01 Expliquer la relation de multiplication que renferme le concept de rapport.
N04.02 Exprimer un rapport à deux termes tiré d'un contexte donné sous forme imagée et le prendre en note à l'aide des formes « 3:5 » et « 3 à 5 ».
N04.03 Exprimer un rapport à deux termes tiré d'un contexte donné sous les formes « 4:7 : 3 » et « 4 à 7 à 3 ».
N04.04 Exprimer un rapport *partie-à-partie* sous la forme d'une fraction *partie-à-tout*.
N04.05 Mettre en évidence et décrire des rapports et des taux (notamment des taux à l'unité) à partir d'exemples tirés de la vie quotidienne et les prendre en note sous forme symbolique.
N04.06 Exprimer un taux donné à l'aide de mots ou de symboles.
N04.07 Exprimer un rapport donné sous la forme d'un pourcentage et expliquer la raison pour laquelle un taux ne peut pas être représenté sous forme de pourcentage.

Portée et séquence

Mathématiques 7e année	**Mathématiques 8e année**	**Mathématiques 9e année**
N03 On s'attend à ce que les élèves résolvent des problèmes faisant intervenir des pourcentages de 1 à 100 p. 100 (en se limitant aux nombres entiers). **SP04** On s'attend à ce que les élèves expriment les probabilités sous forme de rapports, de fractions et de pourcentages.	**N04** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les rapports et les taux.	**N03** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les nombres rationnels en comparant et ordonnant des nombres rationnels et en résolvant des problèmes faisant intervenir des opérations arithmétiques sur des nombres rationnels.

Contexte

Les élèves ont déjà de l'expérience avec les **rapports**. En mathématiques de 6e année (résultat d'apprentissage N05), ils ont défini, représenté et interprété des rapports de deux nombres qui leur étaient présentés sous forme concrète. En mathématiques de 7e année (résultat d'apprentissage N03), ils ont calculé des proportions dans des situations de résolution de problèmes faisant intervenir des pourcentages. En mathématiques de 8e année, les élèves vont prolonger et élargir leurs connaissances sur les rapports. On va également leur présenter les **taux**. Ils décriront et prendront en note des taux à partir d'exemples du monde réel. Les activités de résolution de problèmes avec des taux à l'unité et des prix à l'unité devraient les conduire à faire des liens entre les mathématiques et la vie quotidienne.

Pour apprendre le raisonnement proportionnel, il est crucial de comprendre qu'un rapport est une comparaison par multiplication entre deux quantités. Encouragez les élèves à chercher les relations de multiplication qui se cachent dans le rapport. Par exemple, si on s'apprête à mélanger deux pots de peinture bleue à six pots de peinture jaune pour produire de la peinture verte, le rapport entre la peinture bleue et la peinture jaune est de 2:6. On peut dire que le nombre de pots de peinture bleue représente $\frac{1}{3}$ du nombre de pots de peinture jaune ou que le nombre de pots de peinture jaune représente trois fois le nombre de pots de peinture bleue. Ce sont là des exemples des relations de multiplication qui se cachent dans ce rapport. Il faudrait que les élèves soient capables d'exprimer ces relations sous forme de mots. Les élèves qui comprennent la relation de multiplication seront capables d'indiquer d'autres nombres de pots de peinture bleue et de pots de peinture jaune qu'on pourra utiliser pour produire la même teinte de vert.

Si l'élève décrit la relation entre le nombre de pots de peinture bleue et le nombre de pots de peinture jaune en disant « le nombre de pots de peinture bleue est inférieur de quatre pots au nombre de pots de peinture jaune », il perçoit une comparaison par addition et non une comparaison par multiplication. Les comparaisons par addition ne sont pas des rapports et il faut que les élèves soient capables de voir les choses sous l'angle de la multiplication avant de pouvoir résoudre des problèmes faisant intervenir un raisonnement proportionnel.

On classe les rapports selon le type de comparaison : comparaison **partie-partie** (comparaison entre une partie du tout et une autre partie du tout), **partie-tout** (comparaison entre une partie et le tout) pour comparer des mesures ou des nombres de mesures du même type. Prenons les exemples suivants :
13 personnes sont sur les montagnes russes; 2 d'entre elles sont des filles. Le rapport entre les filles et le nombre de personnes est de 2:13. C'est un exemple de rapport de type partie-tout. Dans un verger de 80 arbres, 43 des arbres sont des pommiers et les autres sont des poiriers. Le rapport entre pommiers et poiriers est de 43:37; c'est un rapport de type partie-partie.

Les rapports partie-tout sont des fractions qui peuvent s'écrire sous forme fractionnaire. Autrement dit, 2:13 s'écrit aussi $\frac{2}{13}$. Il faut que les élèves comprennent que toutes les fractions sont également des rapports, mais que les rapports ne sont pas tous des fractions.

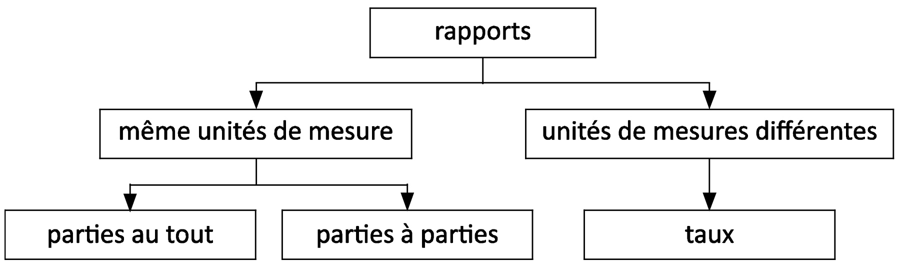
On a également souvent des exemples de **rapports à trois termes**. Si, par exemple, 13 personnes sont sur les montagnes russes et 2 d'entre elles sont des filles, alors le rapport garçons:filles:total est 11:2:13. De même, dans un verger de 80 arbres, si 43 arbres sont des pommiers et le reste des poiriers, le rapport à trois termes comparant les pommiers aux poiriers et au total est de 43:37:80.

Une fois que les élèves comprennent que le rapport partie-partie compare une partie à une autre partie du même ensemble, tandis que le rapport partie-tout compare une partie de l'ensemble à l'ensemble, ils devraient être capables d'écrire un rapport partie-partie sous la forme d'un rapport partie-tout. Par exemple, une recette utilisant 1 contenant de concentré de jus congelé pour 4 contenants d'eau peut se représenter sous la forme $\frac{1}{5}$, qui représente le rapport concentré:solution, ou sous la forme $\frac{4}{5}$, qui représente le rapport eau:solution.

Il convient d'insister sur le fait que seuls les rapports partie-tout sont exprimés sous forme de fractions, parce que la relation partie-tout est une fraction. On peut demander aux élèves d'expliquer un rapport avec un exemple de la vie réelle. On peut le décrire comme un rapport partie-tout, dans lequel le numérateur représente une partie du tout et le dénominateur représente le tout. Par exemple, Daniel frappe la balle 2 fois sur 9 lorsqu'il est au bâton. Le rapport entre le nombre de frappes et le nombre de fois qu'il est au bâton est de 2:9.

On rencontre fréquemment des rapports lors de la description de situations du monde réel. Dites aux élèves d'écrire des rapports en mots pour commencer. Ceci les aidera à rédiger les termes de la comparaison dans le bon ordre de comparaison lorsqu'ils auront à les écrire sous forme symbolique.

Les élèves ont travaillé avec des rapports, qui comparent des quantités de la même unité. Maintenant, on passe aux taux, qui font intervenir des quantités avec des unités différentes. Les concepts mathématiques utilisés pour parler des taux sont cependant les mêmes que pour les rapports. Dans les deux cas, on a des comparaisons. Il peut être utile d'avoir recours à un outil d'organisation graphique, comme l'organigramme suivant, pour expliquer les différents types de rapports.



Rappelez aux élèves d'inclure les unités quand ils écrivent des taux.

Comme les taux comparent des quantités mesurées en unités différentes, ils n'ont aucun sens sans les unités. Les élèves devraient déjà être familiers de nombreux exemples différents et variés de taux, même s'ils ne les percevaient pas comme étant des taux. Dites à la classe de faire un remue-méninge pour trouver autant d'exemples de taux tirés de la vie réelle que possible. Les exemples dans lesquels les élèves se reconnaitront peuvent inclure des vitesses (km/h), des taux pour l'envoi de messages texte ($/mois) et des emplois du temps scolaires (périodes/jour ou jours/cycle).

Il est important de continuer d'insister sur le fait que le taux compare deux quantités différentes. Dans tout contexte que les élèves peuvent fournir dans lequel $\frac{a}{b}$ représente un taux, ce sont deux quantités exprimées dans des unités différentes qu'on compare.

La distinction entre rapport et taux est subtile. Lorsque les élèves travaillent sur les taux, il convient de les encourager à continuer d'examiner les points communs et les différences et d'établir des liens entre les rapports et les taux. L'une des différences fondamentales entre les deux est que l'on peut représenter un rapport sous forme de pourcentage, mais pas un taux. Il faudrait que les élèves se rappellent que les rapports partie-tout s'expriment sous forme de pourcentages, tandis que ce n'est pas le cas pour les rapports partie-partie. Par exemple, si Daniel frappe la balle 2 fois sur 9 lorsqu'il est au bâton, il s'agit d'un rapport qui peut s'écrire sous la forme d'un pourcentage. Si l'on considère les frappes comme étant des cas où Daniel réussit au bâton, alors il s'agit d'une comparaison entre partie et tout. Dans un pourcentage, on compare un nombre donné à 100. Comme, dans un taux, les unités sont différentes, il n'y a pas de tout auquel on peut comparer une partie. Par conséquent, le taux ne peut pas se représenter sous forme de pourcentage.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Demandez aux élèves d'utiliser des blocs-formes pour représenter les rapports suivants et d'écrire ces rapports sous forme symbolique (par exemple : trapézoïdes par rapport à triangles, triangles par rapport à l'ensemble).
  - 3 trapézoïdes par rapport à 5 triangles équilatéraux
  - 4 rhombes par rapport à 6 triangles équilatéraux
- Demandez aux élèves d'exprimer les comparaisons suivantes à partir du diagramme ci-dessous :
  ☺☺☺☺♥
  - les visages par rapport aux cœurs
  - les cœurs par rapport aux visages
  - les visages par rapport à l'ensemble
  - l'ensemble par rapport aux cœurs

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Écris un rapport partie-partie-tout pour chaque situation ci-dessous.
  - Un aquarium contient 3 guppys et 5 poissons rouges.
  - Au stationnement, on a deux types de véhicules : des voitures et des camions. Il y a 30 véhicules au total et sept d'entre eux sont des camions.
  - Vous achetez un sac contenant un mélange de pommes : 5 pommes Honeycrisp et 7 pommes Macintosh.
- Détermine qui aura la plus grande proportion de pizza si 9 filles se partagent 4 pizzas au peppéroni, tandis que 7 garçons se partagent 3 pizzas végétariennes. Explique ton raisonnement. Quelles sont les hypothèses que tu fais?
- Demandez aux élèves de choisir des carreaux de trois couleurs différentes et de modéliser les rapports suivants :
  - 4 par rapport à 3
  - 2:1
  - $\frac{1}{3}$
  - 2:3:5

- Écris une réponse en réaction à la situation suivante. Sachant qu'un robinet fuit à un taux de 50 mL par heure, peux-tu décrire ce taux sous la forme d'un pourcentage? Explique pourquoi ou pourquoi pas.

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Présenter une collection d'articles qui ont tous quelque chose en commun (fournitures de peinture, types de ballons pour le sport, etc.). Demander aux élèves de décrire les comparaisons sous la forme de rapports, en utilisant la notation partie-partie et partie-tout. (NOTE : Les rapports partie-partie ne peuvent s'écrire sous forme de fractions.)
- Discuter avec les élèves du fait que les fractions sont toutes des rapports mais que les rapports ne sont pas tous des fractions.
- S'assurer que les élèves comprennent bien pourquoi les taux ne se représentent pas sous forme de pourcentages. Par exemple, si 200 élèves sur 500 dans l'école se rendent à la soirée dansante, on peut dire que 40 pour cent des élèves seront présents. Dans ce cas, le rapport compare la partie (le nombre d'élèves qui iront) au tout (le nombre total d'élèves de l'école). C'est différent d'un taux, qui compare deux quantités dont les unités sont différentes, par exemple la vitesse en kilomètres par heure. Comme les taux comparent des quantités différentes, on ne peut les représenter sous forme de pourcentages comparant une partie au tout, qui ne concernent qu'une quantité (par exemple, la population totale d'élèves d'une école).
- Discuter de la meilleure façon de décrire chacun des élèves suivants :
  - vitesse à laquelle tu te déplaces sur la route
  - nombre d'œufs utilisés par une famille en une journée, une semaine et un mois
  - réalisations d'un joueur de hockey par minute de jeu

Tâches suggérées pour l'apprentissage

- Dans ton école, indique les rapports suivants :
  - élèves par rapport aux enseignants
  - enseignants par rapport aux élèves
  - salles de classe par rapport au nombre total de salles
  - balles de soccer par rapport aux balles de basket et par rapport au nombre total de balles
  - fenêtres par rapport aux portes
  - pupitres par rapport aux chaises
- Trie les éléments suivants selon qu'il s'agit de rapports ou de taux :
  - Un vendeur est payé 11,40 $ de l'heure.
  - La note moyenne pour le module précédent a été de 82 %.
  - La recette pour le détergent exige 1 part de bicarbonate de soude pour 2 parts de vinaigre et 4 parts d'eau.
  - Pour chaque heure que je consacre à mes devoirs, je passe 2 heures à jouer au basket.
  - Une voiture parcourt 240 km en 3 heures.

- Noircis une partie d'une grille de 10 × 10. Échange ta grille avec celle d'un partenaire et représente la proportion noircie sur la grille de ton partenaire de plus d'une manière.
- Trouve des exemples de taux (dans des magasins, des prospectus, sur Internet, etc.) ou prépare une affiche présentant des taux. Décris dans ton journal mathématique les taux que tu as choisis, à l'aide de mots et de symboles.
- Écris chaque rapport sous la forme de la fraction la plus simple :
  - 14 par rapport à 6
  - 4:22
  - 18:12
  - 25 par rapport à 20
  - 18:21
  - 18:3
  - 7:21
  - 20 par rapport à 9
  - 4:10
  - 84 par rapport à 16
- Colorie la grille suivante afin que le rapport entre carreaux coloriés et carreaux non coloriés soit de 5:3.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- carreaux de couleur
- grille des centièmes
- blocs-formes
- tableaux de rapports

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ rapport ▪ rapport à deux termes ▪ rapport à trois termes ▪ rapport partie-partie ▪ rapport partie-tout ▪ taux	▪ rapport ▪ rapport à deux termes ▪ rapport à trois termes ▪ rapport partie-partie ▪ rapport partie-tout ▪ taux

Ressources

Imprimé

Chenelière Mathématiques (Baron *et al.* 2008; n° NSSBB : 2001642)

- Module 5 – Les pourcentages, les rapports et les taux
  - Section 5.5 – Les rapports
  - Section 5.6 – Les rapports équivalents
  - Jeu : *Triple jeu*
  - Section 5.7 – Comparer des rapports
  - Section 5.8 A – *Proportional and Non-proportional Situations* (document d'appoint pour la Nouvelle-Écosse seulement; se trouve dans *Mathematics Learning Commons, Grades 7–9*)
  - Section 5.8 B – *Solving Problems That Involve Proportional Reasoning* (document d'appoint pour la Nouvelle-Écosse seulement; se trouve dans *Mathematics Learning Commons, Grades 7–9*)
  - Section 5.9 – Les taux
  - Section 5.10 – Comparer des taux
  - Problème du module : Le règne animal
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001643)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n° NSSBB : 2001643)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006), 154–175.

Math Matters: Understanding the Math You Teach, 2e éd. (Chapin et Johnson, 2006), 165–189.

N05 On s'attend à ce que les élèves résolvent des problèmes faisant intervenir des taux, des rapports et des raisonnements proportionnels. [C, L, CM, RP, R]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

N05.01 Expliquer la signification de $\frac{a}{b}$ dans un contexte donné.

N05.02 Fournir un exemple tiré de la vie quotidienne dans lequel $\frac{a}{b}$ représente une fraction, un taux, un rapport, un quotient et une probabilité.

N05.03 Trouver le sens d'une situation faisant intervenir la proportionnalité à l'aide d'images, de modèles ou du matériel de manipulation.

N05.04 Faire la distinction entre contextes proportionnels et contextes non proportionnels.

N05.05 Utiliser des relations de multiplication pour comparer des quantités et faire des prédictions sur la valeur d'une quantité d'après les valeurs d'une autre.

N05.06 Utiliser de multiples méthodes pour résoudre des problèmes faisant intervenir la proportionnalité et comprendre que ces méthodes sont apparentées.

N05.07 Utiliser des estimations pour déterminer la vraisemblance d'une réponse.

N05.08 Résoudre un problème faisant intervenir la proportionnalité à l'aide du calcul mental, avec un papier et un crayon ou avec la technologie, selon ce qui est approprié.

N05.09 Résoudre un problème donné faisant intervenir des taux, des rapports ou des pourcentages à l'aide du calcul mental, avec un papier et un crayon ou avec la technologie, selon ce qui est approprié.

N05.10 Créer des problèmes qui sont des exemples de raisonnement proportionnel.

Portée et séquence

Mathématiques 7e année	**Mathématiques 8e année**	**Mathématiques 9e année**
N03 On s'attend à ce que les élèves résolvent des problèmes faisant intervenir des pourcentages de 1 à 100 p. 100 (en se limitant aux nombres entiers). **SP04** On s'attend à ce que les élèves expriment les probabilités sous forme de rapports, de fractions et de pourcentages.	**N05** On s'attend à ce que les élèves résolvent des problèmes faisant intervenir des taux, des rapports et des raisonnements proportionnels.	**N03** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les nombres rationnels en comparant et ordonnant des nombres rationnels et en résolvant des problèmes faisant intervenir des opérations arithmétiques sur des nombres rationnels.

Contexte

Les taux, les rapports et les proportions sont trois concepts apparentés. On les utilise dans de nombreuses activités de résolution de problèmes. Par exemple, on utilise souvent les taux, les rapports et les proportions pour les modèles à l'échelle, la modification d'une recette ou des comparaisons de prix quand on fait des courses.

Les rapports sont des comparaisons entre deux quantités ou mesures. Lors du travail sur le résultat d'apprentissage précédent, les élèves en ont appris davantage sur la relation de multiplication qui forme la base du rapport. Cette façon de voir les choses sous l'angle de la multiplication sera nécessaire pour l'étude des proportions. Les proportions sont des énoncés d'égalité entre deux rapports. Pour voir les choses sous l'angle des proportions, il faut que les élèves :

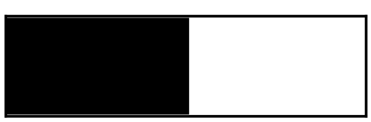
- comprennent la relation de multiplication qui sous-tend le rapport et les rapports égaux qui constituent la proportion;
- connaissent les caractéristiques mathématiques des situations faisant intervenir des proportions;
- soient capables de faire la différence entre les caractéristiques mathématiques du raisonnement proportionnel et les contextes non proportionnels;
- comprennent des exemples réalistes et mathématiques de situations faisant intervenir la proportionnalité;
- se rendent compte qu'on peut utiliser de multiples méthodes pour résoudre des tâches faisant intervenir la proportionnalité et que ces méthodes sont apparentées;
- sachent comment résoudre des tâches de raisonnement proportionnel qualitatives et quantitatives;
- ne soient pas affectés par le contexte des nombres dans la tâche.

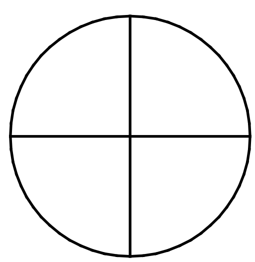
Si deux rapports peuvent représenter la même relation, on peut utiliser différentes notations pour les proportions. Par exemple :

2:5 = 4:10 ou 2 à 5 = 4 à 10 ou $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$

Dans tous les cas, l'énoncé se lit « deux est pour cinq ce que quatre est pour dix ».

Pour bien comprendre et résoudre les problèmes faisant intervenir des rapports, il est nécessaire de comparer des rapports équivalents ou de créer une proportion. Commencez par utiliser des modèles ou des images pour donner un sens aux proportions. On peut, par exemple, demander aux élèves de remplir un deuxième diagramme pour représenter la même relation que celle qui est représentée par un diagramme fourni.





Pour résoudre des problèmes pouvant être représentés sous la forme d'une proportion, il faut que les élèves comprennent la relation de multiplication qui sous-tend le rapport ou le lien entre deux rapports. Le fait de comprendre ces relations aidera les élèves à calculer les proportions pour trouver les informations manquantes. Donnez aux élèves des occasions de bien comprendre sur le plan conceptuel les proportions, à l'aide de nombres qu'il est facile de manipuler mentalement. Ce n'est qu'une fois que les élèves auront acquis cette compréhension qu'on pourra utiliser des nombres qui ne se prêtent pas à l'emploi de méthodes plus intuitives.

Présentez aux élèves un problème comme le suivant :

- Le rapport entre balles de basket d’intérieur et balles de basket d’extérieur au centre de loisirs est de 6:2. Il faut acheter de nouvelles balles. Sachant que le centre va acheter 24 balles de basket d’intérieur, combien de balles de basket d’extérieur va-t-il acheter?

Les rapports peuvent être examinés en demandant aux élèves de décrire à l’aide de mots la relation de multiplication qui sous-tend le rapport 6:2. Il est souhaitable de s’assurer que les élèves sont capables de dire que le nombre de balles de basket d’intérieur est égal à trois fois le nombre de balles de basket d’extérieur ou que le nombre de balles de basket d’extérieur est égal à un tiers du nombre de balles de basket d’intérieur. Quand un élève dit que le nombre de balles de basket d’intérieur est égal à quatre fois le nombre de balles de basket d’extérieur, il se focalise sur l’addition au lieu de la multiplication. Comme les comparaisons axées sur l’addition sont une erreur courante et ne relèvent pas du raisonnement proportionnel, il faut que les élèves s’entrainent davantage à décrire la relation de multiplication qui sous-tend les rapports avant qu’ils puissent résoudre des problèmes faisant intervenir des proportions.

Voici un exemple de proportion qu’on peut définir pour ce problème :

$$\frac{\text{6 balles d'intérieur}}{\text{2 balles d'extérieur}} = \frac{\text{24 balles d'intérieur}}{x \text{ balles d'extérieur}}$$

Les élèves pourraient obtenir la réponse en examinant la relation qui sous-tend chaque rapport et en se disant « 6 est lié à 2 de la même manière que 24 est lié au nombre qu’on cherche ».

$$\frac{\text{6 balles d'intérieur}}{\text{2 balles d'extérieur}} = \frac{\text{24 balles d'intérieur}}{x \text{ balles d'extérieur}}$$

Ils pourraient aussi examiner la relation entre chaque rapport et se dire « 6 est lié à 24 de la même manière que 2 est lié au nombre qu’on cherche ». Dans un cas comme dans l’autre, la réponse est 8.

$$\frac{\text{6 balles d'intérieur}}{\text{2 balles d'extérieur}} = \frac{\text{24 balles d'intérieur}}{x \text{ balles d'extérieur}}$$

Le raisonnement proportionnel est complexe et fait intervenir l’idée que, lorsqu’on multiplie ou divise une quantité dans le rapport par un facteur donné, alors il faut multiplier ou diviser l’autre quantité par le même facteur pour maintenir la relation de proportionnalité.

Les rapports sont généralement des comparaisons entre deux quantités d’une même unité. Lorsque la comparaison concerne deux unités différentes — par exemple, le nombre de litres d’essence consommés par rapport au nombre de kilomètres parcourus — alors on a ce qu’on appelle un **taux**. Le **taux à l’unité** est le taux obtenu quand la deuxième quantité est un. Il nous permet de comparer diverses quantités en examinant le nombre d’unités d’une quantité donnée à une unité de l’autre quantité. Pour résoudre des problèmes faisant intervenir la distance, le temps et la vitesse moyenne ou pour déterminer la meilleure affaire quand il faut choisir ce qu’on va acheter, il est souvent utile de ramener les choses au taux à l’unité. Par exemple, vaut-il mieux acheter 1,2 L de jus d’orange à 2,50 $ ou 0,75 L de jus d’orange à 1,40 $? Expliquer pourquoi la réponse choisie est une meilleure affaire.

Il est important que les élèves se rendent compte que, lorsqu’ils comparent des taux à l’unité, il faut que les nombres soient dans les mêmes unités. Par exemple, lorsqu’on compare une quantité mesurée en grammes à une autre quantité mesurée en kilogrammes, on peut convertir les grammes en kilogrammes ou inversement. C’est souvent l’élève lui-même qui choisit l’unité de mesure dont il va se servir pour le taux à l'unité. Il pourrait s'avérer nécessaire, à ce stade, de réviser les méthodes de conversion d'une unité de mesure à une autre.

On peut développer les capacités des élèves en raisonnement proportionnel à l'aide d'activités qui comparent et déterminent l'équivalence de rapports et de taux et en leur faisant résoudre divers problèmes faisant intervenir des proportions. Il est important que les élèves voient bien l'utilité des **proportions** et soient capables de bien définir et résoudre des problèmes faisant intervenir un raisonnement proportionnel.

Encouragez les élèves à faire des estimations et à réfléchir au problème avant de faire des calculs. Encouragez-les à effectuer une réflexion quantitative (plus ou moins qu'une quantité donnée) lorsqu'ils font des estimations.

Il faudrait que les élèves recherchent la méthode la plus efficace pour définir et résoudre le problème, qu'il s'agisse d'utiliser la relation qui sous-tend un rapport, la relation entre deux rapports ou le taux à l'unité. Il faut aussi, si possible, déterminer si le problème peut être résolu mentalement avant d'utiliser du papier et un crayon. Les multiplications croisées ne facilitent pas la compréhension et ne sont donc pas recommandées comme approche pour résoudre les problèmes.

« Il faut parfois que les élèves fassent jusqu'à trois années d'activités de raisonnement dans des situations faisant intervenir la multiplication pour acquérir de bonnes compétences en raisonnement proportionnel. Lorsqu'on utilise les règles de façon prématurée, on encourage les élèves à apprendre les règles sans les comprendre et cela ne leur permet pas de développer leurs compétences en raisonnement proportionnel. » (Van de Walle et Lovin, 2006c, p. 157)

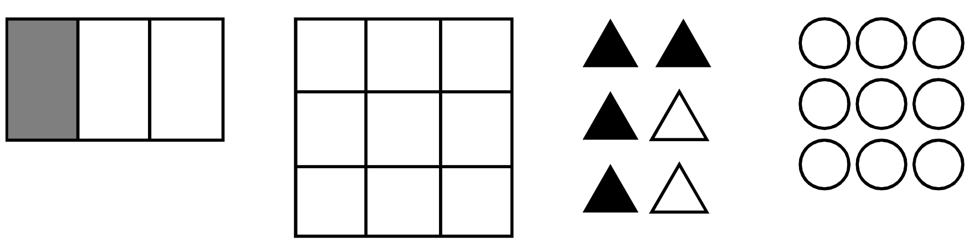
Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Dites aux élèves que la longueur d'un rectangle est le double de la longueur d'un autre. Leurs largeurs sont identiques. Qu'arrive-t-il à l'aire et au périmètre du rectangle? Explique ta réponse.
- Dites aux élèves de tracer des segments de droite de 3 cm et 4 cm respectivement. Dites-leur ensuite de tracer deux autres segments plus longs avec un rapport équivalent aux deux segments qu'ils viennent de tracer.
- Pour chacune des situations suivantes, demandez aux élèves de remplir le deuxième diagramme pour qu'il montre la même relation que le premier et d'expliquer leur raisonnement.



- Dites aux élèves d'utiliser des articles de matériel concret pour créer des paires proportionnelles.

TÂCHES D’ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l’évaluation au service de l’apprentissage (formative) soit pour l’évaluation de l’apprentissage (sommative).

- Lors d’une grosse averse, la quantité de pluie qui tombe est de 40 mm en 30 minutes. Combien de pluie aurait-on eue en une heure? En trois heures? Quelles sont les hypothèses que tu fais?
- Greg et Rose ont cloué une rangée de clous sur différentes planches, d’un bout à l’autre. Rose a cloué plus de clous que Greg. La planche de Rose était plus courte que celle de Greg. Sur quelle planche les clous sont-ils plus serrés les uns contre les autres? Pourquoi?
- Jenson parcourt 100 km en 2 heures en voiture et il lui reste 60 km à faire. Est-ce qu’il faudra à Jensen plus de 2 heures ou moins de 2 heures pour faire les 60 km restants? Justifie ta réponse.
- Sue et Julie courent toutes deux à la même vitesse sur une piste de course. Sue part la première. Une fois qu’elle a fait neuf tours de piste, Julie en a fait trois. Quand Julie a fait 15 tours de piste, combien de tours de piste Sue a-t-elle faits?
- Dans une recette, on utilise 500 mL de farine chaque fois qu’on utilise 125 mL de sucre. Combien de farine faudrait-il si on utilise 500 mL de sucre?
- Donne un contexte de la vie réelle dans lequel $\frac{a}{b}$ représente : une fraction, un taux, un rapport, un quotient et une probabilité.
- Sachant qu’un paquet de 6 bouteilles de jus coute 4,50 $ et que la bouteille individuelle coute 1,50 $, combien économiserait-on par bouteille en achetant un paquet?
- Dan parcourt 4 km en cours à pied en 15,2 minutes. S’il continue à courir à la même vitesse, quelle distance parcourra-t-il en 20 minutes?
- Utilise des exemples pour expliquer en quoi les rapports et les taux sont semblables. Utilise ensuite des exemples pour expliquer en quoi les rapports et les taux sont différents.
- Jane a trouvé une bonne affaire pour les boissons gazeuses. Elle peut acheter 12 canettes à 2,99 $. Il lui faut 72 canettes pour sa fête. Explique comment elle a calculé le cout.
- Explique pourquoi la formule « 1:20 000 000 » est une autre façon de décrire le fait que 1 cm représente 200 km dans une carte routière.
- Sam mesure deux fleurs et constate qu’elles font 8 cm et 12 cm de haut. Deux semaines plus tard, les deux fleurs font respectivement 12 cm et 16 cm. Laquelle des deux fleurs a le plus grandi?
- Le père de Jane a parcouru 417 km en 4,9 heures en voiture. Le père de Leah a parcouru 318 km en 3,8 heures en voiture. Qui des deux a roulé plus vite et de combien?

SUIVI DE L’ÉVALUATION

Questions pour guider la réflexion

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l’évaluation?
- Quelle a été l’efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l’enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?

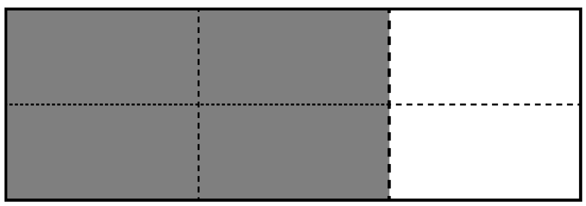
Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Utiliser des problèmes qui encouragent les élèves à faire du calcul mental, par exemple des quantités dans un rapport ou entre des rapports qui sont des multiples entiers l'une de l'autre.

- Utiliser des diagrammes comme le suivant pour demander aux élèves d'écrire deux rapports différents indiquant quelle partie du rectangle est noircie et aussi pour leur faire écrire une proportion correcte.



- Faire des comparaisons entre deux quantités mesurées à l'aide de la même unité. Par exemple, comparer le rapport entre élèves portant une montre au poignet et élèves ne portant pas de montre au poignet dans différentes classes et ensuite pour tous les élèves d'un niveau scolaire donné.

	portent une montre	ne portent pas de montre	rapport entre élèves portant une montre et élèves ne portant pas de montre
Classe 1	16	8	2:1
Classe 2	24	12	2:1
Tous les élèves de 8^e année	varie	varie	varie

- Encourager les élèves à se servir de leurs connaissances sur les fractions équivalentes ou les taux à l'unité pour résoudre des problèmes fait intervenir des proportions. Il faudrait que les élèves choisissent la méthode la plus efficace pour eux et la plus appropriée pour résoudre des problèmes.
- Utiliser des tableaux avec des données incluant des rapports équivalents afin de modéliser les proportions, en recherchant les relations de multiplication dans les lignes ou les colonnes du tableau. Dire aux élèves d'examiner les tableaux pour déterminer si les relations sont des relations de proportionnalité. Exemple :

Papier mâché

nombre de tasses d'eau	nombre de tasses de farine
2	3
4	6
6	9
8	12

Tâches suggérées pour l'apprentissage

- Utilise les réglettes Cuisenaire pour trouver des paires proportionnelles.
- Apporte une photo de toi te tenant debout à côté d'une autre personne ou d'un objet. Mesure la hauteur des personnes/objets dans l'image (en cm) et utilise le rapport pour trouver la véritable taille de la personne ou de l'objet dans la photo. Il faut connaitre l'une des tailles pour pouvoir trouver l'autre.
- On peut échanger 3 livres sterling contre 2 dollars canadiens. Combien de livres sterling recevrais-tu pour 1 dollar canadien?
- Fred a reçu une carte-cadeau pour son anniversaire. Il l'utilise pour télécharger de nouveaux morceaux de musique pour son lecteur MP3. Fred a téléchargé 12 chansons en 15 minutes. À ce rythme, combien de chansons pourra-t-il télécharger en 1 heure?
- Il y a deux carafes de jus sur la table. La carafe B contient un jus plus dilué que la carafe A. Ajoute une cuillère à thé de cristaux de jus instantanés à la carafe A et une tasse d'eau à la carafe B. Quelle carafe contiendra le jus le plus concentré? Pourquoi?
- Il y a deux carafes de jus sur la table. La carafe B et la carafe B contiennent un jus qui a le même gout. Ajoute une cuillère à thé de cristaux de jus instantanés à la carafe A et à la carafe B. Quelle carafe contiendra le jus le plus concentré? Pourquoi?
- Pour faire de la limonade, Sue utilise 5 doses de poudre pour 6 tasses d'eau et Sarah utilise 4 doses de poudre pour 5 tasses d'eau.
  - Est-ce qu'il y a une relation de proportionnalité entre les deux situations? Explique pourquoi ou pourquoi pas.
  - Dans quelle situation la limonade aura-t-elle probablement plus de gout? Quelles hypothèses as-tu faites?
- Discute de la question de savoir si l'on peut résoudre le problème suivant à l'aide d'une proportion :
  - David a 6 ans et Ellen a 2 ans. Quel âge Ellen aura-t-elle quand David aura 12 ans?
- Détermine la consommation d'essence d'un véhicule. Tu peux préparer et utiliser un registre comme le suivant pour faire un suivi des achats d'essence, des kilomètres parcourus et de la consommation d'essence sur plusieurs semaines.

Quantité d'essence achetée (en L)	Compteur au début (en km)	Compteur à la fin (en km)	Distance totale parcourue	Consommation de carburant

- Lis chacun des scénarios suivants et détermine si la fraction $\frac{a}{b}$ représente une fraction, un taux, un rapport, un quotient ou une probabilité. Explique ton raisonnement.
  - Jeremy a $\frac{3}{6}$ de chances d'obtenir un nombre pair quand il lance un cube numérique ordinaire à six faces.
  - Ling a parcouru $\frac{27km}{3h}$ à bicyclette.
  - Le fait qu'on a trois filles et cinq garçons dans l'équipe de volleyball est représenté par $\frac{3}{5}$.
  - Pedro a obtenu $\frac{7}{10}$ à son test de mathématiques.

   – Allan a mangé $\frac{3}{4}$ d'un sac de croustilles.

- Avec les rectangles de Fraction Factory, mets un rectangle orange et un rectangle brun côte à côte. À côté de cette paire de rectangles, mets deux rectangles différents qui sont proportionnels à la première paire. Explique ton raisonnement.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- calculette
- pièces de monnaie
- tableau des centièmes
- droite numérique
- droites numériques ouvertes
- divers objets pour compter (jetons, pastilles, etc.)

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ fraction équivalente ▪ prix à l'unité ▪ proportion ▪ rapport à deux termes ▪ rapport à trois termes ▪ rapport partie-partie ▪ rapport partie-tout ▪ taux ▪ taux à l'unité	▪ fraction équivalente ▪ prix à l'unité ▪ proportion ▪ rapport à deux termes ▪ rapport à trois termes ▪ rapport partie-partie ▪ rapport partie-tout ▪ taux ▪ taux à l'unité

Ressources

Imprimé

Chenelière Mathématiques (Baron *et al.* 2008; n° NSSBB : 2001642)

- Module 5 – Les pourcentages, les rapports et les taux
  - Section 5.5 – Les rapports
  - Section 5.6 – Les rapports équivalents
  - Section 5.7 – Comparer des rapports
  - Section 5.8 A – *Proportional and Non-proportional Situations* (document d'appoint pour la Nouvelle-Écosse seulement; se trouve dans *Mathematics Learning Commons, Grades 7–9*)
  - Section 5.8 B – *Solving Problems That Involve Proportional Raisonnement* (document d'appoint pour la Nouvelle-Écosse seulement; se trouve dans *Mathematics Learning Commons, Grades 7–9*)
  - Section 5.9 – Les taux

- Section 5.10 – Comparer des taux
- Problème du module : Le règne animal

- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (nº NSSBB : 2001643)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (nº NSSBB : 2001643)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006), p. 154–175.

Math Matters: Understanding the Math You Teach, 2e édition (Chapin et Johnson, 2006), p. 165–189.

Implementing the Common Core State Standards through Mathematical Problem Solving: Grades 6–8 (Gurl *et al.* 2013), p. 1–13.

Internet

- « Thinking Blocks: Model and Solve Word Problems, Ratio and Proportion Practice », *Math Playground* (MathPlayground.com, 2014) : www.mathplayground.com/tb_ratios/thinking_blocks_ratios.html
- « Thinking Blocks: Model Your Math Problems », Math Playground [applis iPad] (Math Playground LLC, 2014) : http://thinkingblocks.com/index.html
- « Math Interactives: Rate/Ratio/Proportion », *LearnAlberta.ca* (Ministère de l'Éducation de l'Alberta, 2003) : www.learnalberta.ca/content/mejhm/index.html?ID1=AB.MATH.JR.NUMB&ID2=AB.MATH.JR.NUMB.RATE&lesson=html/video_interactives/rateRatioProportions/rateRatioProportionsInteractive.html.

RAS N06 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la multiplication et la division de fractions et de nombres fractionnaires de signe positif, sous forme concrète, imagée et symbolique. [C, L, CM, RP]
[C] Communication **[RP]** Résolution de problèmes **[L]** Liens **[CM]** Calcul mental et estimations **[T]** Technologie **[V]** Visualisation **[R]** Raisonnement

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

N06.01 Définir l'opération appropriée pour résoudre un problème faisant intervenir des fractions positives.
N06.02 Fournir un contexte exigeant la multiplication de deux fractions positives données.
N06.03 Fournir un contexte exigeant la division de deux fractions positives données.
N06.04 Estimer le produit de deux fractions propres positives pour déterminer si le produit est plus près de 0, de $\frac{1}{2}$ ou de 1.
N06.05 Estimer le quotient de deux fractions positives données en utilisant des nombres entiers comme points de repère.
N06.06 Exprimer un nombre fractionnaire positif donné sous forme de fraction impropre positive et une fraction impropre positive donnée sous forme de nombre fractionnaire.
N06.07 Modéliser la multiplication d'une fraction positive par un nombre entier positif sous forme concrète ou imagée et prendre en note la marche à suivre.
N06.08 Modéliser la multiplication d'une fraction positive par une fraction positive sous forme concrète ou imagée à l'aide du concept de surface et prendre en note la marche à suivre.
N06.09 Modéliser la division d'une fraction propre positive par un nombre entier sous forme concrète ou imagée et prendre en note la marche à suivre.
N06.10 Modéliser la division d'un nombre entier par une fraction propre positive sous forme concrète ou imagée à l'aide du concept de surface et prendre en note la marche à suivre.
N06.11 Modéliser la division d'une fraction propre positive par une fraction propre positive sous forme imagée et prendre en note la marche à suivre.
N06.12 Énoncer et appliquer des règles générales pour multiplier et diviser des fractions positives, y compris des nombres fractionnaires.
N06.13 Résoudre sous forme symbolique un problème donné comportant des fractions positives, en tenant compte de la priorité des opérations et en se limitant aux problèmes ayant des solutions positives et excluant les exposants.

Portée et séquence

Mathématiques 7e année	Mathématiques 8e année	Mathématiques 9e année
N05 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent l'addition et la soustraction de fractions et de nombres fractionnaires de signe positif, avec des dénominateurs semblables ou différents, sous forme concrète, sous forme imagée et sous forme symbolique (en se limitant aux sommes et aux différences positives).	**N06** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la multiplication et la division de fractions et de nombres fractionnaires de signe positif, sous forme concrète, imagée et symbolique.	**N03** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les nombres rationnels en comparant et ordonnant des nombres rationnels et en résolvant des problèmes faisant intervenir des opérations arithmétiques sur des nombres rationnels.

Contexte

En mathématiques de 7e année (N05), les élèves ont utilisé des modèles et un algorithme pour additionner et soustraire des fractions positives. On a utilisé des repères pour les estimations et fait un travail approfondi sur l'équivalence, la mise en ordre et l'expression d'une fraction sous sa forme la plus simple.

Il convient de se rappeler les lignes directrices suivantes lors de l'élaboration de stratégies de calcul pour les fractions. Il est important de ne pas passer trop rapidement aux règles de calcul.

- Commencez par de simples tâches contextuelles (avec des ensembles, des modèles avec l'aire, des distances).
- Reliez le sens des calculs faisant intervenir des fractions aux calculs faisant intervenir des nombres entiers.
- Laissez les estimations et les méthodes informelles jouer un rôle important dans le développement des stratégies.
- Explorez chacune des opérations à l'aide de modèles.

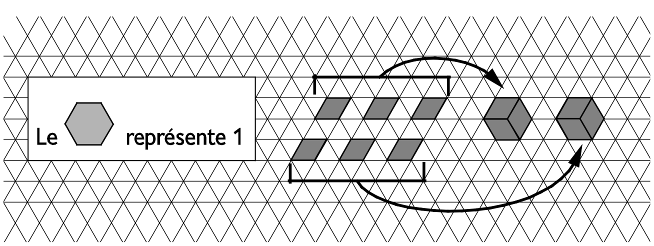
(Van de Walle et Lovin, 2006c, p. 88)

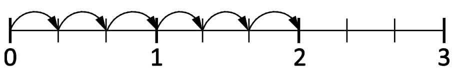
L'enseignement des fractions à l'aide de règles de mémorisation pose des problèmes importants; les règles n'aident pas, par elles-mêmes, les élèves à réfléchir au sens des opérations ou aux raisons pour lesquelles elles fonctionnent. La maitrise ainsi acquise rapidement est également souvent perdue tout aussi rapidement.

La multiplication et la division de fractions sont semblables à la multiplication et à la division de nombres entiers. Il est important que les élèves se rendent compte que le sens de l'opération ne change pas du simple fait qu'ils travaillent désormais sur des fractions.

L'exploration des opérations sur les fractions à l'aide de modèles comme les droites numériques, les modèles avec l'aire, les jetons, les cercles fractionnaires et les bandes fractionnaires contribue à renforcer la compréhension de ces concepts.

Lors de la multiplication d'une fraction par un nombre entier, les élèves se trompent souvent en pensant qu'il faut multiplier à la fois le numérateur et le dénominateur par le nombre entier. Avec un modèle concret, on devrait pouvoir surmonter cette difficulté. Le modèle montre bien que le dénominateur représente le nombre de parts égales composant le tout et que cela ne change pas quand on multiplie la fraction par un nombre entier. Le modèle avec blocs-formes ci-dessous illustre l'opération $6\times\frac{1}{3}$.

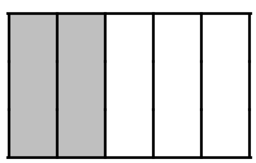




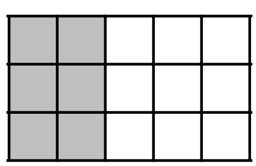
Il est important que les élèves commencent par un modèle concret, puis représentent le modèle concret sous forme imagée, ce qui les aidera à mieux comprendre la multiplication des fractions à un niveau symbolique. On peut utiliser divers modèles pour illustrer le sens de la multiplication de fractions. Il est utile de fournir plus d'un type de modèle pour la même activité; l'introduction d'un modèle avec l'aire, d'un modèle avec un ensemble et d'un modèle linéaire (droite numérique) favorise la compréhension et permet de toucher les élèves ayant divers styles d'apprentissage. Les modèles donnent plus de sens quand on introduit l'algorithme.

Pour utiliser un modèle avec l'aire pour illustrer l'opération $\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}$, dire aux élèves de créer un rectangle et de noircir deux tiers de deux cinquièmes du rectangle. En évoquant l'opération $\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}$ avec des mots, on aide les élèves à voir que ce sont les dénominateurs qui déterminent les dimensions du rectangle et les numérateurs qui indiquent la partie à noircir.

Tout d'abord, on divise le rectangle verticalement en cinquièmes et on noircit deux cinquièmes.



Ensuite, pour déterminer deux tiers des deux cinquièmes noircis, on divise le rectangle en tiers horizontalement.



Enfin, on noircit deux tiers des deux cinquièmes horizontalement. Le produit sera l'aire qui est doublement noircie (quatre quinzièmes).

Par conséquent, $\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{15}$.

L'établissement de relations entre la multiplication des fractions et des situations de la vie réelle aide à consolider la compréhension des élèves. Lorsqu'on demande aux élèves de fournir un contexte exigeant la multiplication de deux fractions positives données, certains utilisent des contextes originaux pour leur problème et d'autres réutilisent des énoncés utilisés dans des problèmes antérieurs. Encouragez les élèves à échanger leurs problèmes, pour qu'ils en voient quelques-uns qui sont des problèmes originaux.

Il convient de montrer aux élèves que la relation exprimée par « de » implique une multiplication. Pour cela, on peut comparer les résultats dans des exemples comme $\frac{1}{2}$ de 6 et $\frac{1}{2}\times 6$.

L'estimation fait en sorte que les élèves restent concentrés sur le sens des nombres et des opérations, elle favorise la réflexion critique et elle les aide à développer leur sens des nombres avec les fractions.

Pour faire l'estimation de produits proches de 0, de $\frac{1}{2}$ ou de 1, examiner les propriétés suivantes :

$0\times n=0$, quand *n* est un nombre quelconque
$1\times n=1$, quand *n* est un nombre quelconque
$1\times 1=1$

Avec l'application de ces propriétés et l'utilisation des points de repère que sont 0, $\frac{1}{2}$ et 1 pour des facteurs donnés, les élèves peuvent faire l'estimation d'un produit.

Pour faire une estimation du produit de $\frac{1}{9}$ et de $\frac{8}{9}$, encouragez les élèves à penser au fait que $\frac{1}{9}$ est proche de 0. Comme $\frac{8}{9}\times 0=0$, $\frac{1}{9}\times\frac{8}{9}$ devrait être proche de 0. De même, on peut faire à l'aide des points de repère des estimations des produits dans le tableau ci-dessous.

Produit	Points de repère	Multiplication mentale avec les points de repère	Estimation du produit
$\frac{8}{9}\times\frac{4}{9}$	$\frac{8}{9}<1$ et $\frac{4}{9}<\frac{1}{2}$	$1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$	$\frac{8}{9}\times\frac{4}{9}<\frac{1}{2}$
$\frac{8}{9}\times\frac{8}{9}$	$\frac{8}{9}<1$	$1\times 1=1$	$\frac{8}{9}\times\frac{8}{9}<1$

L'estimation aide à donner un sens aux calculs faisant intervenir des fractions. Elle devrait jouer un rôle important dans l'acquisition des stratégies pour la multiplication.

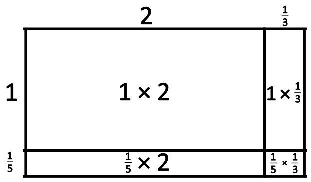
Après avoir travaillé avec des modèles et des régularités, les élèves devraient arriver à la conclusion que, quand on multiplie deux fractions, le numérateur du produit s'obtient en multipliant les numérateurs des deux facteurs et le dénominateur est le produit des dénominateurs. Par exemple, $\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}=\frac{2\times 2}{3\times 5}=\frac{4}{15}$

L'estimation est utile une fois que les élèves sont passés au niveau symbolique.

Pour vérifier la vraisemblance de la solution, il faut songer au fait que $\frac{2}{3}$ est proche de $\frac{1}{2}$ et que $\frac{2}{5}$ est un peu moins que $\frac{1}{2}$, ce qui signifie que la réponse est vraisemblable.

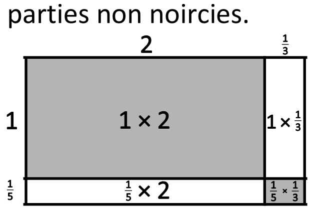
Les élèves font souvent l'erreur de penser que la multiplication a toujours un résultat plus grand. Quand au moins l'un des facteurs se situe entre zéro et un, ce n'est pas le cas. L'utilisation de modèles et de l'estimation devrait permettre de surmonter cette difficulté. Il convient de modéliser la multiplication de nombres fractionnaires avant de multiplier les fractions impropres équivalentes. Il n'est pas nécessaire de faire référence aux fractions impropres lors de l'utilisation des modèles.

Voici un modèle avec l'aire pour la multiplication de $1\frac{1}{5}$ par $2\frac{1}{3}$:



$$
\begin{aligned}
&(1\times 2)+(1\times \frac{1}{3})+(\frac{1}{5}\times 2)+(\frac{1}{5}\times \frac{1}{3})\\
&=2+\frac{1}{3}+\frac{2}{5}+\frac{1}{15}\\
&=2+\frac{5}{15}+\frac{6}{15}+\frac{1}{15}\\
&=2\frac{12}{15}\\
&=2\frac{4}{5}
\end{aligned}
$$

Les élèves font souvent l'erreur, pour calculer le produit de nombres fractionnaires, de multiplier les nombres entiers d'une part et les fractions d'autre part. L'utilisation du modèle avec l'aire montre clairement pourquoi c'est faux. Comme le produit est l'aire du rectangle dans son ensemble, lorsqu'on se contente de multiplier les nombres entiers entre eux et les fractions entre elles, on manque les deux parties non noircies.



Après utilisation du modèle avec l'aire, les élèves peuvent passer à la méthode consistant à réécrire les nombres fractionnaires sous la forme de fractions impropres avant de trouver le produit. Cette conversion à la fraction impropre équivalente était un résultat d'apprentissage en mathématiques de 6^e année et a été réexaminée en 7^e année. Comme pour la multiplication des fractions propres, il est essentiel que les élèves vérifient la vraisemblance de la réponse à l'aide d'estimations. Les élèves ont travaillé avec les fractions équivalentes en mathématiques de 7^e année. Il faudrait simplifier les fractions par rapport au contexte utilisé.

Le travail avec les modèles concrets et imagés est nécessaire quand on présente pour la première fois aux élèves la division de fractions. Il ne suffit pas que les connaissances des élèves sur la division de fractions se limitent à l'algorithme traditionnel de l'inversion et de la multiplication. Pour développer la compréhension conceptuelle de la division des fractions chez les élèves, il faut que l'enseignant examine attentivement ce que les élèves doivent apprendre au-delà de cette procédure algorithmique et ce, bien avant l'introduction d'un algorithme quelconque.

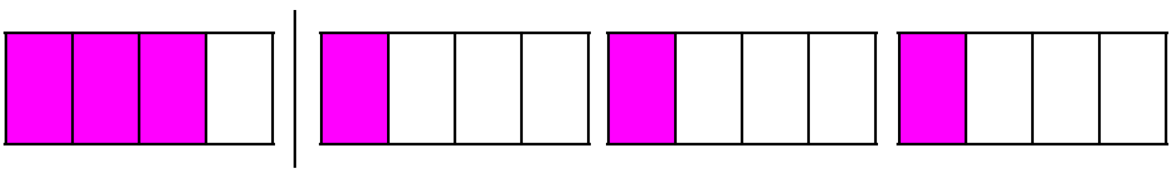
On a présenté la division des nombres entiers aux élèves de deux manières : partage et regroupement. On peut élargir cette idée à la division de fractions. La division d'une fraction par un nombre entier peut être considérée comme un partage égal. Il est important de prévoir une progression dans les exemples proposés aux élèves allant d'exemples faciles à comprendre à des exemples conceptuellement plus difficiles.

Examinez les exemples suivants :

- Tu as $\frac{3}{4}$ d'une pizza rectangulaire à diviser de façon égale entre 3 personnes. Combien de pizza chaque personne recevra-t-elle?

  – Pour modéliser la solution à ce problème avec Fraction Factory, considère que la pièce noire représente l'ensemble.

  – Les pièces magenta représentent chacune $\frac{1}{4}$, alors représente $\frac{3}{4}$ et répartis ces $\frac{3}{4}$ entre les 3 personnes, chacune recevant $\frac{1}{4}$.



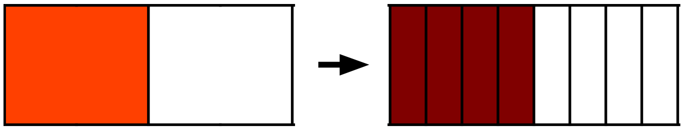
  – Sur le plan symbolique, cette opération est $\frac{3}{4} \div 3 = \frac{1}{4}$.

Passez à un problème plus difficile.

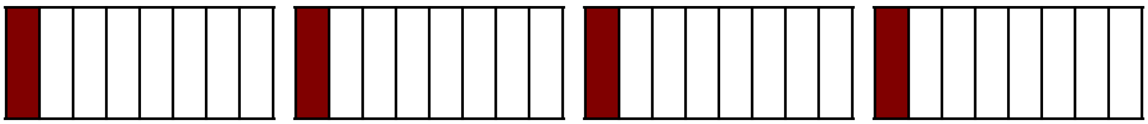
- Modélise $\frac{1}{2}$ d'une pizza rectangulaire à partager entre 4 personnes.

  – La pièce noire représente l'ensemble.

  – La pièce orange représente $\frac{1}{2}$. Il n'est pas facile de partager une moitié de façon égale entre 4 personnes. On échange la pièce orange contre un montant équivalent qu'on peut partager de façon égale entre 4 personnes. Il s'agit de quatre pièces brunes, chacune représentant $\frac{1}{8}$, pour un total de $\frac{4}{8}$.



– Il est maintenant facile de répartir les pièces fractionnaires entre les 4 élèves. Chaque personne reçoit $\frac{1}{8}$.



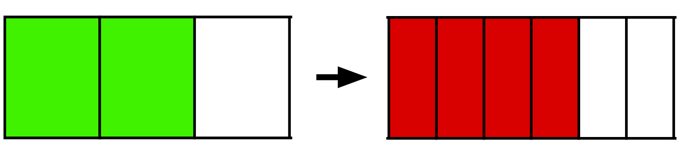
Sur forme symbolique :
$\frac{1}{2} \div 4$
$= \frac{4}{8} \div 4$
$= \frac{1}{8}$.

Passez de nouveau à un problème plus difficile à comprendre pour les élèves.

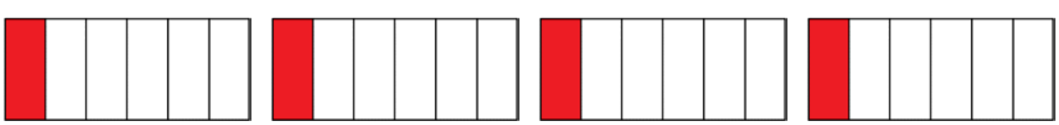
- Modélise $\frac{2}{3} \div 4$.

– La pièce noire représente l'ensemble.

– Deux pièces vertes représentent $\frac{2}{3}$. Il n'est pas facile de partager deux tiers entre 4 personnes. On échange les deux pièces vertes contre un montant équivalent qu'on peut partager de façon égale entre 4 personnes. Il s'agit de quatre pièces rouges, chacune représentant un sixième, pour un total de quatre sixièmes.



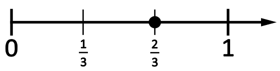
– Il est maintenant facile de répartir les pièces fractionnaires entre les 4 élèves. Chaque personne reçoit un sixième.



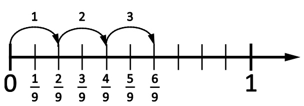
Sous forme symbolique :
$\frac{2}{3} \div 4$
$= \frac{4}{6} \div 4$
$= \frac{1}{6}$

La droite numérique est également un modèle utile pour la division.

- Pour modéliser, marque les tiers sur la droite numérique entre 0 et 1.



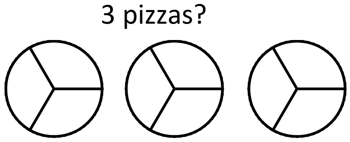
  - Il peut être difficile de diviser $\frac{2}{3}$ en 3 parts égales. Cependant, si on choisit une fraction équivalente avec un numérateur divisible par 3, comme $\frac{6}{9}$, alors il est plus facile de voir comment diviser ce segment en trois longueurs égales.



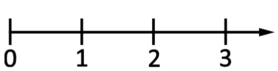
  - $\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$ divisé en 3 parts égales donne des longueurs égales de $\frac{2}{9}$. Donc $\frac{2}{3} \div 3 = \frac{2}{9}$.

Quand on divise un nombre entier par une fraction, il faut se demander : « Combien de groupes égaux puis-je créer? »

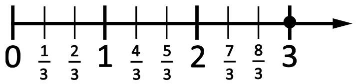
- Tu as 3 pizzas. Chaque personne mange $\frac{1}{3}$ d'une pizza et toutes les pizzas sont mangées. Combien de personnes ont mangé les pizzas?
  - Commence avec 3 pizzas et divise-les en tiers. Combien de groupes de $\frac{1}{3}$ y a-t-il dans les 3 pizzas?



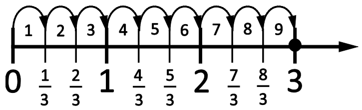
  - On peut diviser les pizzas en 9 groupes égaux de $\frac{1}{3}$. Par conséquent, neuf personnes ont mangé la pizza.
  - Utilise une droite numérique pour modéliser le problème.



  - Divise maintenant chaque section de la droite numérique en trois parts égales avec les marques correspondantes.



– À partir de zéro, marque le nombre de groupes (sauts) de $\frac{1}{3}$. Il y a 9 sauts.

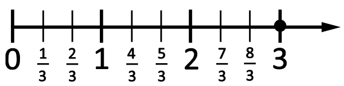


Les élèves risquent d'avoir plus de difficultés à utiliser les droites numériques si le dividende n'est pas divisible par le diviseur. Passez beaucoup de temps sur des exemples comme $3 \div \frac{2}{3}$.

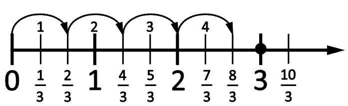
- Sarah a acheté 3 mètres de tissu pour fabriquer des bannières pour le gymnase. Sachant qu'il lui faut $\frac{2}{3}$ d'un mètre pour fabriquer une bannière, combien de bannières Sarah peut-elle fabriquer avec le tissu qu'elle a acheté?

  – Modélise $3 \div \frac{2}{3}$ sur une droite numérique.

  – Prends une droite numérique, marque 0, 1, 2 et 3 et divise chaque section en tiers.



  – À partir de zéro, marque le nombre de groupes de $\frac{2}{3}$ qui se trouve dans 3.



  – Il y a 4 groupes de $\frac{2}{3}$, avec un reste de $\frac{1}{3}$.

  – Quelle partie du diviseur ($\frac{2}{3}$) le reste ($\frac{1}{3}$) représente-t-il?

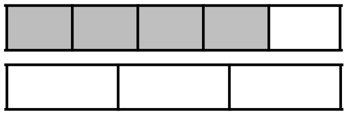
  Le reste ($\frac{1}{3}$) représente $\frac{1}{2}$ du diviseur.

  Donc $3 \div \frac{2}{3} = 4\frac{1}{2}$.

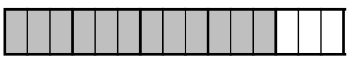
Les élèves font souvent l'erreur de penser que la division débouche toujours sur un quotient qui est inférieur au dividende. Les élèves devraient voir ici que ce n'est pas le cas.

Lorsque les élèves comprennent bien la modélisation de la division d'une fraction et d'un nombre entier, vous devriez pouvoir faire facilement la transition vers la division de fractions propres positives. Voici un exemple de division d'une fraction par une fraction avec des bandes fractionnaires.

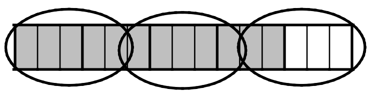
- Pour $\frac{4}{5} \div \frac{1}{3}$, il faudrait que les élèves utilisent des diagrammes afin de déterminer combien de groupes de $\frac{1}{3}$ il y a dans $\frac{4}{5}$. Le diagramme ci-dessous montre qu'il y a entre 2 et 3 groupes de $\frac{1}{3}$ dans $\frac{4}{5}$, mais il est difficile de déterminer avec exactitude combien de groupes il y a.



– Le fait de subdiviser le rectangle représentant $\frac{4}{5}$ en une quantité divisible à la fois par 3 et par 5 aidera les élèves à déterminer le nombre de groupes. 15 est un multiple commun de 5 et de 3, alors on peut diviser le rectangle en quinzièmes.

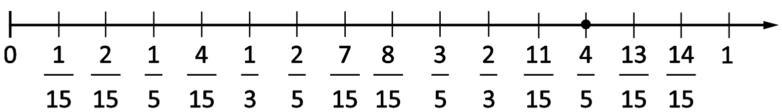


Dans $\frac{12}{15}$, il y a 2 groupes entiers de $\frac{5}{15}$ ($\frac{1}{3}$), plus $\frac{2}{5}$ d'un autre groupe.

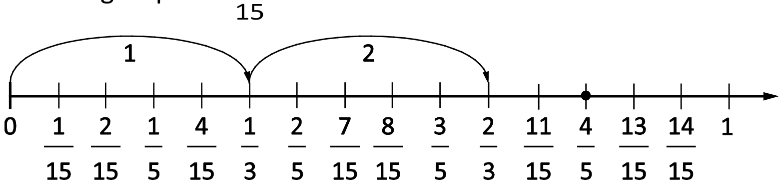


Donc $\frac{4}{5} \div \frac{1}{3} = 2\frac{2}{5}$.

- La modélisation de la division d'une fraction par une fraction à l'aide d'une droite numérique suit le même principe que la modélisation à l'aide de bandes fractionnaires. Il est utile de se servir d'un dénominateur commun pour marquer les intervalles sur la droite numérique. Pour représenter $\frac{4}{5} \div \frac{1}{3}$, on utilise une droite numérique avec des quinzièmes et on marque $\frac{4}{5}$ ($\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$), soit la première fraction dans l'opération.



– À partir de zéro, marque des groupes de $\frac{5}{15}$($\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$) jusqu'à ce que tu ne puisses plus faire de groupe de $\frac{5}{15}$.



Il est possible de faire deux groupes de $\frac{5}{15}$ avec deux quinzièmes qui restent. Deux quinzièmes ($\frac{2}{15}$) représente deux parts du diviseur cinq quinzièmes ($\frac{5}{15}$)?

Par conséquent, $\frac{4}{5} \div \frac{1}{3} = 2\frac{2}{5}$; c'est le même résultat que ce qu'on a vu avec les bandes fractionnaires.

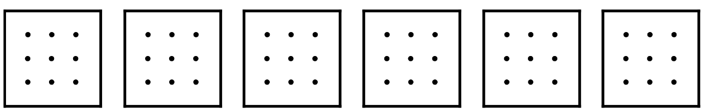
Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Posez aux questions diverses questions « toujours vrai, parfois vrai, jamais vrai », comme les suivantes, et demandez-leur d'expliquer leur raisonnement :
  - La somme de deux fractions propres est inférieure à un.
  - La différence entre deux fractions propres est inférieure à un demi.
  - Si on double le numérateur d'une fraction, alors on double la valeur de la fraction.
  - Si on double le dénominateur d'une fraction, alors on double la valeur de la fraction.
- Dites aux élèves de créer trois additions et trois soustractions égales à $\frac{2}{3}$.
- Demandez aux élèves de modéliser, avec des bandes fractionnaires ou des blocs-formes, des fractions équivalentes et de les exprimer sous leur forme la plus simple.
- Demandez aux élèves de noircir $\frac{1}{4}$ du carré d'au moins six manières.



TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Gabrielle a rempli 5 verres avec $\frac{7}{8}$ d'un litre de jus dans chaque verre. Utilise un modèle ou dessine une image pour déterminer combien de jus Gabrielle a utilisé. Écris l'opération sous forme symbolique.
- Mets les nombres 3, 4, 5 et 6 (ou un autre ensemble de nombres) dans les cases pour obtenir la réponse la moins élevée et la réponse la plus élevée. $\frac{\square}{\square}\times\frac{\square}{\square}$
- Fais une estimation de chacune des opérations suivantes et explique ton raisonnement.
  - $6\frac{1}{4}\times 8$
  - $4\times 8\frac{3}{16}$
  - $\frac{1}{3}\times\frac{1}{12}$

- Modélise chacune des opérations suivantes sous forme concrète ou imagée et explique ton raisonnement.
  - $4\times\frac{3}{5}$
  - $\frac{5}{8}\times3$
  - $\frac{1}{4}\times\frac{2}{5}$
  - $\frac{2}{3}\times\frac{7}{8}$
- Dans un gymnase, sur toutes les personnes présentes, $\frac{1}{4}$ sont des hommes, $\frac{1}{3}$ sont des femmes et les autres sont des enfants. Sachant qu'il y a 840 personnes dans le gymnase, combien y a-t-il d'enfants?
- Leah a $\frac{3}{4}$ d'une grande pizza. Elle donne $\frac{1}{3}$ de ce qu'elle a à Jessie. Quelle fraction du total Jessie reçoit-elle? Quelle fraction de la pizza entière reste-t-il à Leah?
- Insère une paire de parenthèses pour rendre l'énoncé suivant correct et justifie ta réponse.
  - $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{2}$
  - $\frac{3}{4}\times\frac{1}{5}+\frac{2}{3}\times\frac{5}{3}=1\frac{1}{2}$
- Représente tes calculs sous forme imagée pour montrer ta compréhension de ce qui suit :
  - Six contenants de crème glacée ont été achetés pour un anniversaire. Sachant que chaque invité reçoit une portion de $\frac{3}{8}$ d'un contenant de crème glacée, combien d'invités pourra-t-on servir?
  - Hannah a $5\frac{1}{4}$ mètres de ruban pour faire des nœuds pour des emballages de cadeaux. Sachant qu'il lui faut $\frac{3}{4}$ de mètre pour chaque cadeau, combien de cadeaux sera-t-elle en mesure d'emballer? Montre ton travail et explique ta réponse.
  - Janet veut planter 4 rangées d'ail dans son potager. Sachant que chaque tête d'ail peut être divisée en gousses pour remplir $\frac{3}{8}$ d'une rangée, combien de têtes d'ail doit-elle acheter?
- Utilise des estimations pour déterminer l'expression qui a le quotient le plus élevé :
  - $\frac{9}{5}\div\frac{3}{3}$
  - $2\frac{1}{5}\div1\frac{7}{8}$
  - $\frac{1}{4}\div\frac{1}{2}$
  - $3\frac{1}{10}\div\frac{5}{6}$
- Crée un problème qu'on peut résoudre en divisant $\frac{7}{8}$ par 4.

- Explique l'utilisation que tu peux faire du modèle suivant pour déterminer le quotient pour $\frac{1}{3} \div 4$.

- Représente les équations suivantes à l'aide de modèles ou en dessinant des diagrammes et explique pourquoi chacune est vraie.
  - $3 \div \frac{1}{2} = 6$
  - $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{15}$
- Insère une paire de parenthèses pour rendre l'énoncé suivant vrai. Justifie ta réponse.
  $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

- Dessine une droite numérique pour montrer pourquoi chacun des énoncés suivants est vrai :
  - $\frac{1}{3} \times 3 = 1$
  - $3 \times \frac{1}{3} = 1$
  - $6 \times \frac{2}{3} = 4$
  - Utilise un modèle différent pour vérifier chaque équation ci-dessus.
  - Crée un problème en mots pour l'une des équations ci-dessus.

SUIVI DE L'ÉVALUATION

Questions pour guider la réflexion

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Utiliser des problèmes comme contexte pour la multiplication de fractions, avec à la fois des problèmes avec subdivision et des problèmes sans subdivision. Vous trouverez des exemples de ces types de problèmes aux pages 94–96 de *Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8* (Van de Walle et Lovin, 2006c).

- Commencer par des fractions communes servant de repères lors de l'introduction de la multiplication des fractions.
- Utiliser des droites numériques pour modéliser la combinaison de groupes de fractions ou distances qu'on obtient quand on multiplie une fraction par un nombre entier.
- Utiliser un modèle avec l'aire ou multiplier les fractions impropres équivalentes pour modéliser la multiplication de nombres fractionnaires.

	3	$\frac{1}{3}$
2	2×3	$2 \times \frac{1}{3}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times 3$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$

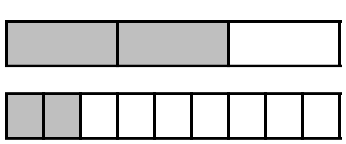
  – La propriété de la distributivité s'applique ici :

$$2\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{3} = (2 + \frac{1}{2})(3 + \frac{1}{2}) = (2 \times 3) + (2 \times \frac{1}{3}) + (3 \times \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) = 8\frac{1}{3}$$

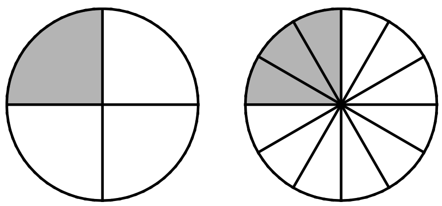
- Utiliser des contextes du monde réel et la priorité des opérations pour explorer davantage la multiplication de fractions positives et s'y exercer.
- Utiliser des problèmes comme contexte pour la division de fractions, notamment des problèmes avec partitions et mesures. Vous trouverez des exemples de ces types de problèmes aux pages 98–104 de *Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8,* vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006c).
- Présenter la division d'une fraction par un nombre entier sous la forme d'une situation de partage.
- Présenter des exemples qu'on peut représenter à l'aide de modèles concrets et imagés, puis passer à la représentation symbolique une fois que les élèves comprennent la démarche. La méthode du dénominateur commun pour la division de fractions se relie facilement à la division de nombres entiers.
- Faire une estimation du quotient de fractions positives en utilisant les nombres entiers servant de repères (par exemple, $7\frac{9}{10} \div 2\frac{1}{12}$ est proche de 8 ÷ 2, donc on peut estimer que le quotient fait 4).
- S'assurer que les élèves sont capables de comparer les solutions de problèmes comme $8 \div \frac{1}{2}$ et $8 \times \frac{1}{2}$, car il est important que les élèves comprennent les concepts de multiplication et de division des fractions.
- Passer en revue avec les élèves les règles de priorité des opérations pour les nombres entiers. Ces règles s'appliquent aux fractions et il convient de créer des problèmes avec des fractions « faciles », pour que les élèves ne se sentent pas dépassés ($\frac{51}{117}$, par exemple, n'est pas une fraction facile).

Tâches suggérées pour l'apprentissage

- Quelle expression avec division ce diagramme représente-t-il?



- Fais une estimation de chacune des expressions suivantes et explique ton raisonnement.
  - $5\frac{1}{6}\times 8$
  - $4\times 8\frac{3}{8}$
- Compare les solutions de 2 × 4 et de $\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}$ et discute de tes observations.
- Explique l'utilisation qu'on peut faire du diagramme suivant pour calculer $\frac{1}{4}\div 3$.



Y a-t-il d'autres articles à manipuler ou diagrammes que tu pourrais utiliser? Explique-toi.

- Si tu tonds $\frac{1}{4}$ de ta pelouse avant le repas de midi et $\frac{2}{3}$ du reste de la pelouse après le repas de midi, quelle partie de la pelouse (s'il y a lieu) te reste-t-il à tondre? (On peut modifier cette question en disant un tiers avant et trois quarts après et comparer les résultats.)
- Compare les deux situations suivantes : deux tiers des quinze voitures de John sont rouges et quinze verres sont remplis aux deux tiers. Discute des différences.
- Prouve les égalités suivantes à l'aide de diagrammes et explique pourquoi chacune est vraie :
  - $2\div\frac{1}{4}=8$
  - $\frac{1}{2}\div 2=\frac{1}{4}$
- Dites aux élèves de résoudre des problèmes comme les suivants. Katlin a décidé de faire des muffins pour le piquenique de l'école. Sa recette demande $2\frac{1}{4}$ tasses de farine pour 12 muffins. Katlin constate qu'elle a exactement 18 tasses de farine et décide de tout utiliser. Combien de muffins pourra-t-elle faire?
- Casey a $5\frac{1}{4}$ mètres de tissu pour faire des bandeaux pour 7 amis. Combien de tissu utilisera-t-elle pour chaque bandeau si elle veut utiliser la même longueur pour tous les bandeaux?
- Utilise Fraction Factory pour déterminer un dénominateur commun lors de la modélisation de questions de division (p. ex. : $\frac{5}{3}\div\frac{1}{2}$).
- Explique la différence entre « six divisé par un demi » et « six divisé en deux ». Écris un énoncé de division pour chaque expression et trouve chaque quotient.
- Joue au jeu de la roue de la fortune : Utilise une roue à quatre sections. Indique dans chaque section une fraction, par exemple $\frac{1}{9},\frac{9}{10},\frac{11}{12},\frac{5}{11}$.

- Fais tourner la roue deux fois et fais une estimation du produit. Le score est 0 point si le nombre repère le plus proche est zéro, 1 point si le nombre repère le plus proche est $\frac{1}{2}$ et 2 points si le nombre repère le plus proche est 1. Le premier élève qui arrive à 20 points gagne.

- Jared a calculé $\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}$ ainsi : $\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{6}{5}$
  - Quelle est l'erreur que Jared a commise?
  - Comment utiliser l'estimation pour montrer à Jared qu'il a fait une erreur?
  - Quelle est la bonne façon de procéder? Montre deux façons différentes.
- Dans ton travail de jardinier, tu dois décider comme utiliser ton potager. Tu réserves $\frac{1}{2}$ du potager pour des pommes de terre. Tu utilises $\frac{1}{4}$ du reste pour du maïs. Tu plantes ensuite des concombres dans $\frac{1}{3}$ de ce qui reste. Tu utilises le reste du potager pour des carottes. Quelle fraction du potager utilises-tu pour les carottes?

- Joanne a donné la réponse suivante dans un devoir à la maison :
  $2\frac{1}{3}\times1\frac{3}{4}=3\frac{1}{12}$
  - Utilise un modèle avec l'aire pour montrer pourquoi cette réponse n'est pas correcte.
  - Quelle erreur Joanne a-t-elle commise?
  - Quelle est la réponse correcte?

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- modèle avec l'aire
- jetons
- papier à points
- pièces/cercles/barres fractionnaires
- Fraction Factory
- géoplans
- papier quadrillé
- droite numérique
- blocs-forme

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ dénominateur ▪ forme la plus simple ▪ fraction ▪ fraction impropre ▪ fraction propre ▪ inverse ▪ nombre fractionnaire ▪ numérateur ▪ priorité des opérations	▪ dénominateur ▪ forme la plus simple ▪ fraction ▪ fraction impropre ▪ fraction propre ▪ inverse ▪ nombre fractionnaire ▪ numérateur ▪ priorité des opérations

Ressources

Imprimé

Chenelière Mathématiques (Baron *et al.* 2008; n° NSSBB : 2001642)

- Module 3 – Les opérations sur les fractions
  - Section 3.1 – Multiplier une fraction et un nombre naturel à l'aide de modèles
  - Section 3.2 – Multiplier des fractions à l'aide de modèles
  - Section 3.3 – Multiplier des fractions
  - Section 3.4 – Multiplier des nombres fractionnaires
  - Jeu : La roulette des fractions
  - Section 3.5 – Diviser des nombres naturels et des fractions
  - Section 3.6 – Diviser des fractions
  - Section 3.7 – Diviser des nombres fractionnaires
  - Section 3.8 – Résoudre des problèmes à l'aide de fractions
  - Section 3.9 – La priorité des opérations avec des fractions
  - Problème du module : Le triangle de Sierpinski
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001643)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n° NSSBB : 2001643)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006), p. 93–106.

Internet

- « Virtual Manipulatives: Fractions, Decimals, Percents », *abcya.com* (ABCya.com LLC, 2015) : http://media.abcya.com/games/fraction_tiles/flash/fraction_tiles.swf
- « Equivalent Fractions », *Illuminations: Resources for Teaching Math* (National Council of Teachers of Mathematics, 2015) : http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3510

RAS N07 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la multiplication et la division de nombres entiers, sous forme concrète, imagée et symbolique. [C, L, RP, R, V]
[C] Communication **[RP]** Résolution de problèmes **[L]** Liens **[CM]** Calcul mental et estimations **[T]** Technologie **[V]** Visualisation **[R]** Raisonnement

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

N07.01 Trouver l'opération requise pour résoudre un problème donné comportant des nombres entiers.
N07.02 Fournir un contexte exigeant la multiplication de deux nombres entiers.
N07.03 Fournir un contexte exigeant la division de deux nombres entiers.
N07.04 Modéliser la multiplication de deux nombres entiers donnés à l'aide du matériel de manipulation ou de représentations imagées et prendre en note la marche à suivre.
N07.05 Modéliser la division de deux nombres entiers donnés à l'aide du matériel de manipulation ou de représentations imagées et prendre en note la marche à suivre.
N07.06 Énoncer et appliquer une règle générale pour déterminer le signe du produit et du quotient de nombres entiers.
N07.07 Résoudre un problème donné faisant intervenir la division d'un nombre entier à deux chiffres par un nombre entier à un chiffre sans utiliser la technologie.
N07.08 Résoudre un problème donné faisant intervenir la division d'un nombre entier à deux chiffres par un nombre entier à deux chiffres mentalement ou à l'aide de la technologie, selon ce qui est approprié.
N07.09 Résoudre sous forme symbolique un problème donné faisant intervenir des nombres entiers, en tenant compte de la priorité des opérations si nécessaire.

Portée et séquence

Mathématiques 7e année	**Mathématiques 8e année**	**Mathématiques 9e année**
N06 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent l'addition et la soustraction de nombres entiers, sous forme concrète, imagée et symbolique.	**N07** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la multiplication et la division de nombres entiers, sous forme concrète, imagée et symbolique.	**N03** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent les nombres rationnels en comparant et ordonnant des nombres rationnels et en résolvant des problèmes faisant intervenir des opérations arithmétiques sur des nombres rationnels.

Contexte

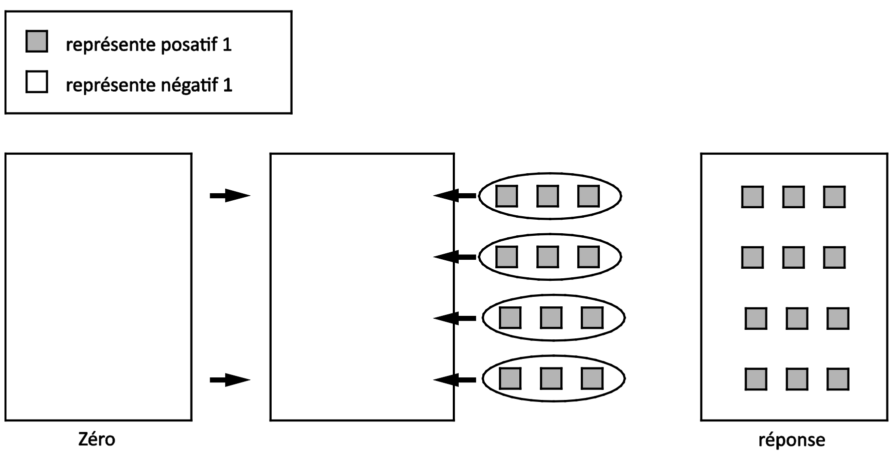
La multiplication et la division sont des concepts abstraits. Il est donc très important d'utiliser des modèles concrets pour faciliter l'apprentissage avant de passer aux représentations symboliques.

L'addition d'entiers relatifs et les multiples représentations d'un entier relatif à l'aide du principe zéro qui font partie du programme de mathématiques de 7e année établissent les fondements de la compréhension de la multiplication des entiers relatifs. Tout comme l'addition et la soustraction sont reliées à ces concepts relatifs aux nombres naturels, la multiplication d'entiers relatifs devrait venir en prolongement direct de la multiplication de nombres naturels. On peut représenter la multiplication de nombres naturels comme une addition répétée. Le premier facteur nous indique combien il y a d’ensembles et combien sont additionnés au total, à commencer par 0. Cela se transpose assez facilement pour la multiplication d’entiers relatifs lorsque le premier facteur est positif, quel que soit le signe du deuxième facteur.

Le signe du premier facteur dans l’expression nous dit si nous additionnons à zéro ou soustrayons les groupes à zéro. Le signe du deuxième facteur indique la taille et le type de groupe. Lorsque les élèves se contentent de mémoriser les règles de la multiplication et de la division d’entiers relatifs, il arrive trop souvent qu’ils les oublient. Il est très important, pour pouvoir travailler sur les entiers relatifs par la suite, de comprendre la logique de ces règles.

On utilise couramment, avec les entiers relatifs, des modèles basés sur les jetons ou les droites numériques. Pour représenter la multiplication d’entiers relatifs à l’aide de jetons, envisagez ce qui suit.

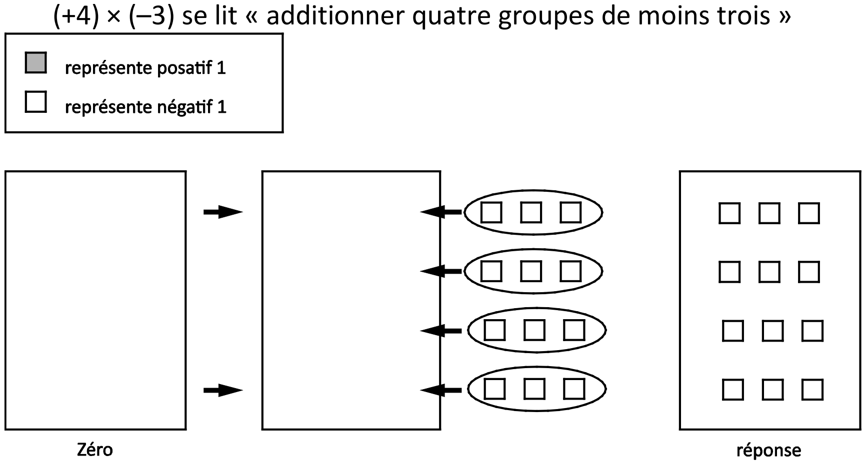
- Nombre positif multiplié par un nombre positif :
  (+4) × (+3) se lit « additionner quatre groupes de plus trois »



Donc (+4) × (+3) = (+12)

- Nombre positif multiplié par un nombre négatif :

  (+4) × (–3) se lit « additionner quatre groupes de moins trois »

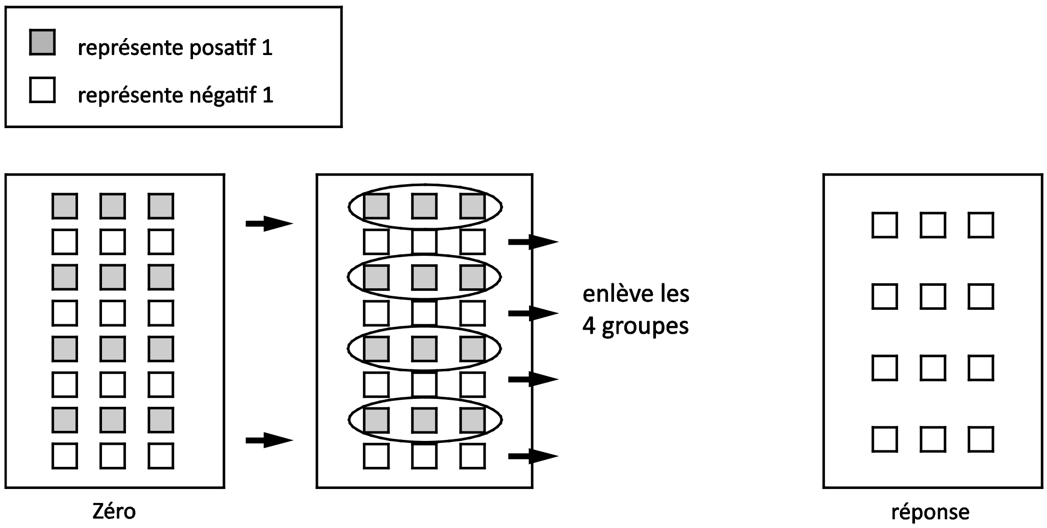


Donc (+4) × (–3) = (–12).

- Nombre négatif multiplié par un nombre positif :

  (–4) × (+3) se lit « soustraire quatre groupes de plus trois »

  Utiliser le principe zéro pour changer la représentation de zéro. Il faut enlever quatre groupes de +3 du zéro. En commençant le travail sur le problème avec un zéro pour lequel on utilise comme modèle 12 carreaux positifs et 12 carreaux négatifs, on dispose des quatre groupes de +3 à enlever.



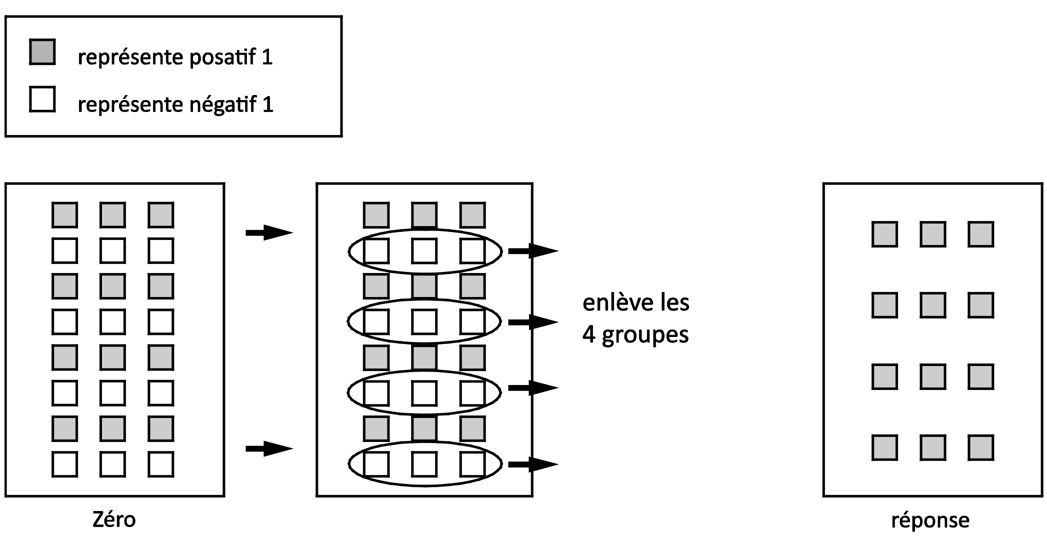
  Donc (–4) × (+3) = (–12)

  L’addition de 4 groupes de moins 3 donne la même réponse que la soustraction de 4 groupes de plus 3. Ceci montre (avec de nombreux autres exemples) qu’on peut multiplier les entiers relatifs dans un ordre quelconque sans que cela affecte le produit (commutativité).

- Nombre négatif multiplié par un nombre négatif

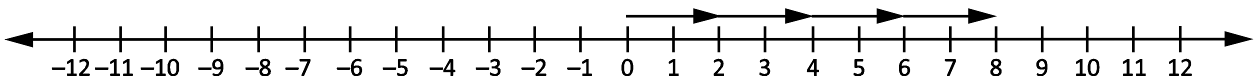
  (–4) × (–3) se lit « enlever quatre groupes de moins trois »

  Pour le travail sur ce type de problème, utiliser le principe zéro pour changer la façon de représenter zéro. Il faut enlever quatre groupes de –3 de l’ensemble; alors on ajoute 12 carreaux positifs et 12 carreaux négatifs à l’ensemble de départ. On enlève les quatre groupes de moins 3, ce qui laisse quatre groupes de plus 3.

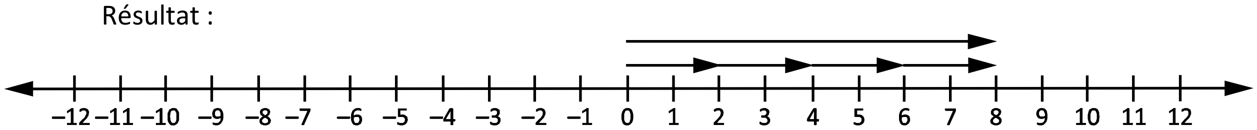


Donc (–4) × (–3) = (+12).

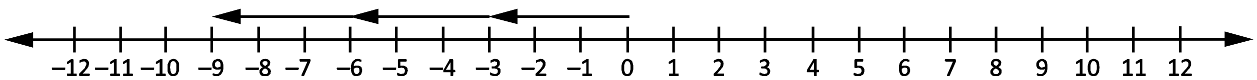
On peut aussi montrer la multiplication sur la droite numérique.
Pour l'expression (+4) × (+2), on multiplie plus 2 par plus 4. On peut montrer cela sur la droite numérique sous la forme de quatre groupes de +2 vers la droite.



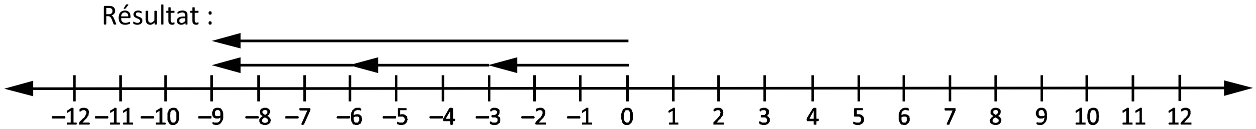
Résultat :



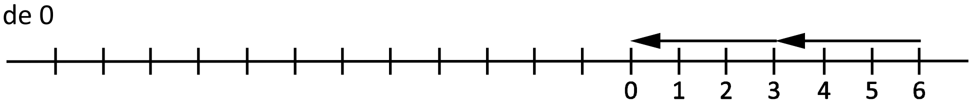
- Pour l'expression (+3) ×(−3), on multiplie moins 3 par plus 3. On représente cela sur la droite numérique sous la forme de trois groupes de –3 vers la gauche.



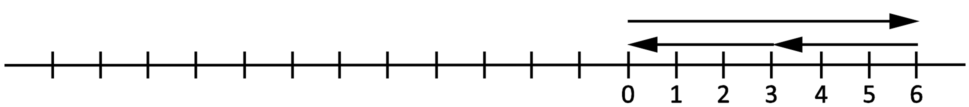
Résultat :



La multiplication (−2) × (−3) peut être interprétée comme le fait d'enlever 2 ensembles de −3 de 0



Back up from 0 with two –3 arrows



The result goes from 0 to the end

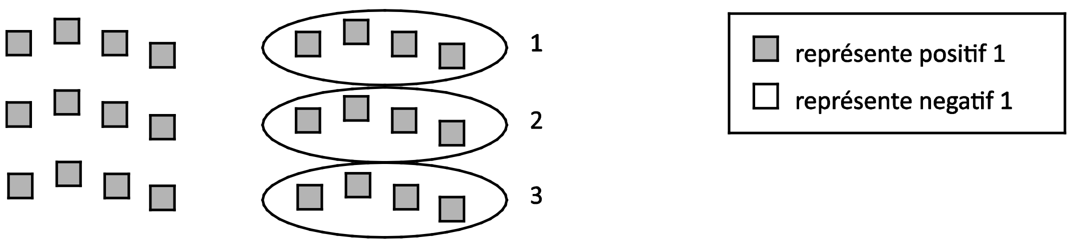
Il est important de se rappeler que les entiers relatifs peuvent être multipliés dans un ordre quelconque sans que cela affecte le produit (commutativité). L'utilisation de cette propriété aide les élèves à faire la multiplication (−4) × 5, parce qu'ils peuvent la considérer comme 5 groupes de –4. Lorsque les élèves se contentent de mémoriser les règles de la multiplication et de la division d'entiers relatifs, il arrive trop souvent qu'ils les oublient. Il est très important, pour pouvoir travailler sur les entiers relatifs par la suite, de comprendre la logique de ces règles.

Pour la division des entiers relatifs, on explore une nouvelle fois en premier les nombres naturels. On se rappelle qu'un exemple avec des nombres naturels, comme 8 ÷ 4, a deux significations possibles, qui correspondent à deux expressions avec un facteur manquant : 4 × ? = 8, c'est-à-dire la question « quatre ensembles de quoi font huit? »; et ? × 4 = 8, c'est-à-dire la question « Combien de fois quatre font huit? » En règle générale, on utilise l'approche de la mesure (? × 4) pour les entiers relatifs, même si l'on peut présenter les deux concepts avec les deux modèles.

On peut utiliser les modèles pour la division d'un nombre positif par un nombre positif et d'un nombre négatif par un nombre négatif si le dividende est considéré comme étant la taille du groupe et non le nombre de groupes.

- Pour donner un modèle de nombre positif divisé par un nombre positif :

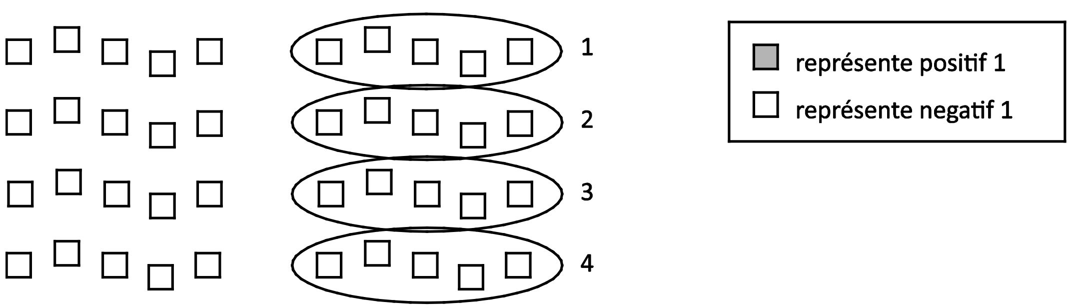
+12 ÷ +4 se lit « Combien de groupes de positif quatre y a-t-il dans positif douze ? »



donc, +12 ÷ +4 = +3

- Pour donner un modèle de nombre négatif divisé par un nombre négatif :

–20 ÷ –5 se lit « Combien de groupes de négatif cinq y a-t-il dans négatif vingt ? »

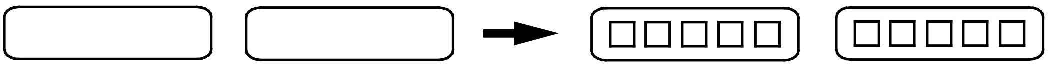


donc, –20 ÷ –5 = +4

On peut utiliser les modèles pour la division d'un nombre négatif par un nombre positif et si le dividende est considéré comme étant le nombre de groupes et non la taille des groupes.

- Pour donner un modèle de nombre négatif divisé par un nombre positif :

−10 ÷ +2
−10 est divisé en 2 groupes. Combien y a-t-il dans chaque groupe?



donc, −10 ÷ +2 = −5

On peut aussi utiliser des régularités pour déterminer le produit ou quotient :

3 × (+2) = 6 2 × (+2) = 4 1 × (+2) = 2	produits positifs	3 × (−2) = −6 2 × (−2) = −4 1 × (−2) = −2	produits négatifs
0 × (+2) = 0	produits nuls	0 × (−2) = 0	produits nuls
−1 × (+2) = −2 −2 × (+2) = −4 −3 × (+2) = −6	produits négatifs	−1 × (−2) = 2 −2 × (−2) = 4 −3 × (−2) = 6	produits positifs

La comparaison de situations faisant intervenir la multiplication et la division peut être très utile pour aider les élèves à comprendre la division d'entiers relatifs. Après qu'on a pleinement exploré la multiplication, on peut utiliser le fait que la multiplication et la division sont des opérations opposées. Il faudrait que les élèves comprennent le lien entre la multiplication et la division d'entiers relatifs, ainsi qu'entre la division et le regroupement/partage. On peut prolonger l'utilisation de la droite numérique pour modéliser la division d'entiers relatifs. Pour faire le lien, il peut être utile d'écrire un énoncé de multiplication apparenté.

Par exemple, comme –4 × 3 = −12, il doit être vrai que le produit divisé par l'un ou l'autre facteur sera égal à l'autre facteur; donc −12 ÷ (−4) = 3 et −12 ÷ 3 = –4. De même, sachant que −4 × (−3) = 12, 12 ÷ (−4) = −3 et 12 ÷ (−3) = −4. Il peut également être utile d'avoir recours à un facteur manquant.

énoncé de division		**énoncé de multiplication apparenté**
−16 ÷ (−4) =	→	? × (−4) = −16

Comme pour la multiplication, les modèles utilisés mèneront aux « règles des signes » générales pour la division d'entiers relatifs. On a là une autre occasion d'explorer les opérations opposées. La comparaison de la multiplication et de la division peut être utile pour aider les élèves à comprendre la division. Par exemple, comme (−2) × 3 = (−6), il doit être vrai que le produit divisé par l'un ou l'autre facteur sera égal à l'autre facteur. Donc (−6)÷ (−2) = 3 et (−6)÷ 3 = −2. Il faudrait que les élèves parviennent à la conclusion que, quand les deux signes sont identiques, le quotient est positif et que, quand les deux signes sont différents, le quotient est négatif.

Utilisez des contextes pertinents pour que le travail sur les entiers relatifs ait un sens pour les élèves, par exemple des températures, des dépôts ou des retraits d'argent, des scores au golf au-dessus ou en dessous de la normale du parcours et des étages au-dessus ou en dessous du rez-de-chaussée.

Discutez du sens du produit ou quotient négatif. Une fois qu'on a exploré la multiplication et la division d'entiers relatifs sous forme concrète, imagée et symbolique, il convient d'encourager les élèves à élaborer des règles pour déterminer le signe des produits et quotients.

Les élèves devraient être capables d'appliquer leurs connaissances sur les calculs avec des entiers relatifs et sur la priorité des opérations (à l'exclusion des exposants) pour résoudre des problèmes. L'utilisation de la priorité des opérations assure la cohérence des résultats.

Pour établir des liens pertinents entre les contextes de la vie réelle et la multiplication d'entiers relatifs, il faut que les élèves comprennent l'utilisation des entiers positifs et négatifs pour représenter les quantités multipliées. Lors de la résolution de problèmes, insistez sur l'importance d'un énoncé récapitulatif expliquant le sens du produit d'entiers relatifs. Exemple :

- Matthew s'est engagé à soutenir un organisme de bienfaisance pendant 2 ans. Sachant que l'organisme déduit automatiquement 25 $ par mois de son compte bancaire, quel est le montant total des déductions?

  Tout d'abord, il faut que les élèves déterminent les entiers relatifs à multiplier :
  −25 représente la déduction mensuelle de 25 $
  +24 représente le nombre de mois dans deux années
  (+24) x (−25) = −600

  Pour que la solution soit complète, il faut expliquer le signe négatif dans le contexte du problème. Dans ce cas-ci, le montant total des déductions pour Matthew sera de 600 $.

Les élèves auront déjà utilisé la priorité des opérations (à l'exclusion des exposants), mais en se limitant aux nombres naturels et aux nombres décimaux. On prolonge désormais leur utilisation aux calculs avec des entiers relatifs. Il est important de noter que le travail avec les exposants ne fait pas partie des résultats d'apprentissage spécifiques avant les mathématiques de 9e année. Pour ce module, les élèves feront des calculs en se fondant sur la priorité des opérations telles qu'elle se présente ci-dessous :

- parenthèses
- division/multiplication (dans l'ordre d'apparition)
- addition/soustraction (dans l'ordre d'apparition)

Il est nécessaire de respecter la priorité des opérations pour obtenir des résultats cohérents. Il est important de proposer aux élèves des situations dans lesquelles ils reconnaitront la nécessité de la priorité des opérations.

La technologie est utile pour les situations faisant intervenir des diviseurs à plus d'un chiffre ou des multiplicateurs à plus de deux chiffres. Il faudrait que les élèves comprennent comment utiliser la touche sur la calculette et aussi que les nombres négatifs sont traités de façon différente sur certaines calculettes. Il convient de leur donner des instructions spécifiques sur l'utilisation de la calculette concernant la priorité des opérations. Il faudrait que les élèves prennent conscience de la nécessité de bien préparer les problèmes avant de les saisir à la calculette. Il faudrait également qu'ils sachent que la priorité des opérations est traitée de façon différente selon le type de calculette utilisé. Certaines calculettes sont programmées de façon à respecter automatiquement la priorité des opérations, tandis que les autres ne le sont pas.

Il convient de discuter de l'utilisation appropriée des parenthèses :

- On peut utiliser les parenthèses pour présenter les entiers relatifs sous la forme de nombres positifs ou négatifs, par exemple (−3) ou (+4). Avec ces parenthèses, aucune opération n'est nécessaire.
- Il faut mettre des parenthèses à (−4) dans l'expression −5 – (−4), mais les parenthèses ne sont pas nécessaires pour (−5).
- Pour les entiers positifs, le signe plus est souvent sous-entendu. Par exemple, il est entendu que « 4 » est la même chose que « (+4) », de sorte que les parenthèses ne sont pas nécessaires dans ce cas.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d’évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

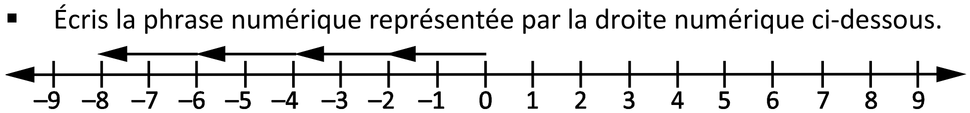
On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Demandez aux élèves : « Est-ce qu’on peut représenter +4 à l’aide d’un nombre impair de jetons? Explique ton raisonnement. »
- Dites aux élèves d’utiliser une droite numérique ou des jetons de deux couleurs pour expliquer pourquoi les calculs suivants sont corrects :
  - $(-3) + 8 = 5$
  - $(-5) - 3 = -8$
  - $(-4) - (-6) = 2$
- Demandez aux élèves : « Peux-tu représenter +2 à l’aide d’un nombre impair de jetons? Explique pourquoi ou pourquoi pas. »
- Demandez aux élèves : « Est-ce que la somme d’un nombre positif et d’un nombre négatif est toujours négative? Explique ton raisonnement. »

TÂCHES D’ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l’évaluation au service de l’apprentissage (formative) soit pour l’évaluation de l’apprentissage (sommative).

- Sans faire de calcul, Katie dit que les quotients $(-468) \div (-26)$ et $(+468) \div (+26)$ doivent valoir la même chose. Qu’est-ce qui lui permet de le dire?
- Rédige une phrase numérique pour chacun des problèmes suivants et utilise un diagramme pour en produire un modèle.
  - Michelle a retiré 25 $ de son compte bancaire chaque semaine pendant 16 semaines. Combien a-t-elle retiré au total?
  - Fran a perdu 3 points à chaque tour lors d’une partie de cartes. Sachant qu’elle a joué 4 tours, quel a été son score à la fin de la partie?
  - La température à Spring Hill tombe à raison de 2 °C par heure. Combien d’heures faut-il pour que la température tombe de 10 °C?
  - Mike et ses trois amis doivent tous ensemble un total de 12 $. Ils s’entendent pour se partager la dette à parts égales. Quelle est la part de la dette pour chacun?
- Écris la phrase numérique représentée par la droite numérique ci-dessous.

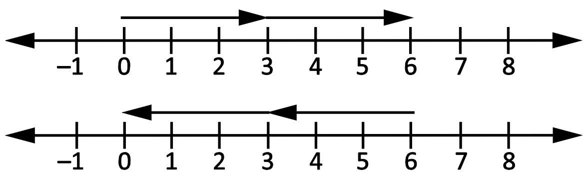


- La somme de deux entiers relatifs fait −2. Le produit des deux mêmes entiers relatifs fait −24. Quels sont les deux entiers relatifs? Explique ton raisonnement.
- Pour gagner un voyage gratuit, il faut répondre correctement aux questions tests ci-dessous :

  $-3 \times (-4) + (-18) \div 6 - (-5)$. Les organisateurs du concours disent que la réponse est +4.

 – Rédige une note pour les organisateurs expliquant qu'il y a un problème dans leur solution.

- Trouve la température moyenne dans ta ville au cours des 12 derniers mois.
- Quel énoncé de multiplication chaque diagramme ci-dessous représente-t-il?



SUIVI DE L'ÉVALUATION

Questions pour guider la réflexion

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?

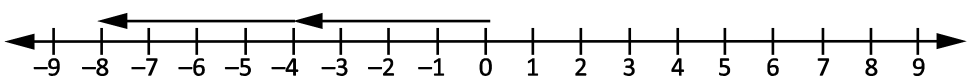
Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

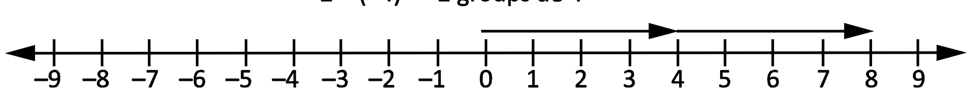
Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Utiliser divers modèles pour représenter la multiplication et la division d'entiers relatifs : jetons, droites numériques, concept d'« avoir net », régularités. Parmi ces modèles, les régularités sont probablement la méthode la plus efficace de présentation de la multiplication ou de la division de deux entiers négatifs pour la compréhension des élèves. On peut aussi utiliser la droite numérique pour représenter des problèmes comme les suivants :

2 × (–4) → 2 groups de –4

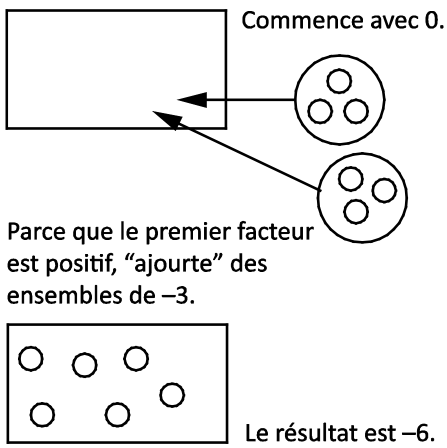


2 × (+4) → 2 groups de 4

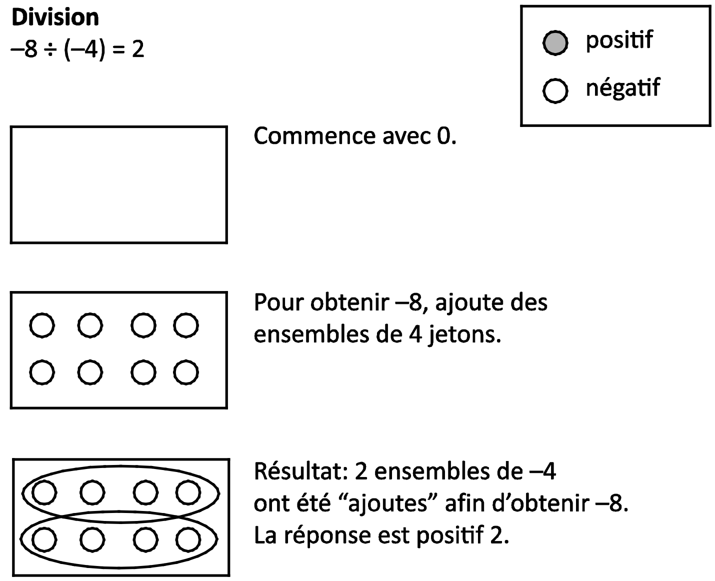


- Utiliser des contextes pertinents pour la multiplication et la division d'entiers relatifs (par exemple, impact sur l'avoir net quand une personne doit 6 $ à chacun de ses trois amis ou quand la dette de 6 $ à chacun de ses trois amis est épongée).
- Utiliser des jetons pour représenter la multiplication et la division conformément à la description des pages 145–146 de *Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8,* vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006c). Dire aux élèves d'écrire la phrase numérique.

Multiplication
2 × (–3) = (–6)



Division
–8 ÷ (–4) = 2



Tâches suggérées pour l’apprentissage

- Résous les problèmes suivants à l’aide d’un modèle ou diagramme et rédige la phrase numérique pour chacun :
  - Greg a emprunté 5 $ à chacun de ses trois amis. Quelle est la dette totale de Greg?
  - Jan a décidé de faire don de 10 $ par mois à son organisme de bienfaisance préféré pendant les deux prochaines années. L’argent est déduit automatiquement de son compte bancaire. Quel est le montant total déduit?
  - Nick a 20 $ et dépense 4 $ par jour pendant 7 jours. Quel est son avoir net à la fin de la semaine?
- Kyle a emprunté 6 $ à chacun de ses deux amis, Abdullah et Jayden. Comme c’est l’anniversaire de Kyle, ses amis décident tous deux d’éponger sa dette. Explique l’impact de cette décision sur l’avoir net de Kyle à l’aide d’images et de mots.
- Rédige chaque addition répétée sous la forme d’une multiplication.
  - (−6) + (−6) + (−6) + (−6) + (−6)
  - (+4) + (+4) + (+4) + (+4)
- Rédige chaque multiplication sous la forme d’une addition répétée.
  - (+7) x (+2)
  - (+7) x (−2)
- La somme de deux entiers relatifs fait –2. Le produit de ces mêmes deux entiers relatifs fait –24. Quels sont les deux entiers relatifs? Explique ton raisonnement.
- Invente une régularité pour montrer à un ami comment calculer (+5) x (−3).
- Joue au jeu « Opération entiers relatifs » :

  Joueurs : 2 à 4
  Matériel : jeu de cartes (sans les figures)
  Description : Distribuer toutes les cartes face cachée sur la table. Les cartes noires sont positives et les cartes rouges sont négatives. Chaque joueur retourne deux cartes et décide s’il va additionner, soustraire, multiplier ou diviser les deux nombres indiqués sur les cartes. Le joueur qui a le résultat le plus élevé gagne toutes les cartes visibles. But : On continue jusqu’à ce qu’une personne (le gagnant) ait toutes les cartes.

- Variantes du jeu « Opération entiers relatifs » :
  - Utiliser moins de cartes ou seulement les cartes avec certains nombres.
  - Utiliser moins d'opérations (se limiter à la multiplication et la division).
  - Retourner trois ou quatre cartes à la fois au lieu de deux pour chaque joueur.
  - C'est le joueur qui a le résultat (somme, différence, produit ou quotient) le plus bas qui gagne toutes les cartes retournées.
  - Chaque joueur lance deux dés (ou plus) avec des entiers relatifs sur les faces des dés au lieu d'utiliser des cartes à jouer. Le joueur ayant le nombre le plus grand (ou le plus petit) après l'opération gagne un point.
  - Le gagnant est le joueur qui a le plus de points.
- Évalue chaque expression :
  - $(-4)-(+8)\times(-2)-(+15)$
  - $(+3)\times\left[(+14)\right]+(-18)-(+8)\div(-4)$
  - $\dfrac{\left[6+(-38)\right]\div 4(-2)}{(-2+4)(5-6)}$

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- carreaux algébriques
- droites numériques horizontales
- jetons de deux couleurs
- droites numériques verticales

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	**Élève**
▪ commutativité ▪ entier opposé ▪ entier relatif ▪ négatif ▪ paire nulle ▪ positif ▪ principe zéro ▪ priorité des opérations	▪ commutativité ▪ entier opposé ▪ entier relatif ▪ négatif ▪ paire nulle ▪ positif ▪ principe zéro ▪ priorité des opérations

Ressources

Imprimé

Chenelière Mathématiques (Baron *et al.* 2008; n° NSSBB : 2001642)

- Module 2 – Les nombres entiers
  - Section 2.1 – Multiplier des nombres entiers à l'aide de modèles
  - Section 2.2 – Des règles pour multiplier les nombres entiers
  - Jeu : Quel est mon produit?

  - Section 2.3 – Diviser des nombres entiers à l'aide de modèles
  - Section 2.4 – Des règles pour diviser les nombres entiers
  - Section 2.5 – La priorité des opérations avec des nombres entiers
  - Problème du module : Le tournoi-bénéfice
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001643)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n° NSSBB : 2001643)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006), p. 139–141, p. 144–146.

Internet

- « Two-Colour Counters [unnamed] », *McGraw-Hill Education* (McGraw-Hill Education, 2015) : www.glencoe.com/sites/common_assets/mathematics/ebook_assets/vmf/VMF-Interface.html.

Les régularités et les relations (RR)

RAG : On s’attend à ce que les élèves utilisent des régularités pour décrire le monde et pour résoudre des problèmes.

RAG : On s’attend à ce que les élèves représentent les expressions algébriques de multiples façons.

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage est quelque chose peut et devrait se faire au quotidien dans le cadre de l'enseignement. L'évaluation de l'apprentissage est également quelque chose qui devrait se produire fréquemment. Il convient d'utiliser tout un éventail d'approches et de contextes pour évaluer l'ensemble des élèves : collectivement en tant que classe, en groupes et individuellement.

Questions pour guider la réflexion

- Quelles sont les méthodes et activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Que devrai-je faire pour assurer la concordance entre mes stratégies d'évaluation et mes stratégies d'enseignement?

Suivi de l'évaluation

Il convient de définir l'enseignement en fonction des données rassemblées sur l'apprentissage à partir de la participation et des travaux des élèves.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?
- Donnez des exemples d'observations qu'on peut faire en temps voulu à l'intention des élèves.

Planification de l'enseignement

Pour avoir un bon programme de mathématiques, il est nécessaire de planifier l'enseignement afin qu'il se déroule de façon cohérente.

Planification à long terme

- Plan annuel disponible sur *Mathematics Learning Commons: Grades 7–9* : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Est-ce que la leçon concorde avec mon plan pour l'année ou le module?
- Comment incorporer les processus indiqués pour ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et expériences d'apprentissage devrais-je proposer pour favoriser la réalisation des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources didactiques devrais-je utiliser?
- Comment devrais-je m'y prendre pour répondre aux besoins des élèves dans toute leur diversité?

RAS RR01 On s’attend à ce que les élèves fassent la représentation graphique et l’analyse de relations linéaires à deux variables. [C, CM, RP, R, T, V]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utilisez l’ensemble d’indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d’apprentissage correspondant.

RR01.01 Déterminer, à partir d’une équation donnée, la valeur manquante dans une paire ordonnée.
RR01.02 Créer une table de valeurs en substituant des valeurs à une variable dans l’équation d’une relation linéaire donnée.
RR01.03 Construire un graphique correspondant à l’équation d’une relation linéaire donnée (en se limitant à des données discrètes).
RR01.04 Décrire la relation entre les variables d’un graphique donné.

Portée et séquence

Mathématiques 7e année	Mathématiques 8e année	Mathématiques 9e année
RR01 On s’attend à ce que les élèves montrent qu’ils comprennent les régularités présentées à l’oral et à l’écrit et les relations linéaires équivalentes. **RR02** On s’attend à ce que les élèves créent une table de valeurs à partir d’une relation linéaire, fassent une représentation graphique de la table de valeurs et analysent le graphique pour en tirer des conclusions et résoudre des problèmes.	**RR01** On s’attend à ce que les élèves fassent la représentation graphique et l’analyse de relations linéaires à deux variables.	**RR01** On s’attend à ce que les élèves généralisent une régularité découlant d’un contexte de résolution de problèmes à l’aide d’une équation linéaire et vérifient en faisant des substitutions. **RR02** On s’attend à ce que les élèves fassent la représentation graphique d’une relation linéaire, analysent la représentation graphique et fassent des interpolations et des extrapolations pour résoudre des problèmes.

Contexte

En mathématiques de 7e année, les élèves se sont servis d’expressions algébriques pour décrire des régularités et ont construit des figures à partir des **tables de valeurs** correspondantes. Ils ont substitué des valeurs aux inconnues et évalué des expressions algébriques. On a fait la distinction entre expressions et équations et les élèves ont travaillé sur les deux.

En mathématiques de 7e année, les élèves ont utilisé des tables d’entrée et de sortie. Il sera nécessaire d’expliquer que les paires de valeurs dans les tables de valeurs sont appelées des paires ordonnées de la forme (x, y) et que les valeurs d’entrée correspondent à x et les valeurs de sortie à y. Il faudrait aussi que les élèves prennent conscience du fait que, si le changement dans les valeurs de x est constant et si le changement dans les valeurs correspondantes de y est constant, alors la relation est linéaire. Les élèves ne rencontreront pas les concepts formels de pente et de point d’intersection avec l’axe des ordonnées en 8e année. Il est important que les élèves soient capables d’analyser les relations linéaires exprimées sous forme graphique. Lorsque les élèves font ces généralisations, fournissez-leur la terminologie correcte. En mathématiques de 8e année, il faut que les élèves se voient proposer de nombreuses activités se concentrant sur des problèmes contextuels et sur les relations entre variables.

Même s'il existe différents types de régularités, on se concentre sur les régularités linéaires croissantes et décroissantes. Les élèves qui composent ces régularités sont appelés des **termes**. Les régularités 2, 4, 6, 8, 10, etc. et 1, 2, 4, 8, 16, etc. sont des exemples courants de régularités croissantes. L'utilisation d'une table pour représenter une régularité croissante ou décroissante peut aider les élèves à organiser leurs pensées. Elle peut également les aider à faire des généralisations au niveau symbolique.

On s'attend à ce que les élèves soient capables de trouver les variables indépendantes et les variables dépendantes qui manquent pour des **relations linéaires**. Trouver une variable dépendante ou la coordonnée *y* dans une paire ordonnée fait partie de la démarche de création d'une table de valeurs. Lorsque les élèves doivent déterminer la valeur d'une variable indépendante ou la coordonnée *x* d'une paire ordonnée, ils devront appliquer ce qu'ils ont fait antérieurement pour résoudre des équations linéaires.

Le fait de construire des graphiques à partir d'équations permet aux élèves de visualiser les relations linéaires. Lorsque les paires ordonnées découlant d'une relation linéaire sont représentées graphiquement sur un plan de coordonnées, elles forment une ligne droite. Même si bon nombre de graphiques sont liés à des situations de la vie de tous les jours et se situent principalement dans le quadrant I, il faut proposer aux élèves des activités dans lesquelles ils représentent graphiquement une équation dans une grille de quatre quadrants. Tout le travail sur la représentation graphique dans cette unité se limite aux données **discrètes**. Les données discrètes ne peuvent avoir qu'un nombre fini ou limité de valeurs possibles. En règle générale, les données discrètes sont des nombres d'éléments : nombre d'élèves dans une classe, nombre de billets vendus, nombre d'articles achetés, etc. Les données **continues** peuvent avoir un nombre infini de valeurs possibles dans un intervalle donné, par exemple des quantités comme la température ou la durée. La représentation graphique de données discrètes se présente sous forme de points, mais ces points ne sont pas reliés les uns aux autres.

L'exemple qui suit montre qu'on peut utiliser un seul et même problème pour explorer plusieurs indicateurs simultanément.

- Zachary prévoit une fête à la piscine. La location de la piscine lui coutera 30,00 $ pour une heure. Après la natation, tout le monde mangera un casse-croute. Le prix du casse-croute est de 3,00 $ par personne.

  Rédige une équation algébrique représentant ce problème.

Il faudrait que les élèves soient capables de considérer cette relation comme le fait que le cout est égal à trois fois le nombre d'invités plus 30,00 $ pour la location.

Les élèves ont l'habitude de choisir des variables pour représenter la situation. Par exemple, *c* représente le cout et *g* représente le nombre d'invités (soit $c = 3g + 30$). Il faut maintenant qu'ils prennent conscience du fait que, si l'équation linéaire est écrite sous la forme $y = 3x + 30$, la signification est la même. Il est important de conduire les élèves à développer leur maitrise du langage et de la terminologie de l'algèbre en vue de présenter le terme de *paire ordonnée*. Lorsqu'on choisit des variables comme *x* et *y* dans l'équation, il est important que les élèves indiquent ce que chaque variable représente. Dans cet exemple, les élèves diraient que *x* représente le nombre d'invités et *y* le cout total.

On a utilisé l'équation ci-dessus pour remplir la table de valeurs suivante :

Nombre d'invités ***x***	**Coût total** ***y***
0	30
1	33
2	36
3	39
4	42
5	45

Examinez la situation quand 8 invités sont présents pour la fête de Zachary. Dans ce cas, dites aux élèves de déterminer le cout de la fête en remplaçant *x* par 8 dans l'équation $y = 3x + 30$.

$$y = 3x + 30$$
$$y = 3(8) + 30$$
$$y = 24 + 30$$
$$y = 54$$

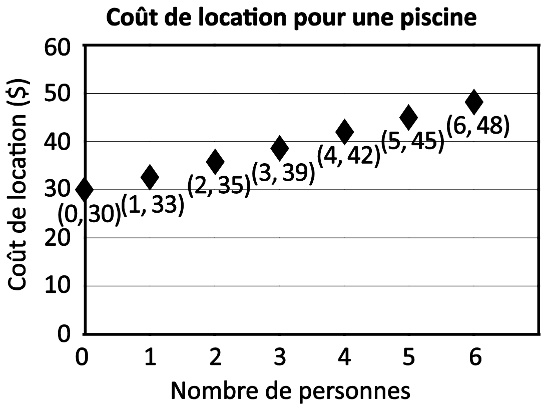
Le cout de la fête pour 8 personnes est de 54 $. Si l'on présente cette solution sous la forme d'une paire ordonnée, cela donne (8, 54). Insistez bien sur le fait que toutes les paires de valeurs dans la table de valeurs peuvent être rédigées sous la forme de paires ordonnées. Les élèves peuvent se servir de l'équation donnée pour trouver, à l'aide de la substitution, les valeurs manquantes dans des paires ordonnées quelconques.

Zachary a un budget de 60 $. Détermine le nombre maximum de gens qu'il peut inviter à sa fête. Écris cette information sous la forme d'une paire ordonnée. Dans ce cas, dites aux élèves de déterminer le nombre maximum d'invités en remplaçant *y* par 60 dans l'équation $y = 3x + 30$.

$$y = 3x + 30$$
$$60 = 3x + 30$$
$$60 - 30 = 3x + 30 - 30$$
$$30 = 3x$$
$$\frac{30}{3} = \frac{3x}{3}$$
$$10 = x$$

Avec 60 $, Zachary peut inviter 10 personnes. La solution écrite sous la forme d'une paire ordonnée est (10, 60). Encouragez les élèves à vérifier la valeur de *x* dans ce cas-ci à l'aide de la substitution.

Dessine une représentation graphique de l'équation pour cette relation linéaire.



Décris la relation entre les variables dans le graphique.

Il faudrait que les élèves soient en mesure de produire des énoncés comme les suivants :

- Les variables représentent le nombre d'invités et le cout de la fête.
- Quand le nombre d'invités augmente d'une unité, le cout de la fête augmente de 3 $.
- Les points forment une droite orientée vers le haut vers la droite. Les points ne sont pas reliés car les données sont discrètes.
- Le graphique commence au point (0, 30) et non à l'origine (0, 0) parce que la location de la piscine coute 30 $ même quand il n'y a pas d'invité.

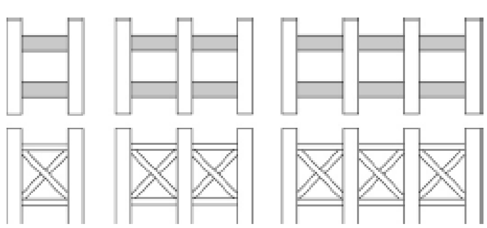
Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

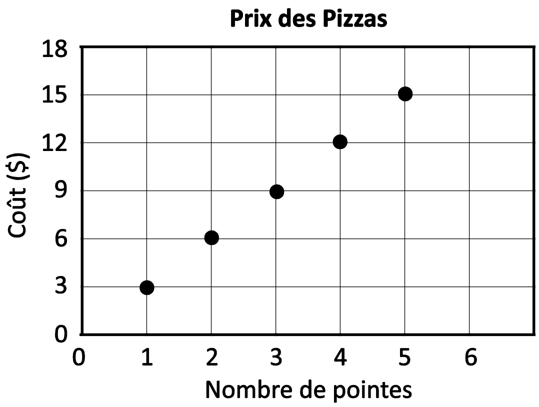
- Pour les diagrammes suivants, demandez aux élèves
  - de dessiner une représentation de la régularité et de prolonger la régularité
  - de décrire la régularité dans leurs propres termes
  - de dresser une table
  - de produire un graphique



Tâches d'évaluation pour la classe / des groupes / individuelles

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Montrez aux élèves le graphique des prix pour la pizza, qui représente une relation linéaire.
  - Décris les régularités dans le graphique.
  - Quel est le cout d'une part de pizza?
  - Quelle est la relation entre le nombre de parts et le cout?
  - Dresse une table de valeurs à partir du graphique.
  - Si l'on achète sept parts de pizza, quel est le cout?



- Soit la relation linéaire suivante : $y = -2x + 3$.
  - Dresse une table de valeurs pour x en commençant par 0.
  - Dessine le graphique correspondant.
  - Détermine la valeur de y dans la paire ordonnée $(7, y)$.
  - Déterminer la valeur de x dans la paire ordonnée $(x, 11)$.

- Dites aux élèves qu'Éric est en train d'organiser une partie de patinage. Il doit payer 50 $ pour louer la patinoire et 4 $ pour le repas de midi pour chaque personne. Il a dressé une table de valeurs, mais a fait une erreur dans un des couts. Trouve l'erreur et fournis la réponse correcte. Fournis une explication pour la correction.

Nombre de personnes *p*	1	2	3	4	5	6	7	8
Cout en dollars *c*	54	58	62	68	70	74	78	82

- Mary a un nouveau programme d'exercice physique. Lors de la première journée, elle fait 9 redressements assis; lors de la deuxième, elle en fait 13; lors de la troisième, elle en fait 17; et lors de la quatrième, elle en fait 21. On peut représenter cela sous la forme $s = 4d + 5$.
  - Dessine un graphique pour cette relation linéaire.
  - Si elle continue à cette cadence, combien de redressements assis fera-t-elle le 5^{e} jour? le 10^{e} jour? le 20^{e} jour? le 50^{e} jour?

- Fournissez aux élèves une table de valeurs représente une relation linéaire.

x	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−5	−3	−1	1	3	5	7

  - Dites aux élèves de représenter dans un graphique les paires ordonnées de la table des valeurs.
  - Décris en mots la relation entre les valeurs de *x* et les valeurs de *y*.
  - Écris la relation linéaire à l'aide de *x* et de *y*.
- Explique le sens d'une relation linéaire à l'aide d'un exemple. Quelle est la relation entre les variables?
- Utilise l'équation $y = -3x + 4$ pour faire les tâches suivantes :
  - Détermine les valeurs manquantes dans la table.

x	−1	0	1	2	3	4
y						

  - Déterminer la valeur de *y* pour la paire ordonnée (11, *y*).
  - Détermine la valeur de *x* pour la paire ordonnée (*x,* 13).
- James détermine la masse de cinq morceaux d'un type particulier de métal et les résultats représentent une relation linéaire. La table suivante présente ses résultats. James a fait une erreur quand il s'agissait de trouver la masse.

Volume (cm^3)	8	9	10	11	12
Mass (g)	88	99	110	121	144

  - Trouve la masse incorrecte en te servant de la relation entre les variables. Explique ce qui te permet de dire que c'est une erreur. Quelle est la masse correcte?
  - Représente les paires ordonnées sous la forme d'un graphique à partir de la table de James.
  - Comment utiliser le graphique pour montrer la valeur qui est incorrecte?

SUIVI DE L'ÉVALUATION

Questions pour guider la réflexion

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Encourager les élèves à utiliser le vocabulaire et la terminologique appropriés en algèbre.
- Insister sur le fait que toutes les paires d'éléments apparentés dans une table de valeurs peuvent être écrites sous la forme de paires ordonnées.
- Dire aux élèves de trier des paires ordonnées par ordre croissant pour *x* afin de mettre en évidence une régularité et de déterminer une valeur manquante dans l'ensemble.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Dresse une table de valeurs pour l'équation $k = 6(n + 2)$ en remplaçant *n* par les valeurs 1 à 5.

n	1	2	3	4	5
k					

- Avec la table de valeurs ci-dessous, qui représente une relation linéaire, fais les tâches suivantes :

x	1	2	3	4	5	6	7
y	4	8	12	16	20	24	28

  - Représente les paires ordonnées de la table dans un graphique.
  - Déterminer la différence entre deux valeurs consécutives de *x*. Même chose pour *y*.
  - Décris la relation entre les valeurs de *x* et de *y*.
  - Rédige une expression pour *y* à l'aide de *x*.

- Avec la table de valeurs ci-dessous, qui représente une relation linéaire avec des coordonnées qui manque, fais les tâches suivantes :

x	–3	–2	–1	0	1	2
y				7	9	11

  - Comment utiliser une régularité pour trouver les coordonnées *y* manquantes?
  - Quelles sont les coordonnées manquantes?

- Un centre communautaire a de nouvelles installations pour organiser des banquets. La location du centre coute 8 $ par personne.
  - Dresse une table de valeurs indiquant le cout de la location pour 30, 60, 90, 120 et 150 personnes.
  - Représente les paires ordonnées dans un graphique.
  - Propose une expression pour le cout de la location en fonction du nombre de personnes.
- Détermine les valeurs manquantes dans l'ensemble suivant de paires ordonnées.

  (0, 0), (1, 12), (2, 24), (3, __)
  (–4, __), (–2, –6), (0, 2), (2, 10), (__, 18)

- Un fournisseur d'accès à Internet fait payer un forfait mensuel de 40 $ et un tarif horaire de 2 $. On peut décrire ce prix à l'aide de l'équation $c = 2h + 40$.
  - Détermine le cout de l'utilisation d'Internet en remplissant la table ci-dessous.

Heures (h)	Coût (c)
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

  - Dessine un graphique à partir des données du tableau de valeurs. Sous quelle forme la régularité dans la table de valeurs se présente-t-elle dans le graphique?
  - La facture de Matthew pour son premier mois d'utilisation d'Internet s'est élevée à 100 $. Comment utiliser le graphique pour trouver son nombre d'heures d'utilisation d'Internet? Utilise l'équation pour déterminer le nombre d'heures d'utilisation d'Internet pour Matthew lors du premier mois.
- La table de valeurs ci-dessous représente une relation linéaire.

x	1	2	3	4	5	6
y	5	10	15	20	25	30

  - Dessine un graphique avec les paires ordonnées dans la table de valeurs.
  - Quelle est la différence entre deux valeurs de *y* consécutives? Quelle est la différence entre deux valeurs de *x* consécutives?
  - Décris en mots la relation entre les valeurs de *x* et les valeurs de *y*.
  - Fournir une expression pour *y* en fonction de *x*.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- carreaux algébriques
- papier quadrillé
- blocs-forme

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	**Élève**
▪ continu	▪ continu
▪ discret	▪ discret
▪ équation	▪ équation
▪ expression	▪ expression
▪ formule	▪ formule
▪ régularité	▪ régularité
▪ relation	▪ relation
▪ relation linéaire	▪ relation linéaire
▪ table de valeurs	▪ table de valeurs
▪ terme	▪ terme
▪ valeur de *x*	▪ valeur de *x*
▪ valeur de *y*	▪ valeur de *y*
▪ variable	▪ variable
▪ variable dépendante	▪ variable dépendante
▪ variable indépendante	▪ variable indépendante

Ressources

Imprimé

Chenelière Mathématiques (Baron *et al.* 2008; n° NSSBB : 2001642)

- Module 6 – Les équations linéaires et leur représentation graphique
  - Section 6.6 – Créer une table de valeurs
  - Section 6.7 – Représenter graphiquement des relations linéaires
  - Technologie : Représenter des relations linéaires à l'aide d'un tableur
  - Problème du module : Planifier un voyage de ski
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001643)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n° NSSBB : 2001643)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006), p. 287–294

Internet

- *National Library of Virtual Manipulatives* (Utah State University, 2015) : http://nlvm.usu.edu (articles à manipuler en algèbre pour les niveaux 6e – 8e année)

RAS RR02 On s'attend à ce que les élèves modélisent et résolvent des problèmes sous forme concrète, imagée et symbolique dans lesquels *a, b* et *c* sont des nombres entiers, avec des équations linéaires de la forme ▪ $ax = b$ ▪ $\frac{x}{a} = b,\ a \neq 0$ ▪ $ax + b = c$ ▪ $\frac{x}{a} + b = c,\ a \neq 0$ ▪ $a(x + b) = c$ [C, L, RP, V]
[C] Communication **[RP]** Résolution de problèmes **[L]** Liens **[CM]** Calcul mental et estimations **[T]** Technologie **[V]** Visualisation **[R]** Raisonnement

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

RR02.01 Modéliser un problème donné faisant intervenir une équation linéaire et résoudre l'équation à l'aide du matériel concret.
RR02.02 Vérifier la solution d'une équation linéaire donnée de diverses façons, y compris à l'aide du matériel de manipulation, de diagrammes et de la substitution.
RR02.03 Représenter visuellement les étapes requises pour résoudre une équation mathématique donnée et prendre en note chaque étape sous forme symbolique.
RR02.04 Résoudre une équation linéaire donnée sous forme symbolique.
RR02.05 Trouver et corriger une erreur dans la solution d'une équation linéaire donnée.
RR02.06 Résoudre une équation linéaire donnée à l'aide de la distributivité.
RR02.07 Résoudre un problème donné à l'aide d'une équation linéaire et prendre en note la marche à suivre.

Portée et séquence

Mathématiques 7e année	**Mathématiques 8e année**	**Mathématiques 9e année**
RR06 On s'attend à ce que les élèves modélisent et résolvent, sous forme concrète, imagée et symbolique, des problèmes qu'on peut représenter sous la forme d'équations linéaires à une inconnue du type $x + a = b$, avec *a* et *b* qui sont des nombres entiers. **RR07** On s'attend à ce que les élèves modélisent et résolvent, sous forme concrète, imagée et symbolique, des problèmes qu'on peut représenter sous la forme d'équations linéaires à une inconnue des types suivants, avec *a*, *b* et *c* qui sont des nombres entiers : ▪ $ax + b = c$ ▪ $ax = b$ $\frac{x}{a} = b,\ a \neq 0$	**RR02** On s'attend à ce que les élèves modélisent et résolvent des problèmes sous forme concrète, imagée et symbolique dans lesquels *a, b* et *c* sont des nombres entiers, avec des équations linéaires de la forme ▪ $ax = b$ ▪ $\frac{x}{a} = b,\ a \neq 0$ ▪ $ax + b = c$ ▪ $\frac{x}{a} + b = c,\ a \neq 0$ ▪ $a(x + b) = c$	**RR03** On s'attend à ce que les élèves modélisent et résolvent des problèmes dans lesquels *a, b, c, d, e* et *f* sont des nombres rationnels, à l'aide d'équations linéaires de la forme ▪ $ax = b$ ▪ $\frac{x}{a} = c,\ a \neq 0$ ▪ $ax + b = c$ ▪ $\frac{x}{a} + b = c,\ a \neq 0$ ▪ $ax = b + cx$ ▪ $a(x + b) = c$ ▪ $ax + b = cx + d$ ▪ $a(bx + c) = d(ex + f)$ ▪ $\frac{a}{x} = b,\ x \neq 0$

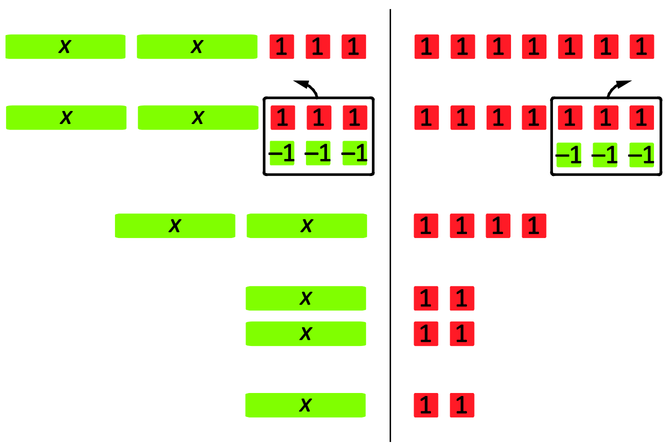
Contexte

Les élèves ont antérieurement résolu des équations à une étape de la forme $x + a = b$, dans lesquelles a et b étaient des entiers relatifs. Ils ont également résolu des équations à deux étapes avec deux entiers naturels. Dans ce module, on s'appuie sur cette expérience et on la prolonge en incluant dans les nombres utilisés des entiers relatifs. Les élèves vont aussi résoudre des équations de la forme $a\,(x + b) = c$ en s'appuyant sur la propriété de la distributivité.

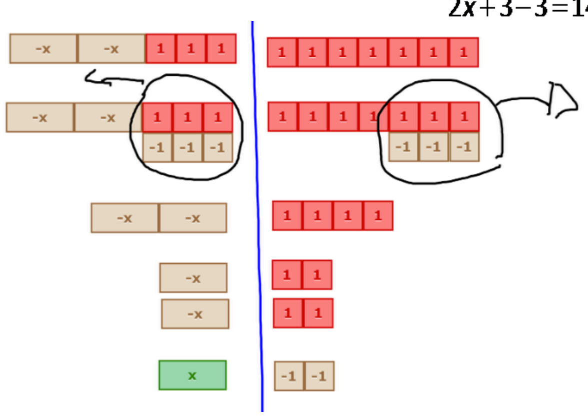
On a fait un travail significatif à l'aide de matériel concret et de diagrammes pour résoudre des équations linéaires en mathématiques de 7e année. Ici, il faudrait que l'enseignement commence par le matériel concret et les modèles imagés et passe ensuite au niveau symbolique, le but ultime étant que les élèves puissent résoudre des équations à une ou deux étapes avec ou sans le soutien de modèles concrets ou imagés.

Lors de l'utilisation de modèles concrets pour résoudre des équations, il convient de prendre également en note les étapes sous forme symbolique. En mathématiques de 7e année, les élèves ont appliqué le principe zéro pour additionner et soustraire des entiers relatifs. Ici, ils utiliseront le même principe pour isoler une variable afin de résoudre une équation. Il faut maintenir l'équilibre dans les équations pour préserver l'égalité.

On peut utiliser des carreaux algébriques pour résoudre $2x + 3 = 7$.



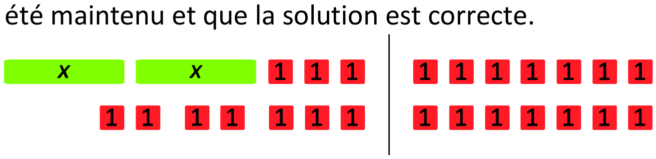
Pour maintenir l'équilibre, noter l'opération appliquée aux deux côtés de l'équation sur la même ligne. Noter l'opération en exposant (ou en indice) n'est pas acceptable, car cela pourrait conduire à des erreurs d'interprétation. Par exemple, $\begin{array}{l}2x+3=14\\ 2x+3-3=14-3\end{array}$ est acceptable, mais $\begin{array}{l}2x+3=14\\ 2x+3^{-3}=14^{-3}\end{array}$ ne l'est pas.



Il est important de travailler avec les élèves pour mettre au point une procédure de résolution des équations, afin qu'ils comprennent les aspects mathématiques qui interviennent. Les principes importants sont les suivants :

- **Arriver à zéro :** La raison pour laquelle on soustrait 3 aux deux côtés dans l'exemple ci-dessus est qu'on veut isoler la variable. 3 – 3 débouche sur l'addition de zéro, de sorte que $2x$ reste seul du côté gauche. On appelle cela la *propriété zéro de l'addition* ou l'*identité de l'addition*.
- **Arriver à un :** La raison pour laquelle on divise ensuite par 2 est qu'on veut isoler la variable x. La division par 2 débouche sur la multiplication de 1, de sorte que la variable reste seule du côté gauche de l'équation. On appelle cela la *relation inverse* ou l'*identité de la multiplication*.
- **Préservation de l'égalité :** Pour maintenir l'équilibre et l'égalité, il est obligatoire de faire la même chose des deux côtés de l'équation au même moment (c'est-à-dire à la même ligne dans le travail sur l'équation).
- **Distributivité :** Il s'agit d'une propriété des nombres réels qui indique que le produit de la somme ou de la différence de deux nombres est égal à la somme ou à la différence des produits. Les élèves devraient connaitre le concept de la distributivité, qui a été utilisé comme stratégie rapide de multiplication en mathématiques de 5e année.

Dites aux élèves de vérifier toutes les solutions des équations linéaires. La vérification aide les élèves à mieux comprendre le processus. À ce stade, il convient de se concentrer sur le matériel concret et les diagrammes lors de la vérification des solutions. Pour vérifier la solution précédente sous forme symbolique, on substitute 2 à x dans l'équation de départ. Pour représenter cela à l'aide de matériel concret, on replace chaque carreau représentant une variable par deux carreaux unitaires positifs et on vérifie que les deux côtés du modèle ont le même nombre de carreaux, ce qui signifie que l'équilibre a été maintenu et que la solution est correcte.



Comme les deux côtés ont la même valeur, cela démontre que la solution est correcte.

Il faudrait maintenant que les élèves progressent du travail sur les équations à l'aide de matériel concret au travail sur les équations sous forme symbolique. Les élèves qui ont du mal à passer au niveau symbolique pourront s'entrainer davantage avec des modèles. On peut utiliser la substitution sans modèles. Auparavant, avec l'aide de carreaux algébriques, on a déterminé que $x = 2$ dans l'équation $2x + 3 = 7$.

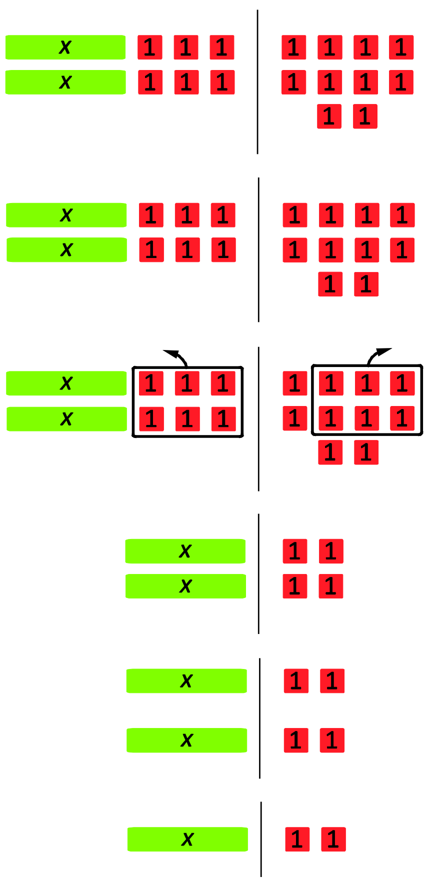
Pour vérifier cela sous forme symbolique, substituer 2 à x dans l'équation de départ et faire le calcul.
$2x + 3 = 7$
$2(2) + 3 = 7$
$4 + 3 = 7$
$7 = 7$
Comme les deux côtés sont égaux, cela veut dire que l'équilibre est maintenu est que la solution est correcte.

Pour résoudre une équation linéaire de la forme $a\,(x + b) = c$, les élèves appliqueront la distributivité. Ils ont déjà utilisé cette propriété avec des entiers relatifs. On l'élargit désormais aux expressions algébriques. Avant de résoudre des équations, il faudrait que les élèves soient capables d'expliquer la distributivité à l'aide de diagrammes ou de modèles et de l'utiliser pour développer des expressions algébriques. Pour leur faire bien comprendre la validité de la distributivité, il est utile de comparer les solutions obtenues à l'aide de cette propriété aux solutions obtenues à l'aide de la priorité des opérations.

distributivité	priorité des opérations
4(5 + 2) (4)(5) + (4)(2) 20 + 8 28	4(5 + 2) 4(7) 28

Lors de l'utilisation de la distributivité, les élèves font souvent l'erreur de n'appliquer le signe négatif qu'au premier terme. Il est parfois nécessaire de rappeler aux élèves qu'une expression comme −(6 + 3) s'écrit aussi −1(6 + 3) et que chaque terme entre parenthèses doit être multiplié par −1. Une fois que les élèves ont été exposés à la simplification d'expressions à l'aide de la distributivité, ils appliquent la propriété à la résolution d'équations. Comme pour les autres types d'équations linéaires, il convient de résoudre des équations de la forme $a(x + b) = c$ sous la forme de modèles avant de les résoudre sous forme symbolique. Voici un exemple de modèle avec carreaux algébriques pour résoudre $2(x + 3) = 10$:

Deux groupes de (x + 3) est égale à 10



$$2(x + 3) = 10$$

$$2x + 6 = 10$$

$$2x + 6 - 6 = 10 - 6$$

$$2x = 4$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$$

$$x = 2$$

Il convient d'encourager les élèves à vérifier leur propre solution quand ils travaillent sur une équation linéaire. Il est également utile de leur fournir des solutions fausses d'équations linéaires à vérifier. Il faut alors qu'ils fournissent les réponses correctes, mais aussi les erreurs qu'ils ont trouvées, en indiquant la nature des erreurs et ce qu'il faut faire pour les corriger. Cela leur permet de mieux comprendre l'importance de la vérification des solutions et de la prise en note des étapes de la résolution, au lieu de se contenter de donner la réponse finale.

Pour résoudre des problèmes, il est nécessaire que les élèves fassent le lien avec leur travail antérieur sur les équations linéaires. La résolution de problèmes exige également un travail de communication et cela peut se faire en quatre étapes :

- comprendre le problème en mettant en évidence les informations données
- faire un plan pour résoudre le problème
- exécuter le plan et prendre en note la solution
- vérifier que la solution est correcte pour les informations données dans le problème

Les élèves devraient être capables de résoudre des problèmes comme les suivants :

- Une classe de 8e année organise un lavage de voitures et collecte 368 $. Elle fait don de 200 $ à la Société protectrice des animaux et partage le reste à parts égales entre quatre autres organismes de bienfaisance. Combien d'argent reçoit chacun des quatre autres organismes?
  - **Comprendre le problème :** Je peux dire que *m* représente le montant d'argent que chaque organisme reçoit, puisque c'est ce que je cherche. Il y a quatre organismes. Je sais combien la SPA reçoit et je sais aussi combien on a collecté d'argent au total.
  - **Faire un plan :** Je peux multiplier *m* par 4 et l'ajouter au montant donné à la SPA pour obtenir le total. L'équation pour représenter cela sera $4m + 200 = 368$, dans laquelle *m* représente le montant que chaque organisme reçoit.
  - **Exécuter le plan :** Je peux résoudre $4m + 200 = 368$ à l'aide des stratégies que j'ai apprises antérieurement.

    $$4m+200=368$$
    $$4m+200-200=368-200$$
    $$4m=168$$
    $$\frac{4m}{4}=\frac{168}{4}$$
    $$m=42$$

    Chaque organisme reçoit 42 $.

  - **Vérifier la solution :** Si chaque organisme reçoit 42 $, alors quatre organismes reçoivent au total 168 $. J'ajoute cette somme au don de 200 $ à la SPA et j'obtiens 368 $.

    Je peux vérifier la vérification sous forme algébrique avec la substitution :

    $$4m+200=368$$
    $$4(42)+200=368$$
    $$168+200=368$$
    $$368=368$$

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Résous chaque équation à l'aide de carreaux algébriques et par inspection. Vérifie chaque solution à l'aide de la substitution.
  - $c + 4 = 7$
  - $n - 3 = 6$

- Demandez aux élèves de remplir le tableau ci-dessous.

Problème	Représentation et solution sous forme concrète (Quand cette colonne est remplie, montre-la à l'enseignant avant de passer aux deux colonnes suivantes.)	Représentation et solution sous forme imagée	Représentation et solution sous forme symbolique
$15 = n + 7$			
$t - 4 = 3$			
$12 = 4x$			
$\frac{p}{3} = 2$			

Tâches d'évaluation pour la classe / des groupes / individuelles

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Résous les problèmes suivants. Écris l'équation, résous-la et vérifie ta réponse.
  - Les élèves de 8e année organisent une soirée dansante. L'animateur demande 150 $ pour l'installation et 3,00 $ par élève participant. Il se fait payer 375 $. Combien d'élèves ont participé à la soirée dansante?
  - La température maximale aujourd'hui est de 6 °C plus élevée que la température maximale hier. La température maximale aujourd'hui est de 12 °C. Quelle a été la température maximale hier?
- Dites aux élèves que Kim a utilisé la distributivité pour résoudre l'équation suivante : $12(x - 3) = 72$. Vérifie son travail pour voir si sa réponse est correcte. S'il y a une erreur, corrige-la.

  $12(x - 3) = 72$
  $12x - 36 = 72$
  $12x - 36 - 36 = 72 - 36$
  $12x = 36$
  $x = \frac{36}{12}$
  $x = 3$

- Demandez aux élèves laquelle des équations suivantes produit la valeur la plus petite pour d.
  $7d = 42$

$\frac{d}{5} = -2 = -2$

$3d + 4 = -5$

$\frac{d}{4} + 12 = 36$

$5(d + 4) = -15$

- On a une ferme avec des vaches et des poules. Sachant que le nombre total de pattes est de 38 et que le nombre total de têtes est de 16, utilise l'algèbre pour déterminer le nombre de vaches et le nombre de poules qui vivent à la ferme.

- Explique chaque étape dans cette résolution de l'équation $16 + 5m = 6$. Vérifie que la solution est correcte.

  Étape 1 : $16 - 16 + 5m = 6 - 16$
  Étape 2 : $5m = -10$
  Étape 3 : $m = -2$

- Sandy a pris pour point de départ l'équation $4p - 14 = -46$. Elle a masqué « 4 *p* » et s'est posé la question suivante : Qu'est-ce qui donne −46 quand on l'ajoute à −14?
  - Quelle aurait dû être sa réponse?
  - Avec sa réponse ci-dessus, Sandy a écrit une nouvelle équation : $4p = \square$. Elle s'est ensuite demandé : Qu'est-ce qui, multiplié par 4, est égal à ☐? Quelle est la valeur de *p*?
- Résous $2(x - 4) = -20$ de deux manières différentes. Prends en note les démarches que tu as suivies.
- Une compagnie de taxi fait payer un forfait de base de 3,75 $ plus 2,00 $ par kilomètre parcouru. Sachant que la facture totale a été de 33,75 $, utilise l'algèbre pour déterminer la distance parcourue par le taxi.

SUIVI DE L'ÉVALUATION

Questions pour guider la réflexion

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

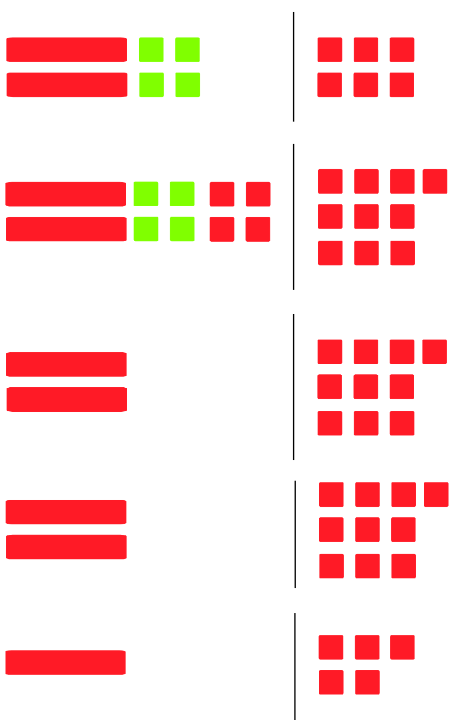
Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Trois amis décident de vérifier leurs réponses pour un devoir à faire à la maison. Ils ont chacune une solution différente à l'équation linéaire $4(s - 3) = 288$ et veulent déterminer laquelle des solutions est la bonne.

Solution de Sam	Solution de Leah	Solution de Paul

$4(s-3)=288$ $4s-12=288$ $4s-12-12=288-12$ $\frac{4s}{4}=\frac{276}{4}$ $s=69$	$4(s-3)=288$ $4s-12=288$ $4s-12+12=288+12$ $\frac{4s}{4}=\frac{300}{4}$ $s=75$	$4(s-3)=288$ $4s-3=288$ $4s-3+3=288+3$ $\frac{4s}{4}=\frac{291}{4}$ $s=72.75$
<u>Vérification de Sam</u> $4(s-3)=288$ $4(69-3)=288$ $4(66)=288$ $264\neq 288$ La solution est fausse. L’examen de la solution de Sam devrait conduire les élèves à prendre conscience du fait que Sam n’aurait pas dû soustraire 12 à la troisième étape, mais ajouter 12.	<u>Vérification de Leah</u> $4(s-3)=288$ $4(75-3)=288$ $4(72)=288$ $288=288$	<u>Vérification de Paul</u> $4(s-3)=288$ $4(72.75-3)=288$ $4(69.75)=288$ $279\neq 288$ La solution est fausse. L’examen de la solution de Paul devrait conduire les élèves à prendre conscience du fait que Paul n’a pas correctement appliqué la distributivité à la troisième étape.

- Utiliser du matériel concret et des diagrammes pour montrer l’idée de la mise en évidence de *x* comme étant une progression naturelle et conduire les élèves à comprendre les étapes nécessaires pour isoler la variable.
- Après avoir exploré la progression, les élèves seront capables de trouver *x* dans une équation linéaire et de prendre en note le processus.



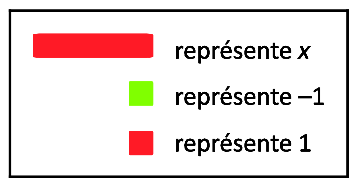
$2x - 4 = 6$

$2x - 4 + 4 = 6 + 4$

$2x = 10$

$\frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$

$x = 5$



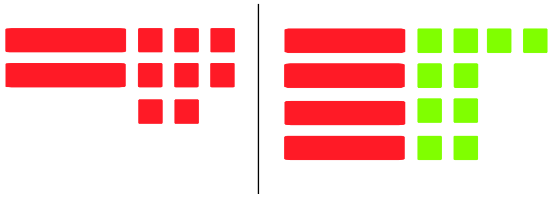
- Dans l’exemple ci-dessus, l’élève ne verra pas intuitivement que, si –*x* = 5, il peut écrire l’expression équivalente *x* = – 5. On peut expliquer cette progression à l’aide du concept d’opposés. Comme *x* est l’opposé de –*x* et comme –5 est l’opposé de 5, il sera vrai que, si –*x* = 5, alors *x* = –5. La dernière ligne de la solution montre cela sous forme symbolique et sous la forme d’un modèle.
- Utiliser le modèle avec l’aire pour développer des expressions en vue d’expliquer la distributivité.

- Utiliser des sites Web interactifs qui permettent aux élèves d'explorer la résolution d'équations linéaires, comme les articles à manipuler pour l'algèbre en 6e – 8e année de la National Library of Virtual Manipulatives (http://nlvm.usu.edu/).

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Utilise la distributivité pour écrire 7(*c* + 2) sous la forme d'une somme de termes. Dessine un diagramme.

- Écris et résous l'équation représentée ci-dessous sous la forme d'un modèle et écris chaque étape intervenant dans la solution à l'aide de symboles. Vérifie ta solution avec l'équation de départ.



- Mets-toi avec un partenaire. Résolvez les équations suivantes à l'aide de carreaux algébriques. Faites chacun à son tour les choses suivantes : décidez qui sera le secrétaire et qui s'occupera du modèle avec les carreaux algébriques. Celui qui s'occupe des carreaux dit à l'autre les étapes de résolution de l'équation. Le secrétaire note la procédure sous forme algébrique.
  - $3x = -6$
  - $\frac{x}{3} = 4 + 2$
  - $6x = 4x - 4$
- Vérifie chacune des solutions suivantes. Mets en évidence les erreurs, s'il y en a, et corrige-les.
  - $x + 4 = 3$
$x + 4 - 4 = 3 + 4$
$x = 7$
  - $5 + 4x - 4x = 13 - 4x$
$5 = 9x$
$\frac{5}{9} = \frac{9x}{9}$
$\frac{5}{9} = x$

$5+4x=13$

$56=8(x+3)$

$56=8x+24$

– $\frac{32}{32}=\frac{8x}{32}$

$x=\frac{8}{32}$

$x=\frac{1}{4}$

$-2(x-1)=-22$

$-2x-2=-22$

$-2x-2+2=-22+2$

– $-2x=-20$

$\frac{-2x}{2}=\frac{-20}{2}$

$x=10$

$7x-2=-16$

– $7x-2+2=-16+2$

$7x=-14$

$x=-2$

$\frac{m}{6}+3=11$

$69(\frac{m}{6})+3=6(11)$

– $m+3=66$

$m+3-3=66-3$

$m=63$

- Détermine les méthodes pour résoudre les problèmes suivants à l'aide d'une équation linéaire. Sois prêt à présenter tes méthodes à la classe.
  - Joe a 16 ans de plus que Bill. Sam a le même âge que Bill. Leur âge combiné est de 79 ans. Quel est l'âge de Joe, Bill et Sam?
  - Ton école secondaire a vendu à l'avance des billets pour sa comédie musicale, à 3,00 $ le billet. Les billets vendus à l'entrée sont à 5,00 $ pièce. Combien de billets ont été vendus à l'avance sachant qu'on a vendu 20 billets à l'entrée et que l'on a gagné au total 340,00 $?
  - Une boulangère est en train d'emballer de petits gâteaux dans des boites identiques. Elle a rempli sept boites et il lui reste 5 petits gâteaux dans une autre boite. Elle a emballé en tout 51 petits gâteaux. Combien de petits gâteaux y a-t-il dans une boite remplie?

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- carreaux algébriques
- carreaux d'entiers relatifs

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ constante	▪ constante
▪ équation	▪ équation
▪ équation linéaire à deux étapes	▪ équation linéaire à deux étapes
▪ équation linéaire à une étape	▪ équation linéaire à une étape
▪ équilibre	▪ équilibre
▪ équivalent	▪ équivalent
▪ évaluer	▪ évaluer
▪ expression	▪ expression
▪ formule	▪ formule
▪ identité de l'addition	
▪ identité de la multiplication	
▪ opération opposée	▪ opération opposée
▪ propriété zéro de l'addition	▪ propriété zéro de l'addition
▪ relation inverse	
▪ substitution	▪ substitution
▪ variable	▪ variable

Ressources

Imprimé

Chenelière Mathématiques (Baron *et al.* 2008; n° NSSBB : 2001642)

- Module 6 – Les équations linéaires et leur représentation graphique
  - Section 6.1 – Résoudre des équations à l'aide de modèles
  - Section 6.2 – Résoudre des équations à l'aide de l'algèbre
  - Section 6.3 – Résoudre des équations qui comportent des fractions
  - Section 6.4 – La distributivité
  - Section 6.5 – Résoudre des équations à l'aide de la distributivité
  - Jeu : Le nombre cible
  - Problème du module : Planifier un voyage de ski
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001643)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n° NSSBB : 2001643)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006c), p. 287–294.

Internet

- *National Library of Virtual Manipulatives* (Utah State University, 2015) : http://nlvm.usu.edu (articles à manipuler en algèbre pour les niveaux 6e – 8e année)

La mesure (M)

RAG : On s'attend à ce que les élèves utilisent des mesures directes et indirectes pour décrire le monde et pour résoudre des problèmes.

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage est quelque chose peut et devrait se faire au quotidien dans le cadre de l'enseignement. L'évaluation de l'apprentissage est également quelque chose qui devrait se produire fréquemment. Il convient d'utiliser tout un éventail d'approches et de contextes pour évaluer l'ensemble des élèves : collectivement en tant que classe, en groupes et individuellement.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles sont les méthodes et activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Que devrai-je faire pour assurer la concordance entre mes stratégies d'évaluation et mes stratégies d'enseignement?

Suivi de l'évaluation

Il convient de définir l'enseignement en fonction des données rassemblées sur l'apprentissage à partir de la participation et des travaux des élèves.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?
- Donnez des exemples d'observations qu'on peut faire en temps voulu à l'intention des élèves.

Planification de l'enseignement

Pour avoir un bon programme de mathématiques, il est nécessaire de planifier l'enseignement afin qu'il se déroule de façon cohérente.

Planification à long terme

- Plan annuel disponible sur *Mathematics Learning Commons: Grades 7–9* à l'adresse : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Est-ce que la leçon concorde avec mon plan pour l'année ou le module?
- Comment incorporer les processus indiqués pour ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et expériences d'apprentissage devrais-je proposer pour favoriser la réalisation des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources didactiques devrais-je utiliser?
- Comment devrais-je m'y prendre pour répondre aux besoins des élèves dans toute leur diversité?

RAS M01 On s'attend à ce que les élèves établissent et mettent en application le théorème de Pythagore pour résoudre des problèmes. [L, RP, R, T, V]			
[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CM]** Calcul mental et estimations

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

M01.01 Modéliser et expliquer le théorème de Pythagore de façon concrète et imagée ou à l'aide de la technologie.
M01.02 Expliquer, à l'aide d'exemples, le fait que le théorème de Pythagore s'applique uniquement aux triangles rectangles.
M01.03 Déterminer si un triangle donné est un triangle rectangle ou non à l'aide du théorème de Pythagore.
M01.04 Résoudre un problème donné dans lequel il faut déterminer la longueur du troisième côté d'un triangle rectangle dont on connait la longueur des deux autres côtés.
M01.05 Résoudre un problème donné comportant des triplets pythagoriciens.

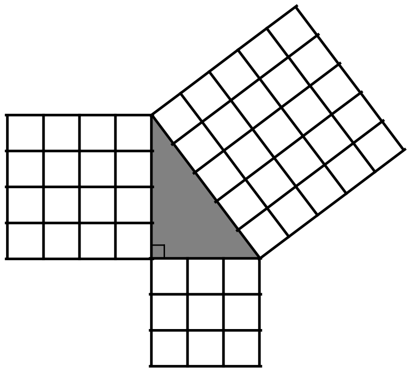
Portée et séquence

Mathématiques 7e année	**Mathématiques 8e année**	**Mathématiques 9e année**
M02 On s'attend à ce que les élèves mettent au point et mettent en application une formule pour déterminer l'aire de triangles, de parallélogrammes et de cercles.	**M01** On s'attend à ce que les élèves établissent et mettent en application le théorème de Pythagore pour résoudre des problèmes.	—

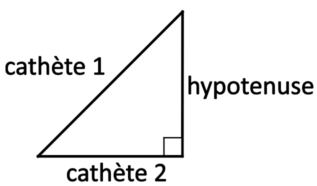
Contexte

Pythagore de Samos (env. 560 – env. 480 av. J.-C.) était un philosophe grec. On lui attribue la première preuve du théorème de Pythagore. Les Égyptiens et d'autres cultures antiques utilisaient la règle 3-4-5 dans la construction. En Égypte, Pythagore fit ses études auprès des ingénieurs appelés « étireurs de corde » qui construisirent les pyramides. Ces ingénieurs avaient une corde avec 12 nœuds espacés à distance égale. Ils attachaient la corde au sol afin de former les dimensions 3-4-5 et cela leur donnait un triangle rectangle. Cette méthode leur permit de poser les fondations de leurs édifices avec exactitude.

Le théorème de Pythagore stipule que l'aire du carré sur l'hypoténuse est égale à la somme de l'aire des carrés sur les deux autres côtés. Dans le diagramme ci-dessous, la relation se présente sous la forme symbolique 25 = 9 + 16.



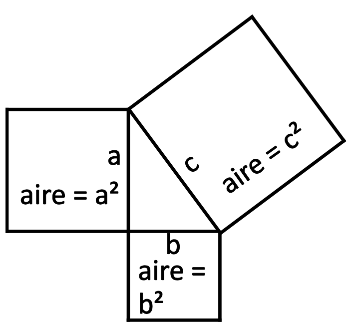
On utilise le théorème de Pythagore pour trouver le côté inconnu dans un triangle rectangle et on le considère donc généralement comme une relation entre les longueurs des côtés d'un triangle rectangle. Pour le diagramme ci-dessus, on pourrait aussi dire que $5^2 = 3^2 + 4^2$. Le côté opposé à l'angle droit s'appelle l'« hypoténuse » et les deux autres s'appellent les « cathètes ».



Ce théorème se note $h^2 = (cathète\ 1)^2 + (cathète\ 2)^2$.

Dites aux élèves de mener des enquêtes pour explorer et découvrir cette relation. Donnez à des groupes d'élèves divers triangles rectangles ayant des côtés qui sont des nombres entiers : 3 cm, 4 cm, 5 cm; 6 cm, 8 cm, 10 cm; ou 5 cm, 12 cm, 13 cm (ou demandez aux élèves de dessiner de tels triangles). Dites aux élèves de découper des carrés dans du papier quadrillé en centimètres de façon à ce que les côtés de chaque carré correspondent aux côtés du triangle. Placez les carrés sur les côtés du triangle comme dans la figure. Trouvez l'aire de chaque carré. Demandez aux élèves ce qu'ils remarquent. On peut faire le même développement avec des carreaux carrés et du papier quadrillé en pouces. Donnez aux élèves un contrexemple où la relation avec l'aire ne fonctionnera pas, ce qui signifiera que le triangle n'est pas rectangle.

La formule conventionnelle pour le théorème de Pythagore est $c^2 = a^2 + b^2$. Il ne faut pas présenter cette formule avant que les élèves aient achevé les enquêtes qui établiront leur compréhension et soient capables d'utiliser différentes variables quand ils énoncent le théorème de Pythagore.

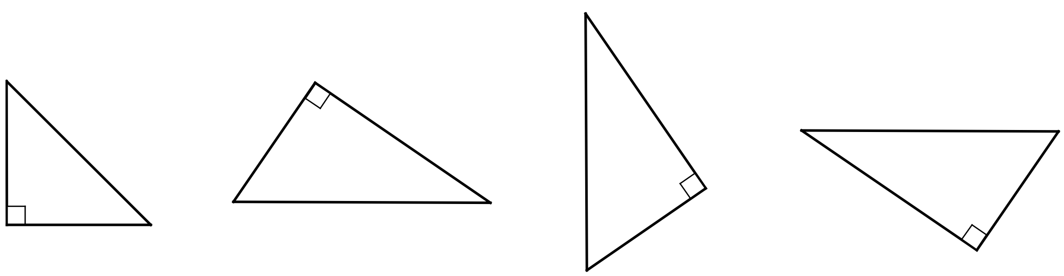


Il est également important de noter que les côtés des triangles sont désignés à l'aide de lettres minuscules, parce que les majuscules sont réservées aux sommets. La convention est d'annoter le triangle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, en utilisant A, B et C pour les sommets et *a, b* et *c* pour les longueurs des côtés opposés à ces sommets.

Quand un triangle a un angle droit et deux longueurs connues, le théorème de Pythagore est la relation à laquelle il faut penser pour trouver le côté manquant. Proposez aux élèves des activités faisant intervenir le calcul de la longueur de l'hypoténuse, ainsi que des situations où l'on connait l'hypoténuse et un des autres côtés, mais pas le troisième.

Certains élèves se font une idée fausse, selon laquelle il y aurait plusieurs formules différentes pour le théorème de Pythagore qu'on peut appliquer au triangle rectangle. Il faut indiquer clairement que $c^2 - b^2 = a^2$, par exemple, est simplement un réarrangement de l'équation $c^2 = a^2 + b^2$. Qu'on réarrange d'abord la formule ou qu'on substitue d'abord les longueurs des côtés aux variables dans le théorème de Pythagore, le processus illustre le concept de préservation de l'égalité que les élèves ont vu en mathématiques de 7e année.

Il est important de présenter des diagrammes avec des triangles rectangles dans diverses orientations.



Il faudrait que les élèves se rendent compte que l'hypoténuse est le côté opposé de l'angle droit, quelle que soit l'orientation de la figure. Il faudrait aussi qu'ils se rendent compte que l'hypoténuse est le côté le plus long du triangle. On peut autoriser l'utilisation de la technologie, mais il faudrait encourager les élèves à tenter de trouver le côté inconnu sans utiliser la calculette. Cela les aidera à développer leurs compétences en calcul mental et leur sens des nombres.

Il est également vrai que, si le théorème de Pythagore marche pour un triangle donné, alors cela veut dire que ce triangle est rectangle. C'est ce qu'on appelle l'« inverse du théorème de Pythagore » : si les côtés du triangle sont *a, b* et *c* et si $\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2}$, alors le triangle est rectangle. Les trois longueurs des côtés forment ce qu'on appelle un **triplet pythagoricien**. On l'écrit généralement sous la forme *a, b, c* et 3, 4, 5 est un exemple connu. Les élèves devraient être capables d'utiliser le concept de triplet pythagoricien pour déterminer si trois longueurs données de côtés sont ou non les longueurs de côtés d'un triangle rectangle. Il convient d'insister sur la bonne utilisation des triplets pythagoriciens et non sur cette idée qu'il s'agit de l'« inverse » d'un théorème.

Si *a*, *b*, *c* est un triplet pythagoricien, alors c'est également le cas de (*ka, kb, kc*), quel que soit l'entier *k*. Par exemple, comme 3, 4, 5 est un triplet, c'est également le cas de 6, 8, 10 et ainsi de suite. Comme on l'a dit, les Égyptiens et d'autres cultures antiques utilisaient la règle 3-4-5 ($a = 3$, $b = 4$, $c = 5$) dans la construction, pour s'assurer d'avoir des angles droits. La règle 3-4-5 offre une méthode rapide pour créer un angle droit. On utilise toujours cette méthode dans la construction aujourd'hui.

Les triangles rectangles dont les côtés ne sont pas des nombres entiers ne sont pas des triplets pythagoriciens. Par exemple, le triangle dont les côtés font $a = 1$, $b = 1$ et $c = 2$ est rectangle, mais

$(1, 1, \sqrt{2})$ n’est pas un triplet pythagoricien, parce que $\sqrt{2}$ n’est pas un nombre entier. Voici quelques exemples de triplets pythagoriciens avec $c < 100$.

(3, 4, 5) (5, 12, 13) (7, 24, 25) (8, 15, 17)

(9, 40, 41) (11, 60, 61) (12, 35, 37) (20, 21, 29)

Vous trouverez en ligne de nombreuses animations prouvant le théorème de Pythagore. Vous en trouverez certains dans la section « Ressources » ci-dessous.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d’évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

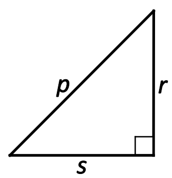
- Fournissez aux élèves un ensemble de triangles (en vous assurant d’utiliser divers types différents et diverses orientations). Dites-leur de trier les triangles d’abord en fonction de la longueur des côtés (équilatéral, isocèle, scalène) et d’expliquer la règle de tri. Dites-leur de refaire la tâche en les triant en fonction de la mesure des angles (droit, aigu, obtus) et d’expliquer la règle de tri.
- Dites aux élèves de dessiner divers carrés sur du papier quadrillé et de trouver l’aire des carrés.

Tâches d’évaluation pour la classe / des groupes / individuelles

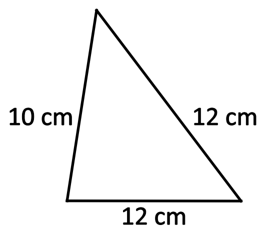
Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l’évaluation au service de l’apprentissage (formative) soit pour l’évaluation de l’apprentissage (sommative).

- Dites aux élèves de dessiner un triangle rectangle de 6 cm, 8 cm, 10 cm sur du papier quadrillé. Dites-leur d’expliquer la relation pythagoricienne et de représenter la relation sous forme symbolique.
- Dites aux élèves de résoudre des problèmes comme les suivants :
  - Pour des raisons de sécurité, une entreprise de construction a établi la règle suivante : quand on met une échelle contre le côté d’un édifice, il faut que la distance entre le bas de l’échelle et le mur fasse au moins $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$ de la longueur de l’échelle. Est-ce qu’on peut atteindre une fenêtre à 7 m avec une échelle de 8 m si on respecte cette règle?
  - Un avion vole à une altitude de 5000 m ou 5 km. L’aéroport est à 3 km d’un point directement sous l’avion au sol. À quelle distance l’avion est-il de l’aéroport?
  - Les dimensions d’un cadre rectangulaire sont de 10 cm sur 24 cm. Un menuisier veut mettre une entretoise entre deux coins opposés du cadre. Quelle devra être la longueur de l’entretoise?
  - Tu viens d’acheter un nouveau meuble pour votre système audiovisuel. L’espace pour la télévision fait 60 cm sur 80 cm. Quelle est la plus grande télévision que tu puisses mettre dans cet espace?
  - On a une rampe d’accès en fauteuil roulant qui fait 10,3 m de long. Elle s’étend sur une distance horizontale de 9,7 m. Quelle est la hauteur verticale de la rampe, au dixième de mètre près?

- Détermine si le travail de chacun des élèves ci-dessous est correct et explique ton raisonnement.
  - Corey a écrit la relation pythagoricienne sous la forme $r^2 = p^2 + s^2$.



  - Mia a écrit la relation pythagoricienne sous la forme $12^2 = 8^2 + 10^2$.



- Explique ce que tu peux faire pour déterminer si un triangle est rectangle ou non si tu sais que ses côtés font 7 cm, 11 cm et 15 cm.

SUIVI DE L'ÉVALUATION

Questions pour guider la réflexion

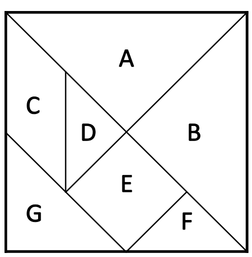
- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

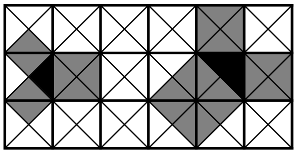
- Utiliser du matériel concret, comme des géoplans, du papier quadrillé, du papier à points, des tangrams, etc., pour établir la relation entre l'hypoténuse et les cathètes d'un triangle rectangle.
- Utiliser des outils technologiques comme The Geometer's Sketchpad (Key Curriculum Press, 2015) ou GeoGebra (International GeoGebra Institute, 2015) pour explorer la relation entre l'hypoténuse et les cathètes d'un triangle rectangle.
- Fournir aux élèves divers problèmes où il faut trouver l'hypoténuse, la mesure d'un côté manquant et déterminer si le triangle est rectangle en appliquant le théorème de Pythagore.
- On peut explorer le théorème de Pythagore à l'aide de tangrams.



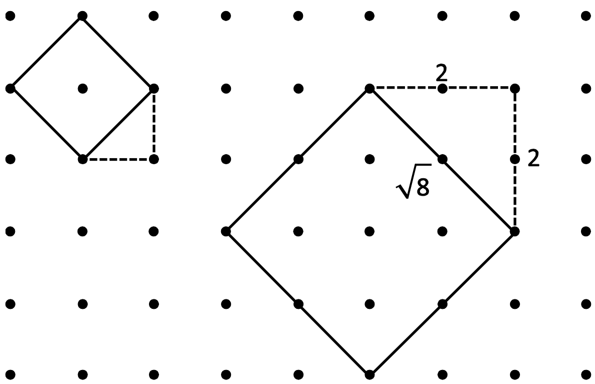
Dire aux élèves de placer l'un des petits triangle au centre de la feuille et de tracer son contour. Désigner l'hypoténuse par *h* et les cathètes par $cathète_1$ et $cathète_2$. Utiliser des pièces de tangram pour former un carré parfait le long de chaque côté du triangle. Tracer le contour des carrés. Il faudrait que les élèves déterminent qu'on a utilisé deux petits triangles pour former le carré sur $cathète_1$ et $cathète_2$ et quatre petits triangles pour former le carré sur l'hypoténuse. Discuter de la façon dont les carrés pour $cathète_1$ et $cathète_2$ se combinent pour former un carré sur l'hypoténuse. Répéter l'activité en utilisant le triangle de taille moyenne et encore une fois en utilisant le grand triangle. Dire aux élèves de comparer les trois dessins. Discuter de la relation entre les aires des carrés sur les côtés du triangle rectangle et l'aire des carrés sur l'hypoténuse. Il faudrait que les élèves concluent que la somme des aires des carrés des cathètes est égale à l'aire du carré de l'hypoténuse.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

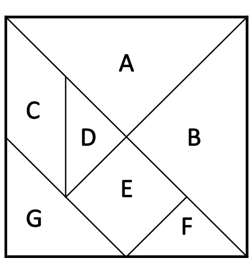
- Pour explorer le théorème de Pythagore, utilise une grille dans laquelle on a dessiné les diagonales de tous les carrés. Choisis un triangle quelconque dans la grille et trouve les carrés sur les deux côtés plus courts, ainsi qu'un carré sur l'hypoténuse.



Le diagramme ci-dessous montre des carrés de deux unités et de huit unités. Utilise du papier à points ou des géoplans pour créer des carrés dont l'aire fait une unité, quatre unités, cinq unités, neuf unités et 10 unités.



- Explore des triplets pythagoriciens comme 3, 4, 5. Multiplie chaque nombre par 2. Détermine si les trois nombres ainsi obtenus forment un triplet pythagoricien. Explore la question en multipliant par d'autres nombres entiers. Y a-t-il un nombre entier qui ne produit pas un triplet pythagoricien quand on le multiplie à 3, 4, 5?
- Fais des recherches et présente une preuve du théorème de Pythagore.
- Ross a un jardin rectangulaire dans sa cour. Il mesure un côté du jardin, qui fait 7 m, et la diagonale fait 11 m. Quelle est la longueur de l'autre côté du jardin?
- Les dimensions d'un cadre rectangulaire sont de 30 cm sur 50 cm. Un menuisier veut mettre une entretoise en diagonale entre deux coins opposés du cadre. Quelle devrait être la longueur de l'entretoise?
- Considère la longueur du côté du carré composé des sept pièces de tangram comme une unité. À l'aide du théorème de Pythagore, détermine la longueur de tous les côtés de chacune des pièces du tangram.



- Détermine si chacun des triangles avec les longueurs de côtés indiquées ci-dessous est un triangle rectangle.
  - 9 cm, 12 cm, 15 cm
  - 16 mm, 18 mm, 29 mm
  - 7 m, 9 m, 13 m
  - 6 cm, 7 cm, 13 cm
- Dessine des triangles autres que des triangles rectangles. Mesure la longueur des côtés et vérifie pour voir si le théorème de Pythagore fonctionne pour ces triangles non rectangles.
- Les menuisiers utilisent souvent un triangle 3-4-5 pour déterminer si les coins sont des angles droits (90°). Explique en tes propres termes pourquoi cela fonctionne.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- carreaux de couleur
- papier quadrillé avec diagonales
- papier à points
- géoplans
- papier quadrillé
- tangrams
- The Geometer's Sketchpad

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ cathète ▪ côté ▪ hypoténuse ▪ racine carrée ▪ relation ▪ théorème de Pythagore	▪ cathète ▪ côté ▪ hypoténuse ▪ racine carrée ▪ relation ▪ théorème de Pythagore

Ressources

Imprimé

Chenelière Mathématiques (Baron *et al.* 2008; n° NSSBB : 2001642)

- Module 1 – Les racines carrées et le théorème de Pythagore
  - Section 1.5 – Le théorème de Pythagore
  - Technologie : Vérifier le théorème de Pythagore
  - Section 1.6 – Explorer le théorème de Pythagore
  - Section 1.7 – Utiliser le théorème de Pythagore
  - Problème du module : Les casiers
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; n° NSSBB : 2001643)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module

- *ProGuide* (DVD; nº NSSBB : 2001643)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006), p. 205–206
Mathematics for Elementary Teachers: A Contemporary Approach, 7e édition (Musser, Peterson et Burger, 2006), p. 667–668
Developing Thinking in Geometry (Johnson-Wilder et Mason, 2005), p. 113–119

Internet

- « Proof without Words: Pythagorean Theorem », *Illuminations: Resources for Teaching Math* (National Council of Teachers of Mathematics, 2015) : http://illuminations.nctm.org/Activities.aspx?grade=3
- les utilisateurs de tableaux SmartBoard trouveront une animation de preuve du théorème de Pythagore à l'adresse www.smarttech.com
- The Geometer's Sketchpad (Key Curriculum, 2013; nº NSSBB : 50474, 50475, 51453)
- *Pythagorean Theorem Water Demo* (YouTube, 2009) : www.youtube.com/watch?v=CAkMUdeB06o.

RAS M02 On s’attend à ce que les élèves dessinent et construisent des développements pour des objets à trois dimensions. [C, L, RP, V]			
[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CM]** Calcul mental et estimations

Indicateurs de rendement

Utilisez l’ensemble d’indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d’apprentissage correspondant.

M02.01 Apparier un développement donné à l’objet à trois dimensions qu’il représente.
M02.02 Construire un objet à trois dimensions à partir de son développement.
M02.03 Tracer des développements d’objets à trois dimensions donnés, comme des cylindres droits, des prismes droits à base rectangulaire et des prismes droits à base triangulaire, puis vérifier en construisant l’objet à partir de son développement.
M02.04 Prédire les objets à trois dimensions qui pourraient être construits à partir de développements donnés et vérifier les prédictions.

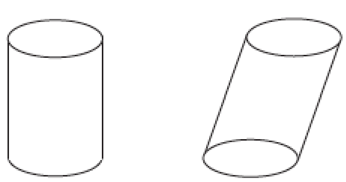
Portée et séquence

Mathématiques 7^{e} année	**Mathématiques 8^{e} année**	**Mathématiques 9^{e} année**
–	**M02** On s’attend à ce que les élèves dessinent et construisent des développements pour des objets à trois dimensions.	–

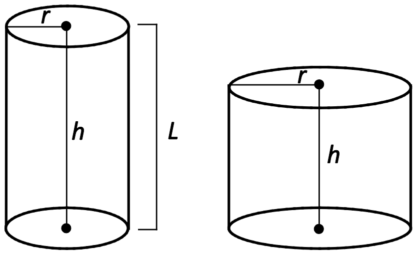
Contexte

En mathématiques de 4^{e} année, les élèves ont construit des prismes à base rectangulaire et des prises à base triangulaire à partir de développements. Maintenant, les élèves vont étudier l’utilisation de développements pour explorer et créer des objets à 3D et dessiner ou faire correspondre un développement à un objet à 3D. Le travail sur des modèles concrets permet aux élèves de visualiser les figures et les encourage à utiliser le raisonnement lorsqu’ils explorent les concepts de mesure apparentés. Les Polydrons sont d’excellents articles à manipuler pour ces activités (en dehors du cylindre droit).

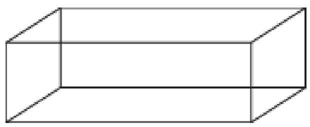
Le cylindre est une figure géométrique ayant deux surfaces plates parallèles et congruentes, appelées **bases**, qui sont reliées par une **surface courbe**.



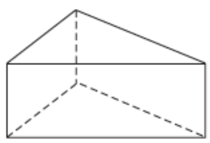
Le **cylindre droit** est une figure géométrique ayant deux bases circulaires plates parallèles et congruentes reliées par une surface courbe, avec un angle de 90° à l’endroit où la base et la hauteur se coupent.



Le prisme a deux bases congruentes. Le nom du prisme est déterminé par sa base. Quand toutes les faces en dehors des bases sont des rectangles perpendiculaires aux bases, le prisme est appelé prisme droit. Le **prisme droit à base rectangulaire** est un prisme dont les six face sont des rectangles.



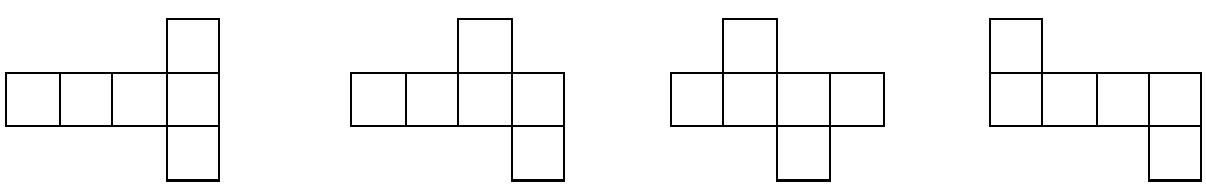
Le **prisme droit à base triangulaire** est un prisme dont la base est triangulaire et dont les faces forment un angle droit avec la base.



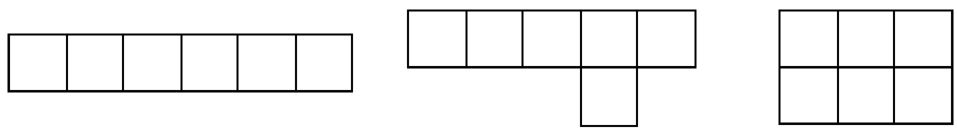
Le **développement** est une représentation à 2D d'un objet à 3D, qu'on peut plier pour reconstituer l'objet. Le développement montre toutes les **faces** de l'objet. On peut utiliser un développement pour créer un objet à 3D appelé un **polyèdre**. La ligne qui délimite l'endroit où deux faces se rencontrent s'appelle une **arête**. Le point où trois faces ou plus se rencontre s'appelle un **sommet**. Quand les élèves créent des développements, ils devraient se concentrer sur les faces et sur la façon dont elles s'emboitent pour former l'objet. Le polygone est une forme plane et fermée qui n'a que des côtés droits.

Il est important que les élèves prennent conscience du fait qu'il existe de nombreux développements différents pour un seul et même objet à 3D. Même si les faces ne changent pas, on peut les organiser de différentes façons et elles produisent toujours le même objet à 3D quand on les plie.

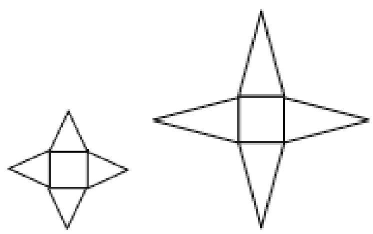
Note : Lorsque le développement est obtenu par réflexion ou rotation d'un autre développement, il ne s'agit pas d'un développement différent. Voici des exemples de développements pour un cube. Il y en a 11 au total. Il faudrait encourager les élèves à trouver autant de développements différents que possible pour un cube (un prisme droit à base rectangulaire).



Ce n'est pas parce qu'un cube a six faces carrées que les élèves peuvent supposer qu'un regroupement quelconque de six carrés formera un développement. Les exemples suivants ne sont pas des développements pour un cube :



La pyramide régulière a un polygone régulier pour base. Les autres faces sont des triangles. Il est important que les élèves comprennent que l'on peut créer des pyramides de hauteur différente à partir de la même base.



Il faudrait toujours encourager les élèves à visualiser les choses et à faire des prédictions avant de plier les développements pour construire les objets à 3D.

Au lieu de trouver des développements avec des polygones, on peut construire le polyèdre, puis le défaire afin de trouver autant de développements différents que possible.

Note : Ce résultat d'apprentissage est étroitement lié au résultat d'apprentissage M03 de 8^e^ année.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

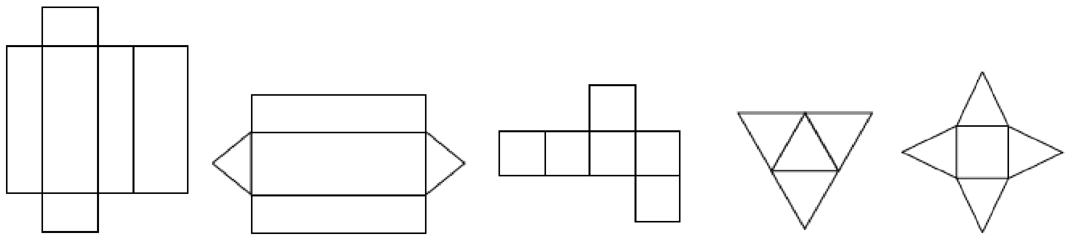
On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Jouez au jeu « quel polygone suis-je? » en fournissant les indices suivants :
  - J'ai quatre côtés congruents.
  - J'ai une paire de côtés qui sont à la fois parallèles et congruents.
  - Mes axes de symétrie traversent les milieux de mes deux côtés opposés.

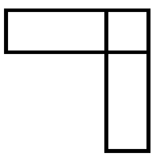
TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

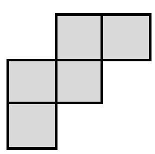
- Reconnais l'objet à partir de son développement :



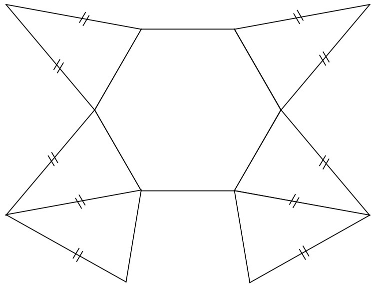
- Dites aux élèves que ce diagramme fait partie d'un développement pour un prisme. Demandez-leur de compléter le développement en dessinant les faces supplémentaires nécessaires.



- Fournissez aux élèves une pièce de casse-tête pentomino (forme à 2D formée en joignant 5 carrés de façon à ce que leurs côtés complets se touchent), qui, quand on la plie, donne une boite sans dessus, puis ajoutez un carré pour le dessus de la boite. À combien d'endroits différents peut-on ajouter le carré? *(Note : On peut découper ces formes dans du papier quadrillé.)* Par exemple :



- Dites aux élèves de dessiner tous les développements possibles pour une pyramide à base triangulaire dont toutes les faces sont des triangles équilatéraux. Répétez l'activité pour une pyramide à base triangulaire ayant une base équilatérale et trois faces qui sont des triangles isocèles. Demandez aux élèves : « Est-ce que vous obtenez plus de développements pour l'une de ces figures? Pourquoi, selon vous? »
- Donnez aux élèves le diagramme ci-dessous (voir annexe A). Demandez aux élèves de prédire s'il s'agit d'un développement, de vérifier leurs prédictions en le découpant et d'apporter les changements nécessaires pour créer un véritable développement s'il le faut.



- Fournissez aux élèves un prisme ou une pyramide et du papier d'emballage. Demandez-leur de faire rouler l'objet et de tracer un développement pour l'objet, de découper le développement et d'envelopper le développement pour déterminer la forme ainsi créée. Défaites le développement, coupez une face et demandez-leur quels sont les différents endroits où l'on pourrait rattacher cette face pour produire d'autres développements. Utilisez du ruban adhésif pour rattacher la face et vérifiez. *Prolongement : Si vous utilisez du papier quadrillé en centimètres pour cette activité, vous pouvez faire un bon lien avec l'aire.*

SUIVI DE L'ÉVALUATION

Questions pour guider la réflexion

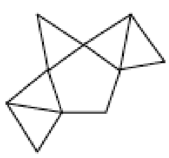
- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Présenter aux élèves les développements d'un prisme droit et d'une pyramide dont les faces sont jointes de façon différente de la façon dont elles étaient jointes dans les développements qu'ils ont découpés auparavant. Leur demander de prédire la forme obtenue quand on plie les développements. Leur demander de découper le développement et de le plier pour vérifier la prédiction. Exemple :



- Fournir aux élèves un prisme droit à base carrée ou rectangulaire et un géoplan de 11 x 11 clous. Leur demander d'utiliser des élastiques pour construire un développement pour le prisme. Leur demander de discuter du fait qu'on peut déplacer l'une des faces pour former un nouveau développement pour le même prisme. Leur dire de vérifier cela en reproduisant le nouveau développement sur du papier à points et en le découpant.
- Dire aux élèves d'explorer diverses méthodes pour dessiner des développements. L'une des méthodes consiste à faire rouler l'objet à 3D en en traçant les contours, puis à découper le développement. Les élèves peuvent également créer des développements en enveloppant les objets à 3D dans du papier.
- Donner aux élèves des occasions d'explorer les développements de pyramides, de cylindres et de prismes et de dessiner des développements pour des cylindres droits, des prismes droits à base rectangulaires et des prismes droits à base triangulaire.
- Fournir aux élèves des copies de développements pour qu'ils puissent les découper et les plier. Il faudrait les encourager à les déplier et à examiner les figures à 2D qui sont reliées pour former chaque développement.

- S’assurer que les élèves se concentrent sur les faces et sur la façon dont elles s’assemblent pour former l’objet à 3D. Il faudrait rappeler aux élèves que les pièces doivent être de la bonne taille et leur rappeler d’assembler les figures dans le développement. Il est possible qu’ils aient toutes les pièces, mais qu’ils aient encore de la difficulté à dessiner le développement.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L’APPRENTISSAGE

- Découpe le long des côtés de contenants de diverses formes (boites de céréales, emballages de balles de tennis, boites de croustilles, etc.) et déplie-les pour former des développements. Prédis ce à quoi le développement ressemblera avant de découper.
- Prédis si un développement donné peut être plié pour former un objet à 3D. Les élèves peuvent, avec des Polydrons, construire les développements et vérifier s’ils forment bien les objets à 3D quand on les plie.
- Trouve tous les développements pour une pyramide à base carrée.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D’ARTICLES À MANIPULER

- papier à points
- géoplans
- papier quadrillé
- pentominos
- Polydrons

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ aire ▪ aire de la surface ▪ arête ▪ base ▪ cube ▪ cylindre droit ▪ développement ▪ face ▪ figures à 2D ▪ objets à 3D ▪ polyèdre ▪ prisme droit à base rectangulaire ▪ prisme droit à base triangulaire ▪ prisme régulier ▪ pyramide régulière ▪ sommet ▪ volume	▪ aire ▪ aire de la surface ▪ arête ▪ base ▪ cube ▪ cylindre droit ▪ développement ▪ face ▪ figures à 2D ▪ objets à 3D ▪ polyèdre ▪ prisme droit à base rectangulaire ▪ prisme droit à base triangulaire ▪ prisme régulier ▪ pyramide régulière ▪ sommet ▪ volume

Ressources

Imprimé

- *Chenelière Mathématiques* (Baron *et al.* 2008; n° NSSBB : à déterminer)
  - Module 4 – Les prismes et les cylindres
    - > Section 4.1 – Les développements
    - > Section 4.2 – Construire des objets à partir de développements
    - > Section 4.3 – L’aire de la surface d’un prisme droit à base rectangulaire
    - > Section 4.4 – L’aire de la surface d’un prisme droit à base triangulaire
    - > Section 4.7 – L’aire de la surface d’un cylindre droit
  - *ProGuide* (disque compact; fichiers Word; n° NSSBB : à déterminer)
    - > fiches d’évaluation
    - > exercices supplémentaires
    - > tests du module
  - *ProGuide* (DVD; n° NSSBB : à déterminer)
    - > pages du manuel de l’élève pour projection
    - > matériel reproductible modifiable
- *Making Math Meaningful to Canadian Students, K–8* (Small, 2008), p. 305–306.
- *Developing Thinking in Geometry* (Johnson-Wilder et Mason, 2005), p. 98–99.

Internet

- « Interactives: Geometry 3D Shapes », *Annenberg Learner* (Annenberg Foundation, 2014) : www.learner.org/interactives/geometry/platonic.html.

RAS M03 On s'attend à ce que les élèves déterminent l'aire de la surface de prismes droits à base rectangulaire, de prismes droits à base triangulaire et de cylindres droits pour résoudre des problèmes. [C, L, RP, R, V]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

M03.01 Expliquer, à l'aide d'exemples, la relation entre l'aire de figures à deux dimensions et l'aire de la surface d'un objet à trois dimensions donné.
M03.02 Définir toutes les faces d'un prisme donné, notamment d'un prisme droit à base rectangulaire et d'un prisme droit à base triangulaire.
M03.03 Définir toutes les faces d'un cylindre droit donné.
M03.04 Décrire et appliquer des stratégies pour déterminer l'aire de la surface d'un prisme droit donné à base rectangulaire ou triangulaire.
M03.05 Décrire et appliquer des stratégies permettant de déterminer l'aire de la surface d'un cylindre droit donné.
M03.06 Résoudre un problème donné faisant intervenir l'aire de la surface.

Portée et séquence

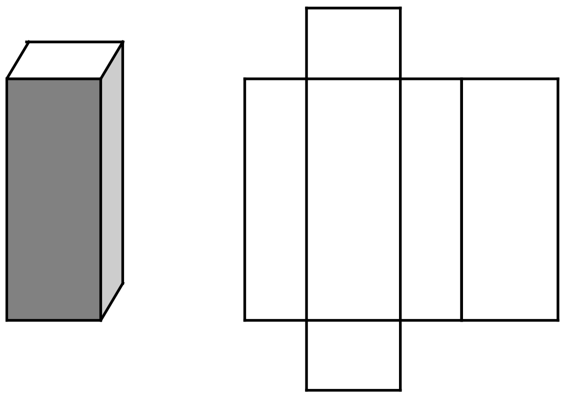
Mathématiques 7e année	**Mathématiques 8e année**	**Mathématiques 9e année**
M02 On s'attend à ce que les élèves mettent au point et mettent en application une formule pour déterminer l'aire de triangles, de parallélogrammes et de cercles.	**M03** On s'attend à ce que les élèves déterminent l'aire de la surface de prismes droits à base rectangulaire, de prismes droits à base triangulaire et de cylindres droits pour résoudre des problèmes.	**G01** On s'attend à ce que les élèves déterminent l'aire de la surface d'objets composés à 3D pour résoudre des problèmes.

Contexte

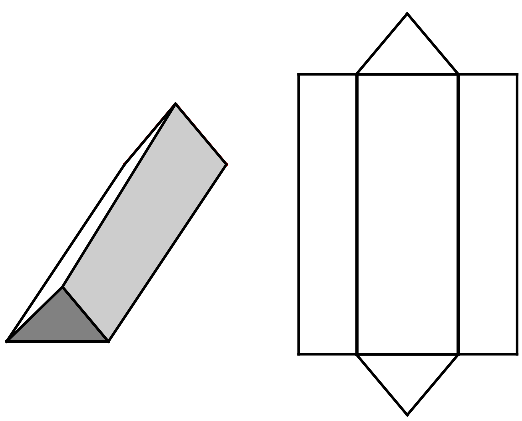
L'**aire de la surface** est la somme des aires de toutes les surfaces d'un objet à 3D. Il faudrait que les calculs de l'aire de la surface viennent s'inscrire en prolongement direct du travail précédent sur les formules de l'**aire** et sur les **développements**. Il peut s'avérer nécessaire de faire une révision rapide de l'aire des rectangles, des triangles et des cercles. Il est important que les élèves soient capables de visualiser le développement d'un objet à 3D pour bien calculer l'aire de la surface de cet objet. Il est important d'utiliser du matériel concret (Polydrons, boites, etc.) pour aider les élèves à visualiser la relation entre le **développement à 2D** et l'**objet à 3D**. Expliquez que les unités d'aire (par exemple, le cm^2) servent à mesurer l'aire et l'aire de la surface et qu'il faut les inclure.

Lors du calcul de l'aire de la surface, il faudrait que les élèves commencent par des objets comme des boites de céréales ou de craquelins, pour des prismes à base rectangulaire, et par des boites pour certains types de barres chocolatées ou de jouets, pour des prismes à base triangulaire. On peut couper ces objets pour les déplier et déterminer le développement. Il faudrait que les élèves fassent une estimation de l'aire de chaque face et fassent le total des aires pour trouver l'aire de la surface. Pour calculer l'aire de la surface, il faut que les élèves déterminent les dimensions de chaque partie du développement et appliquent les formules appropriées pour calculer chacune des aires. Dites aux élèves de faire des comparaisons et de discuter des points communs et des différences dans leurs approches. Il faudrait que l'enseignant anime une discussion sur les différentes méthodes, mais encourage les élèves à utiliser les méthodes les plus efficaces.

On peut déterminer l'aire de la surface d'un prisme à partir de son développement, car le développement montre toutes les faces composant l'objet. Le travail à partir du développement permet également de facilement mettre en évidence les faces congruentes, ce qui évite parfois d'avoir à trouver l'aire de chaque face individuellement. Certains élèves pourront conclure qu'un prisme à base rectangulaire a trois paires de faces congruentes et qu'ils peuvent donc calculer l'aire de la surface en utilisant la formule SA = $2lw + 2lh + 2wh$. Il *ne faudrait pas*, cependant, se focaliser sur cette formule. Pour s'assurer que les élèves saisissent bien le concept d'aire de la surface, il faudrait explorer d'autres stratégies avant de présenter la formule.

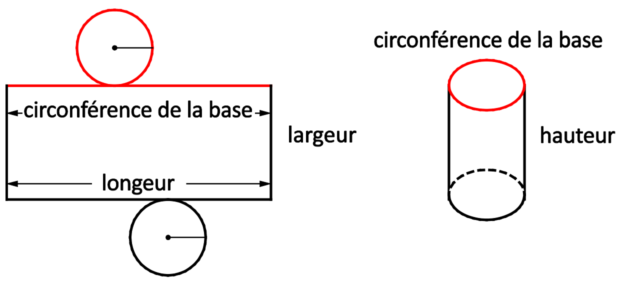


Le développement d'un prisme à base triangulaire montre les deux faces triangulaires et les trois faces rectangulaires qui composent le prisme. Il faudrait que les élèves prennent conscience du fait que les bases triangulaires d'un **prisme droit à base triangulaire** sont toujours congruentes et que les trois faces rectangulaires sur les côtés sont congruentes parce qu'elles sont attachées à des côtés égaux des bases triangulaires.



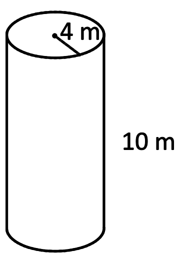
Note : Il faut toujours que les élèves incluent les unités dans la solution. L'aire de la surface se mesure dans des unités carrées.

On a ci-dessous un développement possible pour un cylindre. L'une des dimensions du rectangle est la circonférence du cercle et l'autre est la hauteur du cylindre. Il est important de noter qu'un cylindre n'a que deux faces (les surfaces circulaires plates), même si son développement semble en avoir trois. La surface courbe du cylindre n'est pas une face. Il faudrait que les élèves découvrent que la largeur du rectangle est en réalité la circonférence du cercle et que la longueur du rectangle est la hauteur du cylindre.



Pour explorer, on peut demander aux élèves de dessiner le développement d'un **cylindre droit**. Demandez aux élèves comment utiliser le développement pour trouver l'aire de la surface. Voici un exemple de discussion.

- Les surfaces d'un cylindre sont les deux faces (cercles) et un rectangle. Pour le cylindre illustré ici, commence par calculer l'aire des cercles.



$$A_{circle} = \pi r^2$$

$$A_{circle} = \pi \times 4^2$$

$$A_{circle} = 16\pi$$

$$A_{circle} \approx 50.24 m^2$$

Ceci signifie que l'aire des deux cercles est d'environ 100,48 m^2.

Note : Il est acceptable d'utiliser 3,14 comme approximation de pi.

Il pourrait être plus facile de prendre conscience du fait que l'autre face est un rectangle si les élèves utilisent un objet qu'on peut dérouler. Ils devraient alors voir que la longueur du rectangle est en réalité la circonférence du cercle et que la largeur du rectangle est la hauteur du cylindre. Du coup, l'aire devient

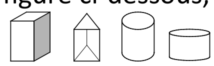
$$A = 2\pi r \times h$$

$$A = 2\pi 4 \times 10$$

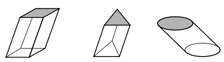
$$A \approx 251.2 m^2$$

L’aire de la surface est le total de l’aire de toutes les faces, c’est-à-dire 100,48 + 251,2 = 351,68 m^2.
Ceci nous conduit à l’élaboration de la formule $SA = 2\pi r^2 + 2\pi rh$.

Les prismes droits à base rectangulaire, les prismes droits à base triangulaire et les cylindres droits sont des objets dans lesquels les bases sont alignées directement l’une au-dessus de l’autre, comme dans la figure ci-dessous, et les bases sont congruentes.



Prismes droits et cylindres



Prismes obliques et cylindres

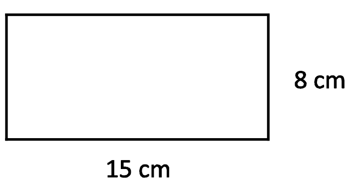
Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d’évaluation

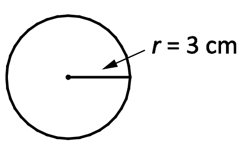
ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

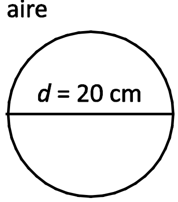
aire



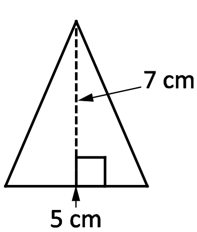
diamètre



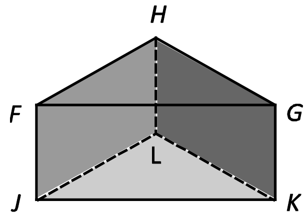
aire

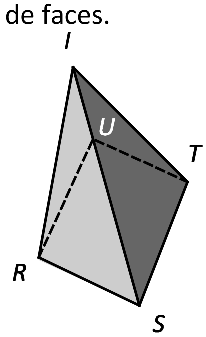


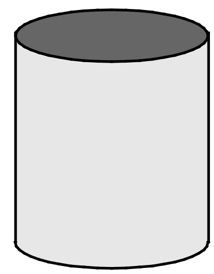
aire

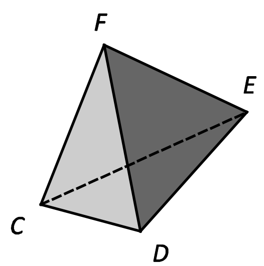


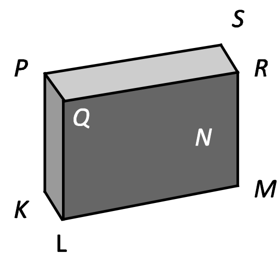
- Identifie chaque objet. Indique le nombre de faces.







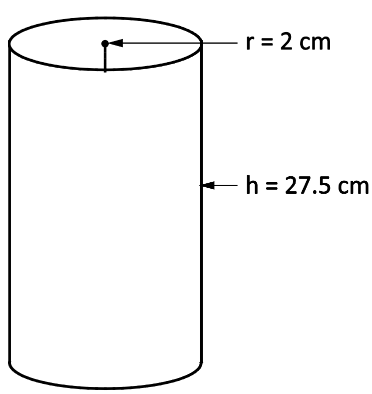




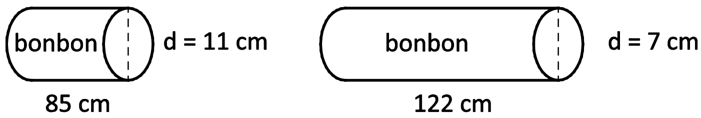
Tâches d'évaluation pour la classe / des groupes / individuelles

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

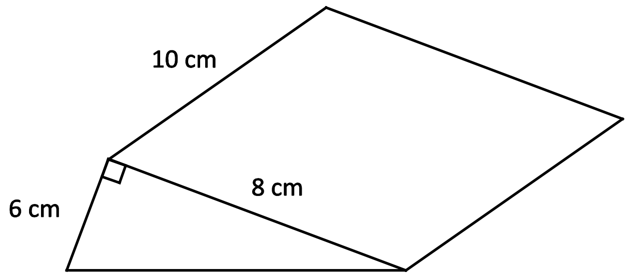
- En quoi le fait de dessiner le développement d'un prisme vous aide-t-il à calculer l'aire de sa surface?
- Dites aux élèves de calculer l'aire de la surface de la boite de conserve ci-dessous.



- Dites aux élèves que Jennifer et Jamie ont tous deux acheté un tube rempli de bonbons. Les deux tubes étaient vendus au même prix. Pour lequel des deux tubes a-t-il fallu plus de plastique pour la fabrication?



- Trouve l’aire de la surface de la tranche de fromage ci-dessous.



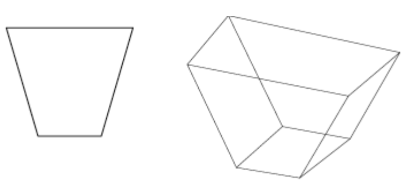
- Dites aux élèves de calculer l’aire de la surface d’une boite contenant une tablette (prisme à base rectangulaire) au dixième de centimètre carré près. L’emballage plastique couvrant la boite fait 21,2 cm de long, 14,1 cm de large et 3,3 cm d’épaisseur.
- Dites aux élèves de calculer l’aire de la surface du taille-crayon sur le pupitre de Kay. Il s’agit d’un cylindre droit dont le diamètre est de 3,1 cm et la longueur est de 5 cm.

Planification de l’enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

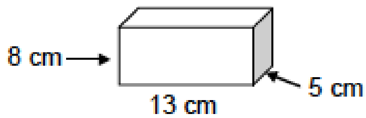
Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

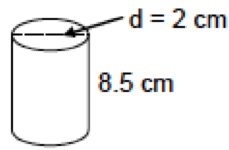
- Fournir des copies sur papier de développements pour les élèves qui ont de la difficulté à visualiser les parties d’un objet à 3D, pour qu’ils les découpent et les plient, ou utiliser des Polydrons.
- Permettre aux élèves d’utiliser des Polydrons pour construire des objets et de déplier les pièces des Polydrons pour trouver tous les développements possibles pour un objet à 3D donné.
- Utiliser des boites et contenants de diverses formes, qu’on découpera, pour calculer l’aire de la surface.
- Donner aux élèves l’occasion de placer un objet sur du papier quadrillé et de tracer les faces sur le papier.
- Donner aux élèves l’occasion de construire des prismes à base rectangulaire à partir de cubes emboitables et de déterminer le nombre de carrés nécessaires pour couvrir le prisme.
- Encourager les élèves à faire une estimation de l’aire de la surface avant de calculer la réponse exacte afin de vérifier la vraisemblance de leurs calculs.
- Discuter avec les élèves des raisons pour lesquelles l’aire de la surface est un aspect important pour les entreprises quand elles choisissent la forme et la taille de leurs emballages.
- Discuter des différences dans la notion d’« aire » pour ces deux objets.



TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Les propriétaires d'une usine de fabrication de craquelins essaient de choisir une boite pour leur nouvel variété de craquelin. Ils veulent une boite qui utilise aussi peu de carton que possible. Quelle boite devraient-ils choisir? Utilise du papier quadrillé et une calculette pour trouver la solution.





- Explique en quoi deux cylindres peuvent avoir la même hauteur, mais des aires de surface différentes.
- Détermine quels pentominos parmi les 12 peuvent se plier pour former une boite « ouverte ». Pourquoi l'aire de la surface est-elle la même pour toutes les boites?
- Explique les points communs et les différences entre le calcul de l'aire de la surface d'un cylindre et le calcul de l'aire de la surface d'un prisme. Choisis le développement d'un prisme droit à base rectangulaire dans une activité antérieure. Discute des questions suivantes avec la classe :
  - Combien de faces le prisme a-t-il?
  - De quelle forme sont les faces?
  - Est-ce qu'il y a des faces congruentes? Qu'est-ce qui te permet de le dire?
  - Quand le développement est plié, combien d'arêtes y a-t-il?
  - Combien de sommets y a-t-il?

  Répète l'exercice pour un prisme droit à base triangulaire et pour un cylindre droit.
- Marie a 1 m^2 de papier pour emballer un cadeau qui fait 28 cm de long, 24 cm de large et 12 cm de haut. Est-ce qu'elle a assez de papier?
- Une famille est en train de rénover sa maison et doit refaire le revêtement d'extérieur. La quincaillerie a du revêtement à vendre à 15,00 $ le mètre carré. Combien le revêtement coutera-t-il pour couvrir entièrement tous les murs extérieurs de la maison? Note : Les dimensions de la maison sont les suivantes : 18 m de long, 9 m de large et 4 m de haut.
- Utilisez les questions suivantes pour un problème plus difficile sur lequel vous pouvez travailler en classe et qu'il convient d'utiliser une fois que les élèves ont déjà une certaine expérience dans le travail sur ce résultat d'apprentissage. On a un contenant pour disques compacts cylindrique qui a une aire de surface de 225,0 cm^2. Chaque disque compact a une épaisseur de 0,1 cm et un diamètre de 11,0 cm. Combien de disques compacts peut-on mettre dans le contenant? Explique, à l'aide de formules, comment tu a résolu le problème.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- boites de diverses formes et tailles
- papier quadrillé
- cubes emboitables
- modèles en papier à plier
- Polydrons

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ aire ▪ aire de la surface ▪ arête ▪ base ▪ cube ▪ cylindre droit ▪ développement ▪ face ▪ figures à 2D ▪ objets à 3D ▪ polyèdre ▪ prisme droit à base rectangulaire ▪ prisme droit à base triangulaire ▪ prisme régulier ▪ sommet ▪ volume	▪ aire ▪ aire de la surface ▪ arête ▪ base ▪ cube ▪ cylindre droit ▪ développement ▪ face ▪ figures à 2D ▪ objets à 3D ▪ polyèdre ▪ prisme droit à base rectangulaire ▪ prisme droit à base triangulaire ▪ prisme régulier ▪ sommet ▪ volume

Ressources

Imprimé

Chenelière Mathématiques (Baron *et al.* 2008; n° NSSBB : 2001642)

- Module 4 – Les prismes et les cylindres
  - > Section 4.3 – L’aire de la surface d’un prisme droit à base rectangulaire
  - > Section 4.4 – L’aire de la surface d’un prisme droit à base triangulaire
  - > Section 4.7 – L’aire de la surface d’un cylindre droit
  - > Problème du module : Créer un diorama
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001643)
  - > fiches d’évaluation
  - > exercices supplémentaires
  - > tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n° NSSBB : 2001643)
  - > pages du manuel de l’élève pour projection
  - > matériel reproductible modifiable

Making Math Meaningful to Canadian Students, K–8 (Small, 2008), p. 403, 428.

RAS M04 On s’attend à ce que les élèves établissent et mettent en application des formules pour déterminer le volume de prismes droits à base rectangulaire, de prismes droits à base triangulaire et de cylindres droits. [C,L,RP,R,V]			
[C] Communication **[T]** Technologie	**[RP]** Résolution de problèmes **[V]** Visualisation	**[L]** Liens **[R]** Raisonnement	**[CM]** Calcul mental et estimations

Indicateurs de rendement

Utilisez l’ensemble d’indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d’apprentissage correspondant.

M04.01 Déterminer le volume d’un prisme droit donné, étant donné l’aire de la base.
M04.02 Énoncer une règle générale pour déterminer le volume de cylindres droits et l’appliquer.
M04.03 Expliquer la relation entre l’aire de la base d’un objet droit à trois dimensions donné et la formule pour calculer son volume.
M04.04 Démontrer que l’orientation d’un objet à trois dimensions donné n’affecte pas son volume.
M04.05 Appliquer une formule pour résoudre un problème donné faisant intervenir le volume d’un cylindre droit ou d’un prisme droit.

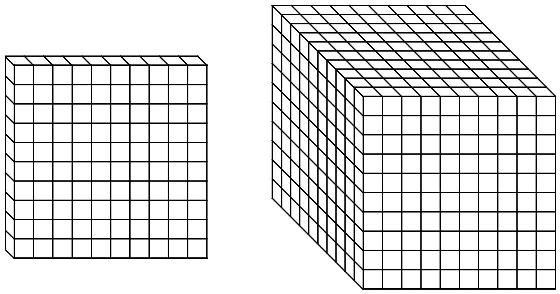
Portée et séquence

Mathématiques 7e année	Mathématiques 8e année	Mathématiques 9e année
M02 On s’attend à ce que les élèves mettent au point et mettent en application une formule pour déterminer l’aire de triangles, de parallélogrammes et de cercles.	**M04** On s’attend à ce que les élèves établissent et mettent en application des formules pour déterminer le volume de prismes droits à base rectangulaire, de prismes droits à base triangulaire et de cylindres droits.	–

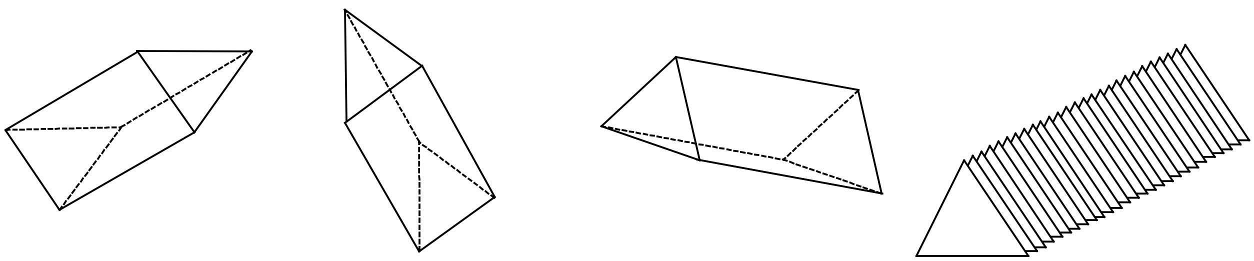
Contexte

Le **volume** d’un objet est une mesure décrivant la quantité d’espace en 3D que l’objet occupe. Les élèves ont exploré le volume des prismes à base rectangulaire en mathématiques de 5e et de 6e année et devraient se rappeler qu’il s’exprime en unités cubiques. Il faudrait faire des liens entre l’**aire** de la **base** d’un objet et le calcul de son volume. On peut considérer le volume d’un objet comme l’aire de sa base multipliée par sa hauteur ($\text{aire}_{\text{base}} \times h$). L’important pour déterminer la formule du volume pour un prisme droit quelconque ou d’un **cylindre droit** est de commencer par déterminer la forme de sa base. Il faudrait se concentrer sur l’élaboration des formules du volume selon une démarche qui a un sens pour les élèves, au lieu de se contenter de demander aux élèves de mémoriser les formules pour les différents objets à 3D.

Les blocs de base 10 peuvent être utiles pour travailler sur la relation entre le volume et l’aire de la base. Commencez par un élément plat et discutez avec la classe de la valeur d’un élément plat (aire de 100). Empilez un autre élément plat sur le premier et demandez aux élèves la valeur de cette combinaison. À mesure que vous empilez les éléments plats, comptez le nombre d’unités que vous avez assemblées et discutez du concept de volume. Continuez d’empiler les éléments plats jusqu’à ce que vous ayez un gros cube. Les élèves devraient faire le lien et voir que le volume d’un gros cube est égal à une pile de 10 éléments plats (10 x 100).



On peut appliquer cette approche aux prismes droits à base triangulaire. On peut donner un modèle avec les blocs-forme verts, en en utilisant un pour la base et en empilant les autres pour former un prisme à base triangulaire. La hauteur de chaque élément plat et la hauteur du bloc-forme est dans les deux cas de 1 cm.



La construction de modèles cubiques de prismes devrait conduire les élèves à se rendre compte que, au lieu de compter chaque cube pour calculer le volume, ils peuvent multiplier le nombre de cubes dans chaque couche (aire de la base) par le nombre de couches (hauteur).

Les élèves risquent d'avoir de la difficulté à comprendre le concept de conservation du volume. Il convient de placer les objets à 3D selon diverses orientations, pour que les élèves voient que le volume n'est pas affecté par l'orientation. Pour faire une bonne démonstration, on peut apporter une conserve de soupe et demander aux élèves de trouver le volume (indiqué sur l'étiquette). Mettez la conserve debout et demandez quel est son volume. Couchez la conserve sur le côté et demandez à la classe quel est son volume. Discutez des raisons pour lesquelles le volume est le même dans les deux cas. Les élèves devraient conclure que le volume ne change pas quand on change l'orientation du cylindre, parce que le rayon et la hauteur restent les mêmes. De même, quand on pose un prisme sur une face différente, les dimensions ne changent pas. Autrement dit, le volume, c'est-à-dire l'espace occupé par le prisme, ne change pas. Vous trouverez des exemples de questions à poser pour la discussion en classe ci-dessous. Vous pouvez utiliser des objets à manipuler en 3D pour faciliter la discussion.

- Quelle est la base de chaque forme à 3D?
- Comment déterminer le volume de chaque forme?
- Pourquoi les volumes seraient-ils identiques?

Il faudrait que les élèves fassent des liens entre le calcul du volume d'un prisme et le calcul du volume d'un cylindre. Voici un exemple de discussion d'introduction.

- Anne a une conserve de soupe et quelques cubes unitaires. Elle remplit la conserve de cubes unitaires et les compte.
  - Penses-tu que le nombre de cubes dans sa conserve est plus petit, plus grand ou égal au volume? Explique-toi.
- Anne décide ensuite de trouver le volume par une méthode différente. Elle trace le fond de la conserve sur du papier quadrillé en centimètres et compte le nombre de carrés dans le cercle.

- Quelle information cela lui donne-t-il? Quelles autres informations lui faut-il pour trouver le volume de la conserve?
- Avec les explorations d'Anne, peux-tu déterminer une règle pour trouver le volume d'un cylindre?

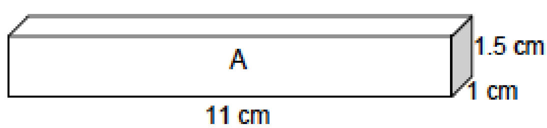
Une fois que les élèves ont déterminé que le calcul du volume fait intervenir la multiplication de l'aire de la base par la hauteur, ils devraient en conclure que, comme la base est un cercle, la formule est

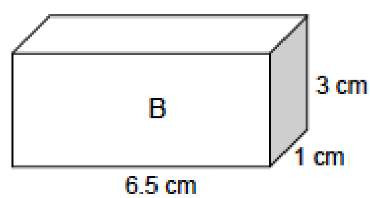
$V_{cylinder} = \pi r^2 h$.

Il peut s'avérer nécessaire de rappeler aux élèves la relation entre le volume et la capacité qu'ils ont apprise en mathématiques de 5e année (1 cm^3 = 1 mL). Ils peuvent utiliser cette information pour comparer le volume de conserves à la capacité indiquée par l'étiquette.

Il convient de faire des estimations et des calculs du volume dans diverses situations du monde réel. Par exemple, il peut être utile de déterminer combien de canettes ou de petits paquets entrent dans une boite plus grande ou de faire une estimation du volume d'un paquet quand on ne connait pas les dimensions exactes. On peut souvent traiter, pour des estimations grossières, les cylindres comme des prismes à base rectangulaire. On fait une estimation grossière du volume en multipliant longueur × largeur × hauteur, en traitant le diamètre de la base circulaire comme étant à la fois la longueur et la largeur. Toutes les dimensions peuvent être arrondies pour faciliter le calcul mental.

Certains élèves n'utiliseront qu'une dimension pour faire une estimation du volume, mais cela peut conduire à des conclusions inexactes. Par exemple, un élève dira que le prisme A a un volume plus élevé que le prisme B parce que le prisme A est plus long. Mais en réalité, c'est le prisme B qui a un volume plus élevé.





Une fois que les élèves ont mis au point des stratégies et des formules pour calculer le volume de prismes à base rectangulaire, de prismes à base triangulaire et de cylindres, ils devraient appliquer ce qu'ils ont appris à la résolution de divers problèmes faisant intervenir le volume. Il faudrait les encourager à dessiner des modèles pour mieux visualiser les formes décrites dans les problèmes.

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Demandez aux élèves de faire une estimation du volume de la salle de classe en mètres cubes et d'expliquer comment ils ont fait leur estimation.
- Fournissez aux élèves les dimensions d'un contenant qui est un prisme à base rectangulaire. Demandez aux élèves de trouver le périmètre et l'aire de chaque face. Les élèves devraient aussi

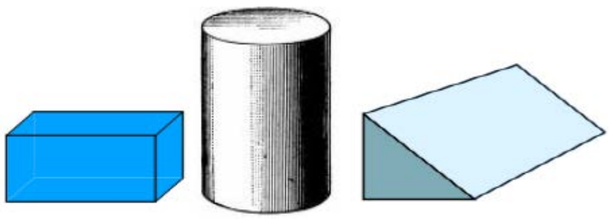
déterminer le volume du prisme. Demandez aux élèves de déterminer les dimensions possibles si l'objet devait avoir une contenance deux fois plus élevée.

- Explique, à l'aide de nombres, d'images ou de mots, pourquoi un prisme à base rectangulaire qui fait 5 cm × 3 cm, avec une hauteur de 4 cm, doit avoir un volume de 60 cm^3.

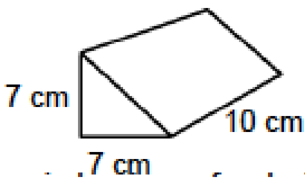
TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

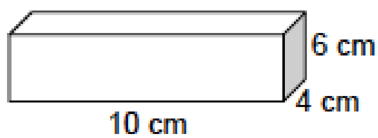
Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Quelle formule pourrais-tu mettre au point pour trouver le volume de chacun de ces objets à 3D?

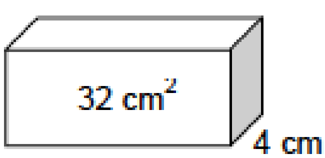


- Demandez aux élèves de concevoir plusieurs boites rectangulaires différentes pour un produit ménager. Chaque concept doit avoir un volume de 1200 cm^3. Dites aux élèves de choisir leur concept préféré et de justifier leur choix.
- Dites aux élèves que chaque morceau de fromage coute 5,00 $. Quelle est la meilleure affaire?





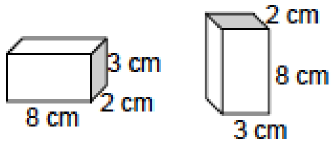
- Dites aux élèves que la classe organise une collecte de fonds en vendant du maïs soufflé et que les élèves vont fabriquer leurs propres contenants pour faire des économies.
  - Sachant que tu as des feuilles de carton qui font 27 cm sur 43 cm, est-ce que tu obtiendrais un plus grand volume si tu pliais les feuilles pour former des contenants cylindriques d'une hauteur de 27 cm ou d'une hauteur de 43 cm? (On ajoutera une base circulaire une fois qu'on aura utilisé la feuille de carton pour les côtés.)
  - Justifie ta décision à l'aide de calculs mathématiques.
- Demandez aux élèves quelle utilisation ils feraient des informations présentées pour déterminer le volume de la boite.



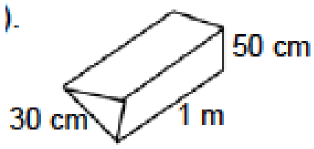
- Demandez aux élèves quel cylindre contiendrait plus d'eau et d'expliquer leur réponse.

  Cylindre A : hauteur 7,0 cm, diamètre 5,0 cm
  Cylindre B : hauteur 5,0 cm, diamètre 7,0 cm

- Demandez aux élèves ce qui leur permet de dire que le volume de ces deux prismes est le même



- Dites aux élèves de trouver le volume d'un cube dont l'aire de la surface est de 96 cm^2.
- Dites aux élèves de trouver le volume de ce prisme (la base étant un triangle rectangle) :



- Demandez aux élèves comment ils peuvent faire pour trouver le volume d'un objet droit à 3D quelconque.

SUIVI DE L'ÉVALUATION

Questions pour guider la réflexion

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Entamer des discussions sur le volume à l'aide de méthodes de mesure informelles, comme les cubes emboitables. Montrer le cube d'un centimètre et discutez-en. Expliquer que, tout comme on utilise des unités carrées pour mesurer l'aire et l'aire de la surface, on utilise des unités cubiques pour mesurer le volume.
- Dire aux élèves d'utiliser des cubes d'un centimètre (mesure standard) ou des cubes emboitables (mesure non standard) pour mieux visualiser le volume de solides.
- Apporter de petites boites de diverses formes et tailles et dire aux élèves d'utiliser des cubes d'un centimètre pour déterminer le volume de chaque boite.
- Fournir aux élèves des contextes pertinents pour déterminer le volume.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Crée des boites ouvertes sur le dessus à partir d'une feuille de papier quadrillé en centimètres, en découpant des carrés dans les quatre coins et en pliant les côtés. Expérimente pour déterminer les dimensions de la boite qui aura le plus grand volume à partir d'une feuille de papier quadrillé de la même taille. Les élèves devront choisir entre boite plate et large ou boite haute et étroite.

- Avec des cubes emboitables, construis des prismes à base rectangulaire dont les dimensions sont $3 \times 5 \times 2$ et $6 \times 5 \times 2$. Trouve le volume de chacun. Qu'est-ce qui t'aurait permis de prédire que le volume du deuxième est le double du volume du premier? Comment un prisme de $6 \times 5 \times 4$ se comparerait-il à un prisme de $3 \times 5 \times 2$?
- Un aquarium a les dimensions suivantes : longueur 80 cm, largeur 35 cm, hauteur 50 cm. Tu dois remplir l'aquarium jusqu'à 4 cm du haut. Combien d'eau vas-tu mettre dans l'aquarium?
- Apporte des boites ou des conserves de diverses formes. Détermine ce que tu peux faire pour estimer et trouver le volume de ces contenants. Quelle serait ta formule?
- Un prisme à base triangulaire à un volume de 128 cm^3. Sa hauteur est de 8 cm. Quelle est l'aire de sa base?
- Fais des prédictions et explore la question de savoir si le volume d'un cylindre créé en roulant une feuille de papier sur sa longueur et sur sa largeur sera le même ou sera différent. Si les volumes sont différents, quelle est la forme qui aura le volume le plus élevé? Discute des raisons pour lesquelles c'est là un fait important à connaitre pour les entreprises.
- Un tube de pâte pour petits gâteaux a un volume de 758 cm^3 et un diamètre de 10 cm. Chaque petit gâteau aura une épaisseur de 1 cm. Combien de gâteaux Nicole peut-elle produire? Explore ce problème avec un partenaire.
- Dites aux élèves de se mettre par groupes de 3 ou 4 et de construire autant de prismes à base rectangulaire qu'ils le peuvent, en se servant des cubes emboitables fournis. Les élèves noteront l'aire de la surface et le volume pour chacun des prismes à base rectangulaire qu'ils auront construits. Qu'arrive-t-il à l'aire de la surface quand le prisme devient plus haut au lieu de ressembler davantage à un cube?
- Calcule le volume d'un cylindre dont le rayon fait 14 cm et la hauteur 12 cm.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- cubes d'un centimètre
- papier quadrillé
- cubes emboitables
- Polydrons
- boites ou canettes de diverses formes

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	**Élève**
▪ aire ▪ aire de la surface ▪ arête ▪ base ▪ cube ▪ cylindre droit ▪ développement ▪ face ▪ figures à 2D ▪ objets à 3D ▪ polyèdre	▪ aire ▪ aire de la surface ▪ arête ▪ base ▪ cube ▪ cylindre droit ▪ développement ▪ face ▪ figures à 2D ▪ objets à 3D ▪ polyèdre

▪ prisme droit à base rectangulaire ▪ prisme droit à base triangulaire ▪ prisme régulier ▪ sommet ▪ volume	▪ prisme droit à base rectangulaire ▪ prisme droit à base triangulaire ▪ prisme régulier ▪ sommet ▪ volume

Ressources

Imprimé

Chenelière Mathématiques (Baron *et al.* 2008; n° NSSBB : 2001642)

- Module 4 – Les prismes et les cylindres
  - Section 4.5 – Le volume d'un prisme droit à base rectangulaire
  - Jeu : La boite la plus grande
  - Section 4.6 – Le volume d'un prisme droit à base triangulaire
  - Section 4.8 – Le volume d'un cylindre droit
  - Problème du module : Créer un diorama
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001643)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n° NSSBB : 2001643)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006), p. 257–259.

La géométrie (G)

RAG : On s'attend à ce que les élèves décrivent les propriétés d'objets à trois dimensions et de figures à deux dimensions et analysent les relations qui existent entre elles.

RAG : On s'attend à ce que les élèves décrivent et analysent la position et le mouvement d'objets et de figures.

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage est quelque chose peut et devrait se faire au quotidien dans le cadre de l'enseignement. L'évaluation de l'apprentissage est également quelque chose qui devrait se produire fréquemment. Il convient d'utiliser tout un éventail d'approches et de contextes pour évaluer l'ensemble des élèves : collectivement en tant que classe, en groupes et individuellement.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles sont les méthodes et activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Que devrai-je faire pour assurer la concordance entre mes stratégies d'évaluation et mes stratégies d'enseignement?

Suivi de l'évaluation

Il convient de définir l'enseignement en fonction des données rassemblées sur l'apprentissage à partir de la participation et des travaux des élèves.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?
- Donnez des exemples d'observations qu'on peut faire en temps voulu à l'intention des élèves.

Planification de l'enseignement

Pour avoir un bon programme de mathématiques, il est nécessaire de planifier l'enseignement afin qu'il se déroule de façon cohérente.

Planification à long terme

- Plan annuel disponible sur *Mathematics Learning Commons: Grades 7–9* à l'adresse : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Est-ce que la leçon concorde avec mon plan pour l'année ou le module?
- Comment incorporer les processus indiqués pour ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et expériences d'apprentissage devrais-je proposer pour favoriser la réalisation des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources didactiques devrais-je utiliser?
- Comment devrais-je m'y prendre pour répondre aux besoins des élèves dans toute leur diversité?

RAS G01 On s'attend à ce que les élèves dessinent et interprètent des vues de dessus, de devant et de côté d'objets à trois dimensions composés de prismes droits à base rectangulaire. [C, L, R, T, V]
[C] Communication **[RP]** Résolution de problèmes **[L]** Liens **[CM]** Calcul mental et estimations **[T]** Technologie **[V]** Visualisation **[R]** Raisonnement

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

G01.01 Dessiner et annoter sur du papier isométrique les vues de dessus, de face et de côté d'un objet à trois dimensions donné.
G01.02 Comparer les différentes vues d'un objet à trois dimensions donné à l'objet lui-même.
G01.03 Prédire les vues de dessus, de face et de côté à l'issue d'une rotation telle qu'elle est décrite (qui se limite à des multiples de 90 degrés) et vérifier les prédictions.
G01.04 Dessiner et annoter les vues de dessus, de face et de côté à l'issue d'une rotation donnée (qui se limite à des multiples de 90 degrés) d'un objet à trois dimensions.
G01.05 Construire un objet à trois dimensions à partir des vues de dessus, de face et de côté, avec ou sans l'aide de la technologie.
G01.06 Dessiner et annoter les vues de dessus, de face et de côté d'un objet à trois dimensions observé dans l'environnement, avec ou sans l'aide de la technologie.

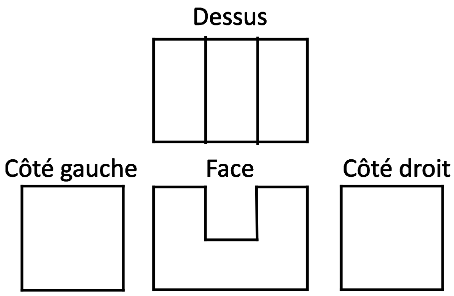
Portée et séquence

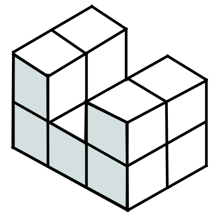
Mathématiques 7e année	Mathématiques 8e année	Mathématiques 9e année
G03 On s'attend à ce que les élèves effectuent et décrivent des transformations (translations, rotations, réflexions) d'une figure à deux dimensions dans les quatre quadrants d'un plan cartésien (en se limitant à des sommets dont les coordonnées sont des nombres entiers).	**G01** On s'attend à ce que les élèves dessinent et interprètent des vues de dessus, de devant et de côté d'objets à trois dimensions composés de prismes droits à base rectangulaire.	**G03** On s'attend à ce que les élèves dessinent et interprètent des diagrammes à l'échelle de formes à 2D. **G04** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la symétrie linéaire et la symétrie de rotation.

Contexte

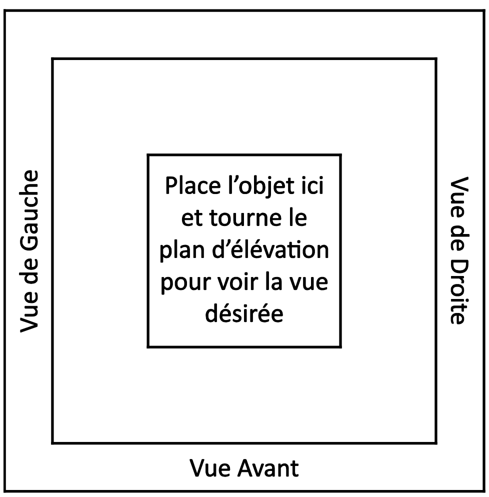
L'observation de figures à 3D dans diverses positions et la représentation de ces figures à 3D dans le cadre de dessins à 2D aident les élèves à développer leurs aptitudes en visualisation et en raisonnement spatial. Il est important que les élèves soient capables de faire des interprétations à partir de représentations du monde à 2D et aussi de représenter des informations du monde réel en 2D.

Les élèves devraient être capables d'interpréter une série de vues à 2D d'un objet à 3D et d'utiliser des cubes emboitables pour construire un objet correspondant aux vues. Les **vues orthogonales** sont des dessins à 2D utilisés pour représenter ou décrire un objet à 3D. Elles montrent généralement des vues de l'objet *du côté gauche, de face, du côté droit* et *du dessus*. Lorsqu'on dessine de telles vues, on ne dessine les segments de droite internes que lorsque la profondeur ou l'épaisseur de l'objet change. Ces dessins sont souvent faits sur du papier à points.



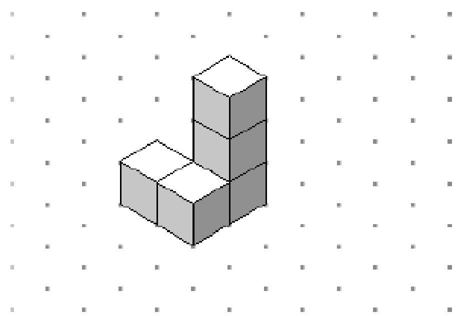


Il est essentiel pour les élèves d’utiliser des cubes emboitables lors de l’exploration de ces concepts. Il faut que les élèves aient l’occasion de construire les modèles à 3D représentés par les **vues orthogonales** et de dessiner les vues orthogonales (du dessus, de face et des côtés) d’objets à 3D. Il faut que les élèves soient capables de regarder les modèles sous des angles différents. Il est utile d’avoir recours à un tapis plan, comme celui représenté ci-dessous, lors du travail sur les modèles physiques. Les élèves construisent leur modèle et le placent sur le tapis. Pour se représenter chaque vue, les élèves peuvent faire tourner le tapis pour examiner l’objet selon différentes perspectives. Il est également utile pour les élèves d’examiner l’objet en mettant leurs yeux à son niveau. Ils pourront alors dessiner les différentes vues sur du papier à points à mesure qu’ils les voient.



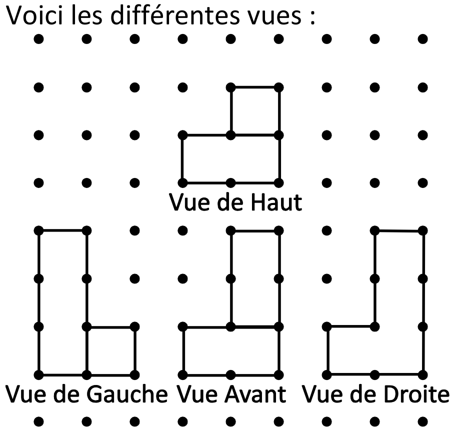
L’enseignant devrait discuter de la relation entre chacune des vues et l’objet réel. Selon les dessins de vue orthogonale, il pourra être possible de créer plus d’un objet conforme aux vues. Les élèves peuvent explorer le nombre maximum et le nombre minimum de cubes qu’on peut utiliser pour construire le modèle correspondant à un dessin donné.

Une fois que les élèves arrivent à reconnaitre et à faire un croquis de ces vues à partir du modèle physique, passez à une images à 3D dessinée sur du **papier isométrique**. Il est utile d’avoir des niveaux de gris pour les différentes faces des objets dans ces dessins afin de bien faire ressortir l’aspect tridimensionnel. Voici un exemple de dessin sur du papier isométrique :



Note : Ce dessin a été créé par les représentants du site Web http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=125

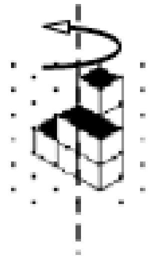
Voici les différentes vues :



L'enseignant devrait discuter avec les élèves de la relation entre chacune des vues et l'objet réel. Lors du dessin des vues, on ne dessine de segment de droite interne que lorsque l'épaisseur ou la profondeur de l'objet change.

Il faudrait que les élèves prennent conscience du fait que, lorsqu'on ne leur donne qu'une vue d'un dessin isométrique, les cubes ne sont pas toujours tous visibles, parce que certains sont cachés. Il faudrait donner aux élèves l'occasion de créer des structures à partir d'un dessin isométrique donné. En règle générale, les élèves ne créeront pas tous la même structure et cela devrait les conduire à voir qu'un seul et même dessin peut représenter plus d'un objet à 3D.

La visualisation du mouvement des objets à 3D est une compétence importante. Elle est très utile, non seulement dans les métiers du secteur artistique, du design, de l'architecture et du génie, mais également quand on organise ou déplace du mobilier et quand on emballe des choses. Le but de ce résultat d'apprentissage est de proposer aux élèves des activités de visualisation et d'enregistrement du mouvement d'objets à 3D. Pour les **rotations**, il convient de se concentrer sur celles qui se font autour de l'**axe vertical** (c'est-à-dire les rotations horizontales de l'objet) et de se limiter à des multiples de 90°. Il faudrait que les élèves fassent un croquis de la vue qu'ils pensent qu'on obtiendra après la rotation. Après la rotation de la structure, les élèves sont censés créer les nouveaux dessins des vues orthogonales et comparer les différentes vues. On peut également créer des dessins isométriques des vues. Il faudrait que les élèves soient capables d'appliquer ces compétences au dessin de vues d'objets à 3D dans leur environnement.



Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

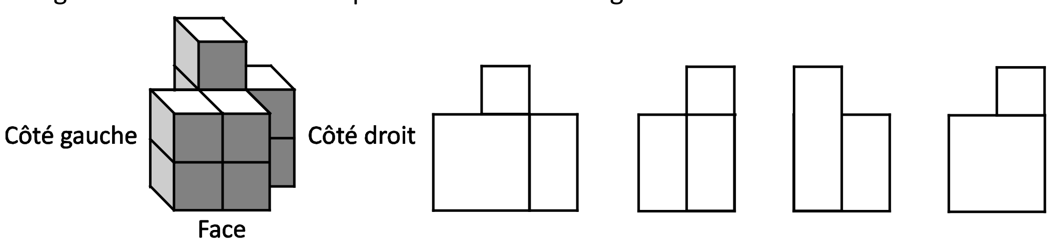
On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Avec du papier à points, dites aux élèves de dessiner des pentaminos et de leur faire subir des rotations autour d'un point donné de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre et de 90° dans le sens inverse.

TÂCHES D'ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

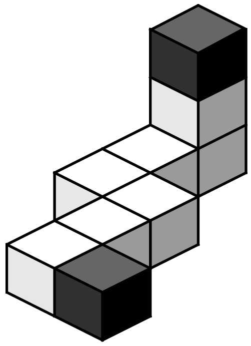
Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Fournissez aux élèves cette image d'un objet à 3D dessiné tel qu'il est vu depuis son coin avant gauche. Demandez-leur quelle est la vue orthogonale correcte du côté droit.

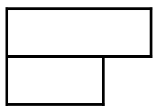


  - Construis l'objet à 3D qui correspond à l'ensemble des quatre vues.
  - Dessiner et annote l'objet sur du papier à points isométrique ou à l'ordinateur.

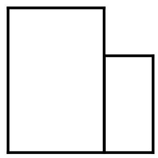
- Construis la structure ci-dessous avec des cubes emboitables. Dessine la vue du dessus, de face, du côté gauche et du côté droit de la structure (vues orthogonales). Si tu enlèves les cubes noirs, quelles sont les vues qui seront différentes? En quoi seront-elles différentes?



- Avec des cubes emboitables et les vues orthogonales ci-dessous :

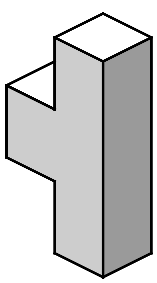


Dessus



Face

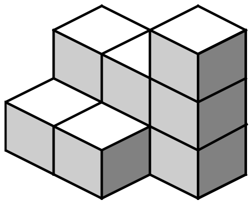
  - Dessine et annote un dessin isométrique représentant la structure sur du papier à points isométrique.
  - Quel est le nombre maximum de cubes utilisé pour une structure conforme aux vues ci-dessus?
  - Quel est le nombre minimum de cubes utilisé pour une structure conforme aux vues ci-dessus?
  - Qu’est-ce que toutes ces structures ont en commun?
- Pars d’un objet à 3D comme l’objet montré ci-dessous et fais-lui subir des rotations de 90° **dans le sens des aiguilles d’une montre** et **dans le sens inverse des aiguilles d’une montre** pour déterminer combien de dessins distincts on peut créer. Prédis le nombre de dessins différents qu’on peut faire avant d’entamer cette tâche.



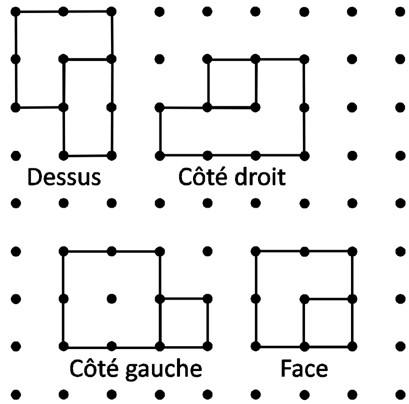
- Choisis un objet qui t’intéresse (par exemple, un édifice) et dessine plusieurs vues de l’objet.

- Trouve les vues correspondant aux différents objets proposés :

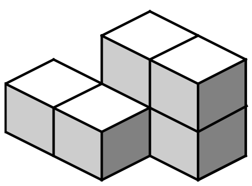
a)



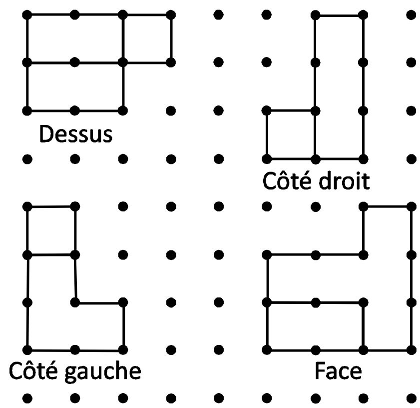
i)



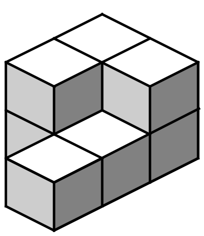
b)



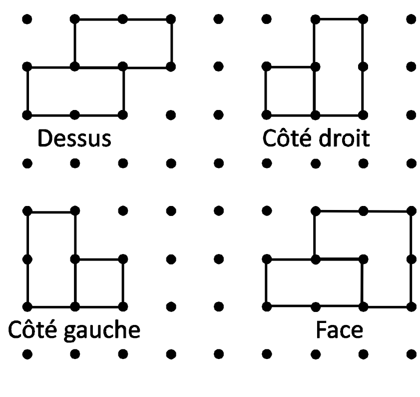
ii)



c)



iii)



Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Utiliser des cubes emboitables en guise de blocs de base pour construire des objets à 3D.
- Commencer par montrer aux élèves comment dessiner un simple cube. Montrer aux élèves comment dessiner un simple cube. Commencer en dessinant un Y, comme dans la figure 1. Compléter le cube en dessinant les arêtes visibles dans une vue depuis un des coins, comme dans la

figure 2. Ne pas inclure les arêtes qu'on ne voit pas, sinon on risque de confondre l'objet avec un hexagone dans lequel on a dessin toutes les diagonales.

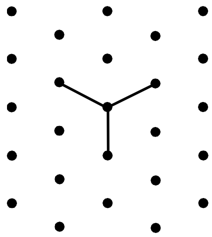


figure 1

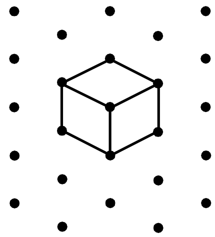


figure 2

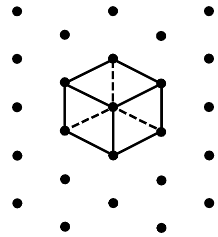
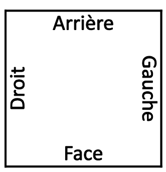


figure 3

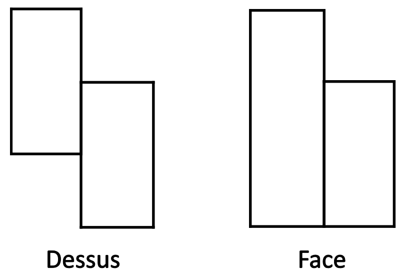
- Utiliser des tapis pour aider les élèves avec les dessins à 2D et les objets à 3D. On peut utiliser en guise de tapis une simple feuille de papier avec les directions indiquées sur la feuille. C'est tout particulièrement utile pour dessiner les vues orthogonales sur du papier à points et pour faire des rotations de l'objet. Utiliser des modèles que les élèves peuvent construire à partir de cubes emboitables et demander aux élèves de placer les modèles sur le tapis. Pour chaque vue, les élèves peuvent faire tourner le tapis ou regarder l'objet selon une perspective différente.



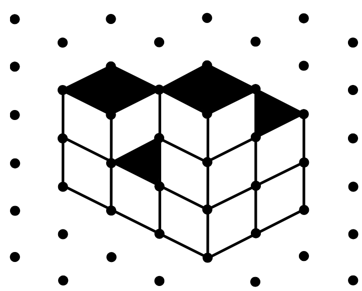
- Dire aux élèves de comparer des structures de façon à ce qu'ils apprennent que, parfois, il existe plus d'une structure correspondant aux informations d'une série de plans. Dire aux élèves d'explorer des questions comme les suivantes : « Quel est le nombre minimum de cubes qu'on peut utiliser pour réaliser les plans fournis? Quel est le nombre maximum? Combien d'objets différents peut-on construire pour réaliser les plans? »
- Utiliser des sites interactifs, comme le site « Illuminations » du NCTM, pour explorer les dessins isométriques. (http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4182).
- Lors de la discussion sur les vues pour les objets ayant subi des rotations, explorer des questions comme les suivantes, à la fois à l'aide de modèles physiques des objets et à l'aide de dessins des vues réalisés par les élèves :
  - Qu'arrive-t-il à l'objet / aux vues quand l'objet subit une rotation de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre ou dans le sens inverse?
  - Qu'arrive-t-il à l'objet / aux vues quand l'objet subit une rotation de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre ou de 270° dans le sens inverse?
  - Qu'arrive-t-il à l'objet / aux vues quand l'objet subit une rotation de 180° dans le sens des aiguilles d'une montre ou dans le sens inverse?

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Utilise les plans orthogonaux ci-dessous pour :
  - trouver autant d'objets différents que possibles conformes aux plans et en faire des dessins isométriques;
  - trouver le nombre maximum de cubes nécessaire pour construire la structure;
  - trouver le nombre minimum de cubes nécessaire pour construire la structure.
  -

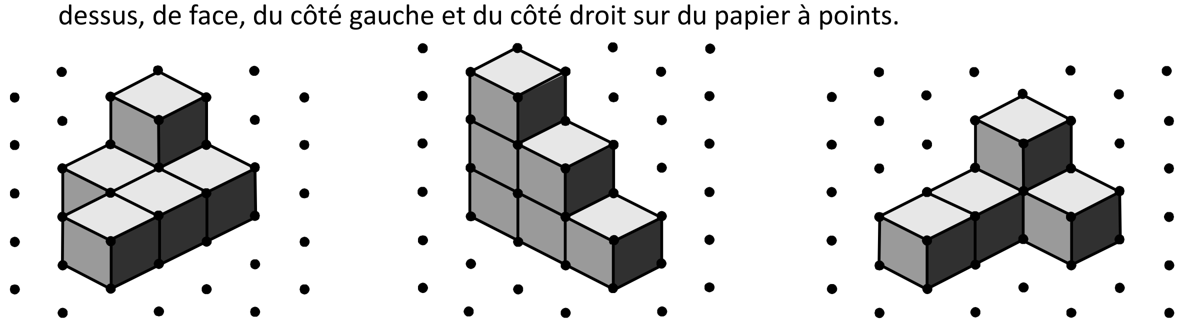


- Réponds aux questions suivantes sur ce dessin isométrique.



  - Combien de formes différentes sont possibles?
  - Quel est le nombre minimum de cubes nécessaire pour construire la structure?
  - Quel est le nombre maximum de cubes nécessaire pour construire la structure?

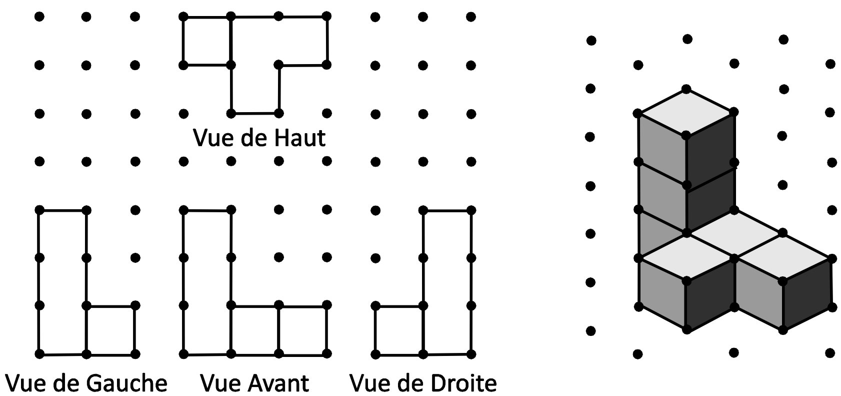
- Explore le nombre d'objets à 3D différents qu'on peut construire avec seulement 2 cubes emboitables; 3 cubes emboitables; 4 cubes emboitables; etc.
- Crée une petite structure à 3D avec des cubes emboitables. Avec l'avant de l'objet qui te fait face, fais une rotation de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre autour de l'**axe vertical** et dessine la nouvelle vue de l'objet. Fais maintenant une rotation de 90° supplémentaires dans le sens des aiguilles d'une montre et dessine à nouveau l'objet. Fais une troisième rotation de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre et produits un troisième croquis. Compare tous les croquis. *(On peut prolonger cette activité pour explorer les rotations de 90° autour de l'axe horizontal.)*
- Construis une forme à l'aide d'un nombre spécifié de cubes emboitables.
- Échange ton modèle et tes vues avec celles d'un camarade et vérifiez chacun le travail de l'autre.
- *Option pour la classe entière* : Afficher les vues préparées par un élève donné et les comparer à tous les modèles construits. Les élèves déterminent le modèle qui est illustré par les vues.
- Fournissez aux élèves les dessins isométriques ci-dessus. Demandez-leur de dessiner les vues du dessus, de face, du côté gauche et du côté droit sur du papier à points.



- Répétez l'exercice ci-dessus pour une rotation de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.
- Un camarade de classe insiste sur le fait qu'il te faut les quatre vues d'un objet pour pouvoir en créer un modèle physique. Est-ce vrai? Explique pourquoi ou pourquoi pas.

- Fais des recherches sur des édifices fabriqués à partir de prismes à base rectangulaire. Choisis un objet qui t'intéresse et dessine les différentes vues de cet objet pour les afficher. Exemples : « Habitat 67 » À Montréal (Québec); « Turning Torso » à Malmö (Suède); « The Cube » à Birmingham (R.-U.).

Donnez aux élèves les vues d'un objet à 3D, comme celles ci-dessous, et demandez-leur d'utiliser des cubes emboitables, le logiciel The Geometer's Sketchpad (Key Curriculum Press, 2015) ou le site Web « Illuminations » du NCTM (http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4182) pour créer l'objet proprement dit.



Suggestions de modèles et d'articles à manipuler

- papier à points isométrique
- cubes emboitables
- tapis annoté pour l'orientation
- papier à points carré

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ axe vertical ▪ dessin isométrique ▪ forme à 2D ▪ objet à 3D ▪ plan orthogonal ▪ rotation ▪ sens des aiguilles d'une montre ▪ sens inverse des aiguilles d'une montre ▪ vue (du dessus, de face, du côté droit, du côté gauche)	▪ axe vertical ▪ dessin isométrique ▪ forme à 2D ▪ objet à 3D ▪ plan orthogonal ▪ rotation ▪ sens des aiguilles d'une montre ▪ sens inverse des aiguilles d'une montre ▪ vue (du dessus, de face, du côté droit, du côté gauche)

Ressources/Notes

Imprimé

Chenelière Mathématiques (Baron *et al.* 2008; n° NSSBB : 2001642)

- Module 8 – La géométrie
  - Section 8.1 – Tracer des vues d'objet
  - Technologie : Tracer des vues d'objets à l'ordinateur
  - Section 8.2 – Tracer les vues d'un objet obtenues après une rotation
  - Section 8.3 – Construire des objets à partir de leurs vues
  - Technologie : Construire des objets à l'ordinateur à partir de leurs vues
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001643)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n° NSSBB : 2001643)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Making Math Meaningful to Canadian Students K–8, 2e édition (Small, 2013), p. 362–363.
Teaching Student-Centered Mathematics, Grades K–3, vol. 1 (Van de Walle et Lovin, 2006), p. 224–225.

Internet

- The Geometer's Sketchpad (Key Curriculum, 2013; n° NSSBB : 50474, 50475, 51453)
- « BCLN - Math 08 - Drawing 3D Objects », *YouTube* (YouTube, 2014): www.youtube.com/watch?feature=player_embedded&v=nwGLLxJqt-Y
- « Isometric Dot Paper (1 cm) », *Learning Ressources and Technologie* (Ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance de la Nouvelle-Écosse, 2015) : http://lrt.ednet.ns.ca/PD/BLM/pdf_files/dot_paper/iso_dot_1cm.pdf
- « Square Dot Paper (1 cm) », *Learning Ressources and Technologie* (Ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance de la Nouvelle-Écosse, 2015) : http://lrt.ednet.ns.ca/PD/BLM/pdf_files/dot_paper/sq_dot_1cm.pdf
- « Isometric Drawing Tool », *Illuminations: Resources for Teaching Math* (National Council of Teachers of Mathematics, 2015) : http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4182

RAS G02 On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la congruence de polygones subissant une transformation. [L, R, V]
[C] Communication **[RP]** Résolution de problèmes **[L]** Liens **[CM]** Calcul mental et estimations **[T]** Technologie **[V]** Visualisation **[R]** Raisonnement

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

G02.01 Déterminer les coordonnées des sommets d'une image après une combinaison donnée de transformations de la figure de départ.

G02.02 Dessiner la figure de départ et déterminer les coordonnées de ses sommets à partir des coordonnées des sommets de l'image et d'une description de la transformation (translation, rotation, réflexion).

Portée et séquence

Mathématiques 7e année	Mathématiques 8e année	Mathématiques 9e année
G03 On s'attend à ce que les élèves effectuent et décrivent des transformations (translations, rotations, réflexions) d'une figure à deux dimensions dans les quatre quadrants d'un plan cartésien (en se limitant à des sommets dont les coordonnées sont des nombres entiers).	**G02** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la congruence de polygones subissant une transformation.	**G04** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent la symétrie linéaire et la symétrie de rotation.

Contexte

Grâce à leur travail en géométrie en mathématiques de 5e, 6e et 7e année, les élèves savent classer les figures selon leurs propriétés et connaissent la symétrie des figures et la transformation des figures. Les élèves ont étudié les translations, les réflexions et les rotations, ainsi que les transformations composées, et ils savent que la figure de départ et l'image obtenue par transformation sont **congruentes**. En mathématiques de 8e année, on se concentre sur la compréhension de la congruence de polygones et sur la description et l'analyse de la position et du mouvement des figures. Les figures peuvent être déplacées sur un plan. Ces mouvements peuvent être décrits comme étant des **translations**, des **réflexions** et des **rotations**.

Deux polygones sont congruents s'ils respectent les critères suivants :

- même nombre de côtés
- côtés correspondants ayant la même longueur
- angles correspondants ayant la même mesure

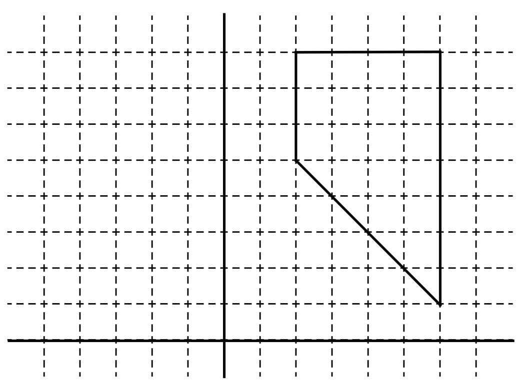
On parle de côtés **correspondants** pour décrire des côtés ayant la même position relative dans deux polygones. On parle d'angles correspondants pour décrire des angles ayant la même position relative dans deux polygones.

Le symbole utilisé pour indiquer la congruence est ≅; autrement dit, l'affirmation « le quadrilatère ABCD est congruent au quadrilatère ***A'B'C'D'*** » s'écrit « $ABCD \cong A'B'C'D'$ ». Lorsqu'on compare deux polygones, on commence par les sommets correspondants, on nomme les sommets dans l'ordre et on va dans la même direction pour nommer et comparer les parties correspondantes. A' se lit « A **prime** » et est le sommet correspondant au sommet A; B' se lit « B prime » et est le sommet correspondant au sommet B; C' se lit « C prime » et est le sommet correspondant au sommet C; et D' se lit « D prime » et est le sommet correspondant au sommet D. Si l'on fait d'autres transformations par la suite, elles s'écrivent avec **double prime** (*A''*), **triple prime** (*A'''*), etc. On peut utiliser les systèmes de coordonnées pour décrire l'emplacement exact de la figure dans un plan. La vue de la figure dans un plan de coordonnées est également utile pour comprendre les propriétés de la transformation (changement de position) des figures.

Il faudrait encourager les élèves à utiliser des conventions appropriées lorsqu'ils annotent les axes, les sommets, les coordonnées, etc. Dans les dessins, l'exactitude est importante. Il faudrait que les élèves dessinent des polygones sur le plan de coordonnées, annotent les sommets et effectuent des transformations des polygones, puis annotent les sommets de l'image et fassent des comparaisons.

Exemple :

- Donnez aux élèves un quadrilatère ABCD sur une grille et demandez-leur de noter les coordonnées des quatre sommets.



  - Dites-leur de faire une translation du sommet A de 5 vers la droite et de 3 vers le haut et d'appeler l'image le point A' (lire « A prime »), puis de noter ses coordonnées.
  - Demandez aux élèves de noter les coordonnées des sommets correspondants :

    (___ , ___) (coordonnées de B')
    (___ , ___) (coordonnées de C')
    (___ , ___) (coordonnées de D')

  - Demandez-leur d'expliquer en mots ce qu'ils pourraient faire pour déterminer les coordonnées de B' et de C' sans regarder le graphique. Demandez aux élèves ce qui arrive aux angles quand on applique une transformation et ce qui arrive aux côtés quand on applique une transformation. Demandez-leur s'ils pensent que c'est toujours vrai. Il faudrait que les élèves découvrent que la congruence est préservée dans certaines transformations. Pour faire l'inverse, donnez aux élèves les coordonnées d'un autre polygone. Demandez-leur les coordonnées de la figure de départ sachant que le polygone a été obtenu en appliquant une translation de 4 vers la gauche et de 2 vers le haut. Dites-leur de dessiner la figure de départ.

– Continuez de dire aux élèves d'examiner l'utilisation des coordonnées pour examiner les transformations, en leur faisant dessiner et annoter un pentagone concave, dont les coordonnées sont A(2, 2), B(3, 5), C(5, 6), D(6, 4), D(4, 5). Dites-leur de faire une réflexion par rapport à l'axe des ordonnées et d'annoter les sommets *A'B'C'D'E'*. Dites-leur d'appliquer à cette image *A'B'C'D'E'* une réflexion par rapport à l'axe des abscisses et d'annoter les sommets *A''B''C''D''E''*. Dites aux élèves de faire une réflexion de *A''B''C''D''E''* par rapport à l'axe des ordonnées et d'annoter les sommets de l'image *A''B''C''D''E''*. Discutez du lien entre ABCDE et *A'B'C'D'E'* et des autres transformations qui sont possibles pour aller de la figure de départ à l'un quelconque des pentagones dans les autres quadrants. Dites aux élèves d'examiner les coordonnées de chaque transformation et de faire des comparaisons.

Il convient de se livrer à des activités comparables pour permettre aux élèves de découvrir ce qui se passe pour les autres transformations (rotations et réflexions). Il convient également d'explorer de la même manière des combinaisons de transformations.

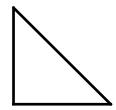
On a travaillé sur les propriétés des transformations de façon informelle au cours des niveaux scolaires précédents. Il faudrait maintenant que les élèves examinent la congruence de la figure de départ et de l'image. Lors de la discussion sur les transformations, il faudrait que les élèves se demandent si l'image :

- a des côtés et des mesures des angles qui sont les mêmes que dans la figure de départ;
- est à la fois semblable et congruente à la figure de départ;
- a la même orientation que la figure de départ;
- semble être rester immobile par rapport à la figure de départ.

Voici des aspects à examiner spécifiquement pour chacun des types de transformations :

- **Translations :** Chaque point de la figure de départ parcourt la même distance dans la même direction pour produire l'image. L'orientation de la figure de départ et de l'image est la même; seul l'emplacement sur le plan change. Montrez des translations sur une grille de coordonnées en dessinant la figure de départ sur du papier quadrillé de la même taille, en la découpant et en la faisant glisser sur la grille. On peut aussi compter le nombre de déplacements horizontaux et verticaux pour chaque sommet. On indique la direction de la translation à l'aide d'une flèche. On décrit aussi couramment les translations en utilisant une notation avec coordonnées entre crochets (p. ex. : 3 vers la gauche, 2 vers le haut s'écrit « [–3, 2] »).
- **Réflexions** : Les points de la figure et les points correspondants de l'image sont à distance égale de l'axe de réflexion. L'axe de réflexion peut se situer à l'intérieur ou à l'extérieur de la figure. La réflexion de la figure de départ par rapport à l'axe crée un reflet de la figure à un nouvel endroit et avec une orientation différente. Montrez des réflexions en retournant une copie de la figure de départ par rapport à l'axe de réflexion, avec un Mira le long de l'axe de réflexion ou ou en mesurant la distance perpendiculairement pour chaque sommet par rapport à l'axe. L'axe de réflexion est indiqué en marquant la ligne du miroir dans la grille.
- **Rotations** : Les points de la figure de départ subissent une rotation du même nombre de degrés ou de la même fraction d'un tour dans le sens des aiguilles d'une montre ou dans le sens inverse des aiguilles d'une montre autour d'un point appelé le centre de la rotation. Le centre peut être n'importe quel point sur, à l'intérieur ou à l'extérieur de la figure. L'orientation de l'image ne change pas. Le changement d'emplacement de l'image varie beaucoup, selon l'emplacement du centre de la rotation et la direction et l'angle de la rotation. Montrez des rotations en faisant physiquement tourner l'image de départ du nombre de degrés indiqué autour du centre ou en traçant la figure de départ et le centre de la rotation sur du papier calque et en fixant le centre de rotation et en faisant physiquement tourner le papier calque. Le fait de faire tourner le côté de la figure de départ au lieu

d'un seul point pourra permettre d'éviter de glisser pendant la rotation. On peut aussi utiliser un rapporteur pour mesurer l'angle et un compas pour copier la longueur du segment. Indiquez les rotations à l'aide d'une flèche courbe qui indique le sens de la rotation et en indiquant le nombre de degrés ou la fraction d'un tour pour la rotation. On décrit souvent les rotations en indiquant l'angle et le sens.



Évaluation, enseignement et apprentissage

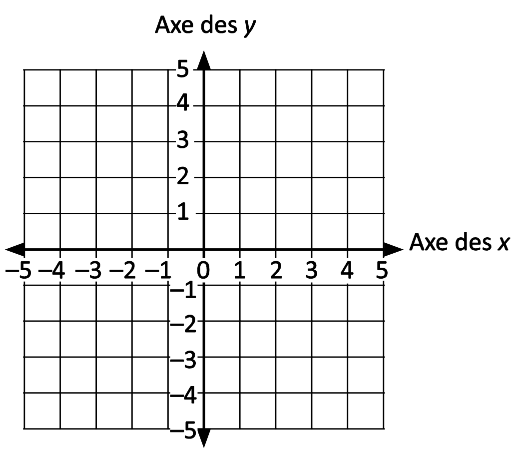
Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

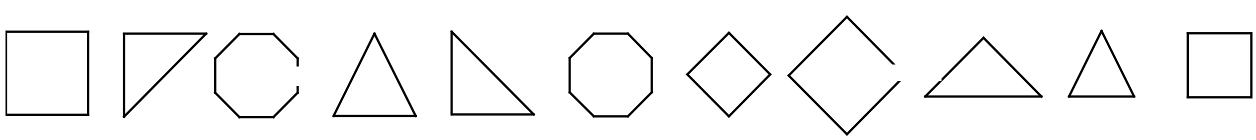
On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

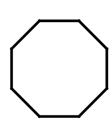
- Demandez aux élèves de dessiner et d'annoter les points A, B et C suivants sur le plan de coordonnées.

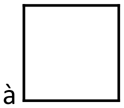
  (2, –1)
  (2, 4)
  (–4, –1)
  Ajoute A, B et C.
  Quelle est la distance du point A au point B?
  Quelle est la distance du point A au point C?



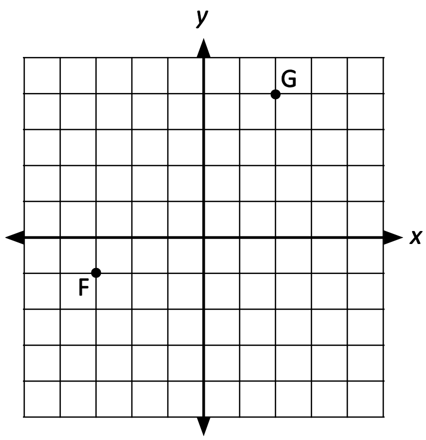
- Fournissez des diagrammes de figures à 2D, dont certaines sont congruentes, comme :



  Demandez aux élèves :
  - de cocher les figures congruentes à
  - de marquer d'une croix les figures congruentes à 

- de noircir les figures congruentes à 
- d’expliquer les stratégies qu’ils ont utilisées pour déterminer si les figures étaient congruentes.

▪ Demandez aux élèves d’examiner les points F et G ci-dessous. Fais une réflexion de G par rapport à l’axe des ordonnées pour obtenir G’. Quelles sont les coordonnées de G’? Fais une réflexion de F par rapport à l’axe des abscisses pour obtenir F’. Quelles sont les coordonnées de F’?



Tâches d’évaluation pour la classe / des groupes / individuelles

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l’évaluation au service de l’apprentissage (formative) soit pour l’évaluation de l’apprentissage (sommative).

▪ Crée une figure avec ton ou tes choix de transformation(s). Explique que ta figure est le résultat de la combinaison des transformations que tu as choisies. Échange tes résultats avec un partenaire. *(Cet exercice peut se faire par deux ou individuellement. Vous pouvez le donner en devoir à la maison ou l’utiliser pour évaluer le résultat d’apprentissage.)*
▪ Le quadrilatère ABCD a les coordonnées A(1, 2), B(1, 6), C(4, 7) et D(3, 1). Fais une réflexion du quadrilatère par rapport à l’axe $x = 6$ puis une translation du quadrilatère A’B’C’D’ de 2 unités vers la gauche et de 3 unités vers le haut. Quelles sont les coordonnée du quadrilatère A’’B’’C’’D’’?
▪ La figure A’’B’’C’’D’’ a les coordonnées A’’ 10, 9), B’’(9, 6), C’’(7, 4) et D’’(6, 5). La figure ABCD a les coordonnées A(12, 11), B(13, 14), C(15, 16) et D(14, 15). Décris une transformation susceptible d’avoir produit la figure A’’B’’C’’D’’ à partir de la figure ABCD. [S*olutions possibles : réflexion de la figure ABCD par rapport à l’axe* y *= 10 puis réflexion par rapport à l’axe* x *= 11 OU BIEN rotation de 180 degrés de la figure ABCD, dans le sens des aiguilles d’une montre ou dans le sens inverse des aiguilles d’une montre, autour du point (10, 11).]*
▪ Construis Δ RST sur un plan de coordonnées avec les coordonnées R(–4, 4), S(–6, 2) et T(–3, 2). Trace et découpe une copie de RST et annote-la R’S’T’. Faits une translation de R’S’T’ de quatre unités vers la gauche.
  - Quelles sont les nouvelles coordonnées du triangle?
  - Comparez-les aux sommets de la figure de départ.
  - Trouve l’aire de l’image et l’aire de la figure de départ. Qu’est-ce que tu remarques?

Planification de l’enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Proposer des activités pratiques comme les suivantes :
  - Encourager les élèves à utiliser des articles à manipuler (papier calque, papier millimétré, etc.) pour explorer la signification de la congruence des polygones.
  - Utiliser des pièces de pentomino ou de tangram pour mieux visualiser les transformations.
  - Demander aux élèves d'utiliser des crayons de couleurs différentes pour faire les transformations.
  - Demander aux élèves d'utiliser une caméra de transmission de documents ou un transparent avec papier millimétré pour présenter leurs résultats lors d'une discussion en classe.
  - Demander aux élèves d'utiliser un outil d'organisation graphique comme le modèle de Frayer pour réfléchir à ce qu'ils ont appris sur la congruence des polygones.
  - Demander aux élèves d'échanger leurs idées et de justifier leurs pensées en expliquant pourquoi ils ont utilisé telle ou telle stratégie pour faire une transformation.

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

- Dites aux élèves de montrer ce qu'ils ont compris sur les transformations en faisant les tâches suivantes :
  - Dessiner une figure de ton choix dans le quadrant I du plan cartésien.
  - Montre une série de transformations :
    - > Il faut que la démonstration comprenne les trois types de transformations (translation, réflexion et rotation).
    - > Il faut que chaque dessin contienne une combinaison d'au moins deux transformations différentes.
    - > Il faut que, dans tous les dessins, les sommets soient correctement annotés et les coordonnées de chaque sommet soient fournies.
    - > Il faut que les dessins soient accompagnés d'une explication par écrit justifiant le résultat final de la combinaison de transformations.
  - Pour les translations :
  - Dites aux élèves de dessiner un quadrilatère dans le premier quadrant d'un plan cartésien. Notez sur le dessin les coordonnées des sommets ABCD. Suggérez aux élèves d'utiliser des valeurs de *y* inférieures à 7.
  - Demandez aux élèves de faire une translation (glissement) de la figure de 7 unités vers la droite et de 2 unités vers le haut. Ils annotent les sommets et trouvent les coordonnées pour la position de la figure A'B'C'D'.
  - Dites aux élèves de communiquer leurs résultats.
  - Pour les réflexions :
  - Dites aux élèves de faire une réflexion du quadrilatère A'B'C'D' (du dessus) par rapport à l'axe $y = 8$. Ils annotent l'image A"B"C"D" et trouvent les coordonnées des sommets.
  - Pour les réflexions et rotations :

- Sur un plan cartésien, dites aux élèves de dessiner un autre quadrilatère avec les coordonnées des sommets suivantes : A(2, 1), B(2, 3), C(4, 4) et D(4, 0). Ils font une réflexion de la figure ABCD par rapport à l'axe $y = 6$ et annotent les sommets A'B'C'D'.
- Dites aux élèves de faire une rotation de la figure A'B'C'D' de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre autour de l'origine. Ils annotent les sommets A''B''C''D'' et trouvent leurs coordonnées.
- Dites aux élèves de communiquer leurs résultats.
- Combinaison de transformations :
- Dites aux élèves de se mettre par deux.
- Dites aux élèves de commencer avec un nouveau polygone (de leur choix) et d'effectuer une combinaison de transformations (au moins deux). Par exemple, une translation de 2 vers la droite et de 6 vers le haut et une rotation autour du centre (6, 8).
- Autres suggestions de combinaisons de transformations :
  - translation de 2 unités vers la droite et rotation dans le sens des aiguilles d'une montre autour du point (6, 6).
  - réflexion par rapport à l'axe $x = 3$ et rotation de 180°.
  - réflexion par rapport à l'axe $y = 6$, translation de 1 vers la droite et de 1 vers le bas et rotation dans le sens des aiguilles d'une montre de 90°.
  - S'ils utilisent une réflexion, les élèves peuvent essayer de faire en sorte qu'un côté de leur image touche un côté de la figure de départ.
  - S'ils utilisent une rotation, les élèves peuvent essayer de faire en sorte qu'un sommet de l'image touche un sommet de la figure de départ.
  - Dites aux élèves de communiquer leurs résultats aux autres membres de la classe.
  - Dites aux élèves d'explorer la relation entre une rotation de 180° et des réflexions par rapport à deux axes perpendiculaires.

- L'exploration des translations, des réflexions et des glissements peut aussi se faire à l'aide de programmes de géométrie dynamique comme GeoGebra (International GeoGebra Institute, 2015) et The Geometer's Sketchpad (Key Curriculum Press, 2015).

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- compas
- logiciels de géométrie
- papier quadrillé
- Mira
- papier calque
- rapporteurs

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ centre de rotation	▪ centre de rotation
▪ congruent	▪ congruent
▪ correspondant	▪ correspondant
▪ double prime	▪ double prime
▪ figure de départ	▪ figure de départ
▪ image	▪ image
▪ préservation de la congruence	
▪ prime	▪ prime
▪ réflexion	▪ réflexion
▪ rotation	▪ rotation
▪ translation	▪ translation
▪ triple prime	▪ triple prime

Ressources/Notes

Imprimé

Chenelière Mathématiques (Baron *et al.* 2008; n° NSSBB : 2001642)

- Module 8 – La géométrie
  - Section 8.4 A – Les transformations sur un plan de coordonnées (document d'appoint pour la Nouvelle-Écosse seulement; se trouve sur *Mathematics Learning Commons, Grades 7–9*)
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001643)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n° NSSBB : 2001643)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Planning Guide: Grade 8 Congruence of Polygons, Shape and Space (Transformations), Specific Outcome 6 (Learn Alberta, 2008) (se trouve à l'adresse www.learnalberta.ca/content/mepg8/html/pg8_congruenceofpolygons/pdf/pg8_congruenceofpolygons.pdf)

The Alberta K–9 Mathematics Program of Studies with Achievement Indicators (Alberta Education, 2007).

About Teaching Mathematics: A K–8 Resource, 2e éd. (Burns 2000), p. 344–349.

Van de Walle, John A. et LouAnn H. Lovin, *Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8,* vol. 3, Boston, MA, Pearson Education, Inc, 2006, p. 179–198, 212, 214–219.

Internet

- « Archimedes' Puzzle », *Illuminations: Ressources for Teachers* (National Council of Teachers of Mathematics, 2008) : http://illuminations.nctm.org/Lesson.aspx?id=2523
- *Illuminations: Resources for Teaching Math* (National Council of Teachers of Mathematics, 2015) : http://illuminations.nctm.org/
- GeoGebra (International GeoGebra Institute, 2015) : www.geogebra.org/cms/en
- The Geometer's Sketchpad (Key Curriculum, 2013; n° NSSBB : 50474, 50475, 51453)
-

La statistique et la probabilité (SP)

RAG : On s’attend à ce que les élèves rassemblent, présentent et analysent des données pour résoudre des problèmes.

RAG : On s’attend à ce que les élèves utilisent des probabilités expérimentales ou théoriques pour représenter et résoudre des problèmes faisant intervenir des incertitudes.

Stratégies d'évaluation

L'évaluation au service de l'apprentissage est quelque chose peut et devrait se faire au quotidien dans le cadre de l'enseignement. L'évaluation de l'apprentissage est également quelque chose qui devrait se produire fréquemment. Il convient d'utiliser tout un éventail d'approches et de contextes pour évaluer l'ensemble des élèves : collectivement en tant que classe, en groupes et individuellement.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles sont les méthodes et activités les plus appropriées pour évaluer l'apprentissage des élèves?
- Que devrai-je faire pour assurer la concordance entre mes stratégies d'évaluation et mes stratégies d'enseignement?

Suivi de l'évaluation

Il convient de définir l'enseignement en fonction des données rassemblées sur l'apprentissage à partir de la participation et des travaux des élèves.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Quelles conclusions peut-on tirer des informations issues de l'évaluation?
- Quelle a été l'efficacité des approches pédagogiques?
- Quelles sont les prochaines étapes dans l'enseignement pour la classe et pour les élèves individuellement?
- Donnez des exemples d'observations qu'on peut faire en temps voulu à l'intention des élèves.

Planification de l'enseignement

Pour avoir un bon programme de mathématiques, il est nécessaire de planifier l'enseignement afin qu'il se déroule de façon cohérente.

Planification à long terme

- Plan annuel disponible sur *Mathematics Learning Commons: Grades 7–9* à l'adresse : http://nsvs.ednet.ns.ca/nsps/nsps26/course/view.php?id=3875.

QUESTIONS POUR GUIDER LA RÉFLEXION

- Est-ce que la leçon concorde avec mon plan pour l'année ou le module?
- Comment incorporer les processus indiqués pour ce résultat d'apprentissage dans l'enseignement?
- Quelles activités et expériences d'apprentissage devrais-je proposer pour favoriser la réalisation des résultats d'apprentissage et permettre aux élèves de montrer ce qu'ils ont appris?
- Quelles stratégies et ressources didactiques devrais-je utiliser?
- Comment devrais-je m'y prendre pour répondre aux besoins des élèves dans toute leur diversité?

RAS SP01 On s'attend à ce que les élèves fassent la critique de façons de représenter des données. [C, R, T, V]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

SP01.01 Comparer les informations provenant d'un ensemble donné de diagrammes construits à partir des mêmes données, avec des diagrammes circulaires, des diagrammes linéaires, des diagrammes à bandes, des diagrammes à double bande et des pictogrammes, afin de déterminer les avantages et les désavantages de chaque diagramme.

SP01.02 Indiquer les avantages et les désavantages de différents diagrammes, notamment des diagrammes circulaires, des diagrammes linéaires, des diagrammes à bandes, des diagrammes à double bande, des pictogrammes, pour représenter un ensemble donné de données.

SP01.03 Justifier le choix d'une représentation graphique pour une situation donnée et l'ensemble de données qui lui correspond.

SP01.04 Expliquer en quoi le format d'un diagramme donné (taille des intervalles, largeur des bandes, représentation visuelle, etc.), peut entrainer l'interprétation erronée des données représentées.

SP01.05 Expliquer en quoi le choix d'un format donné peut mener à une fausse représentation des données

SP01.06 Mettre en évidence les conclusions qui ne sont pas compatibles avec un ensemble de données ou un diagramme donné et expliquer pourquoi ces interprétations sont fautives.

Portée et séquence

Mathématiques 7e année	**Mathématiques 8e année**	**Mathématiques 9e année**
SP03 On s'attend à ce que les élèves construisent, annotent et interprètent des diagrammes circulaires pour résoudre des problèmes.	**SP01** On s'attend à ce que les élèves fassent la critique de façons de représenter des données.	**SP03** On s'attend à ce que les élèves élaborent et mettent en œuvre un plan de projet pour rassembler, représenter graphiquement et analyser des données : ▪ formuler une question à explorer; ▪ choisir une méthode de rassemblement de données qui tient compte de considérations sociales; ▪ choisir une population ou un échantillon; ▪ rassembler les données; ▪ représenter graphiquement les données rassemblées sous une forme appropriée; ▪ tirer des conclusions pour répondre à la question.

Contexte

Les élèves examineront et créeront divers types de graphiques utilisés en gestion des données **: diagrammes circulaires, diagrammes à bandes, pictogrammes, diagrammes à ligne brisée** et **diagrammes à bandes doubles**. Ils prendront des décisions éclairées sur le type de graphique qui représente le mieux l'ensemble de données et apprendront également à justifier ce choix. Dans de nombreux cas, tel type de graphique est préférable à tel autre lorsqu'on représente un ensemble de données, parce qu'il fournit une image riche en informations qui peut avoir un impact sur l'interprétation que les gens feront des données. Les élèves feront la distinction entre les graphiques qui sont exacts et ceux qui sont trompeurs. Ils apprendront également à reconnaitre les conclusions erronées que les graphiques trompeurs tentent de représenter. L'évaluation des arguments d'autres personnes aidera les élèves à mieux comprendre les statistiques. C'est tout particulièrement important parce que la publicité, les prévisions et les politiques publiques sont souvent fondées sur des analyses de données. Les médias sont pleins de représentations de données justifiant des affirmations statistiques. Ces exemples tirés du monde réel peuvent servir à stimuler la discussion.

En guise d'introduction sur ce résultat d'apprentissage, faites un sondage auprès des élèves sur leur couleur préférée, leur sport préféré, leur émission de télévision préférée, etc. Divisez la classe en groupes et attribuez à chaque groupe un graphique différente représentant les données représentées sur de grandes feuilles de papier graphique. On peut aussi profiter de cette occasion pour réviser la façon de construire chaque type de graphique. On peut faire cela sous la forme d'une démonstration. Dans ce résultat d'apprentissage, on ne se concentre pas sur la capacité de construire un graphique.

Dites à chaque groupe de présenter son graphique et de parler de ce qu'il a trouvé facile dans la création du graphique et des difficultés qu'il a rencontrées.

Questions possibles pour la discussion en classe :

- Quels sont les graphiques qui représentent les données sous une forme facile à interpréter? Pourquoi? (Les élèves devraient découvrir qu'il peut y avoir plus d'un graphique, selon les données.)
- Quels sont les graphiques qui ne sont pas si faciles à interpréter? Pourquoi pas?
- Quel graphique pourrais-tu utiliser pour trouver le nombre d'élèves qui aiment le bleu / le hockey / etc.? Pourquoi?
- Quel graphique pourrais-tu utiliser pour trouver le nombre total d'élèves sondés?
- En quoi les graphiques sont-ils semblables?
- En quoi les graphiques sont-ils différents?
- Quel est le graphique qui représente le mieux les données rassemblées?

Les discussions devraient déboucher sur les conclusions suivantes :

- Le caractère convenable de chaque graphique dépendra du type d'informations qu'on a rassemblé ou dont on dispose.
- Le choix du graphique dépendra de ce que vous voulez que le graphique montre.

Il est important de demander aux élèves d'évaluer diverses situations afin de déterminer pourquoi tel type de graphique particulier convient le mieux à tel type spécifique de données ou à tel contexte donné et de discuter des raisons. Il faudrait que les élèves soient capables d'en discuter en faisant appel à l'opposition entre **données discrètes** ou **données continues**. Par exemple, si on a un diagramme à bandes et un diagramme à ligne brisée, les élèves devraient déterminer lequel convient le mieux pour représenter la quantité d'eau s'écoulant dans un contenant et justifier leur choix.

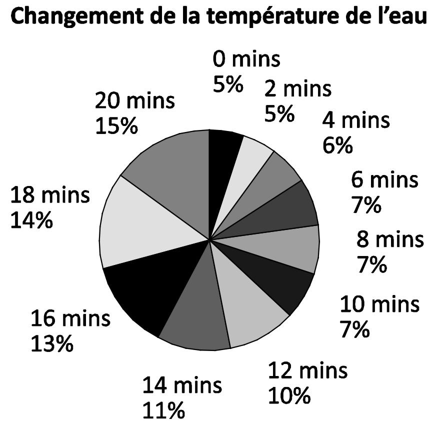
Il faudrait aussi que les élèves soient au courant des caractéristiques qui font un bon graphique : montre les faits avec exactitude; complète ou illustre les argument présentés dans le texte; porte un titre et des annotations; montre les données sans les présenter de façon trompeuse; montre clairement toute tendance ou différence dans les données. Les élèves devraient également être capables de mettre en évidence les conclusions qui ne sont pas conformes aux données et de fournir une justification.

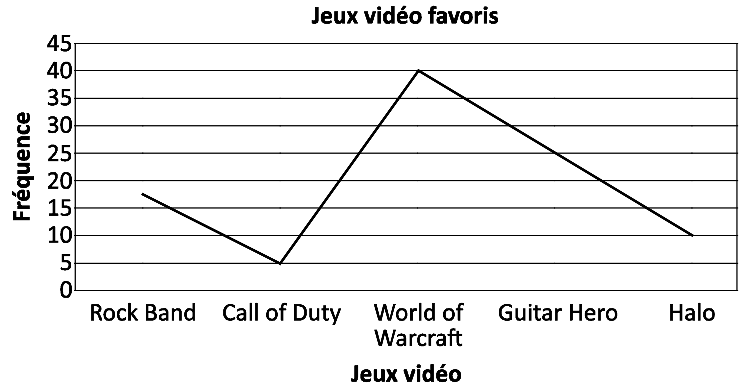
Note : Vous trouverez ci-dessous des exemples d'avantages et d'inconvénients pour chaque type de graphique. Il ne s'agit pas d'une liste exhaustive et vous pouvez ajouter des éléments.

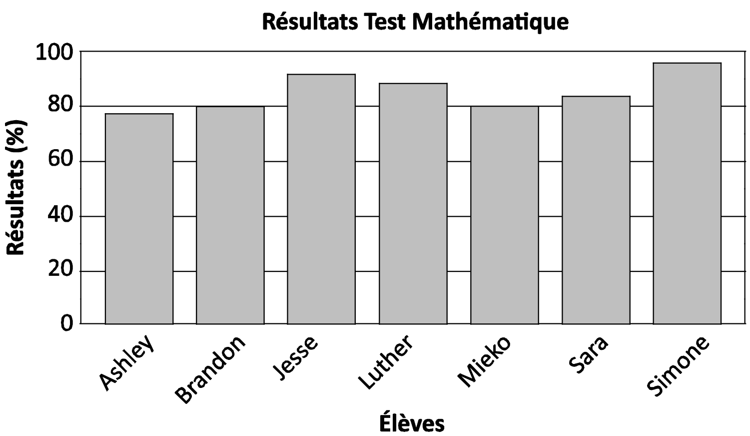
Type de graphique	**Avantages**	**Inconvénients**
Cercle (données discrètes)	Compare de parties des données au tout - les données sont présentées en pourcentage (montre la proportion) - la taille de chaque secteur est facile à comparer à celle des autres pour tirer des conclusions	Ne montre pas le montant ou le nombre réel pour chaque catégorie - plus difficile à dessiner à la main (temps et exactitude) - les données doivent présenter des propriétés évidentes dans la relation partie-tout - s'il y a trop de catégories, le graphique est trop chargé
Ligne (données continues / non discrètes)	Montre un changement au fil du temps - les tendances sont faciles à voir - peut être utilisé pour faire des estimations de valeurs entre les points et au-delà (interpolation/extrapolation) - facile à dessiner à la main	Limité aux données rassemblées au fil du temps (données continues) - peut être difficile à lire avec exactitude selon l'échelle utilisée - les comparaisons entre catégories ne sont pas mises en évidence aussi rapidement
Bandes (données discrètes)	Montre des nombres d'éléments dans des catégories spécifiques - données faciles à comparer, en particulier quand l'ensemble de données est gros - facile à dessiner à la main	Peut être difficile à lire avec exactitude selon l'échelle utilisée - les tendances peuvent être mises en évidence, mais par pour faire des interpolations/extrapolations
Bandes doubles (données discrètes)	Contient deux ensembles de données montrant des nombres d'éléments dans des catégories - utile pour comparer un ensemble de données à un autre - facile à dessiner à la main et à interpréter	Peut être difficile à lire avec exactitude selon l'échelle utilisée - les tendances peuvent être mises en évidence, mais par pour faire des interpolations/extrapolations
Pictogramme (données discrètes)	Les symboles sont visuellement attrayants - utilise pour les petites valeurs - le symbole montre rapidement le sujet du graphique - comparaisons faciles entre situations semblables	Il faut pouvoir diviser les symboles en plus petites parties - le choix du symbole et l'exactitude dans le dessin peuvent poser des difficultés

Lors des années précédentes, les élèves ont construit et interprété des pictogrammes, des diagrammes à bandes, des diagrammes à ligne brisée et des diagrammes circulaires. En mathématiques de 8^{e} année, on se concentre sur l'interprétation ou la justification de l'utilisation de tel ou tel type de diagramme et sur sa validité dans le contexte et on *note* la capacité de construire le diagramme.

Fournissez des exemples de divers diagrammes utilisés de façon correcte ou incorrecte pour représenter des données. Ceci vous conduira à des discussions en classe sur les choix pour la représentation graphique. Voici quelques exemples ci-dessous.







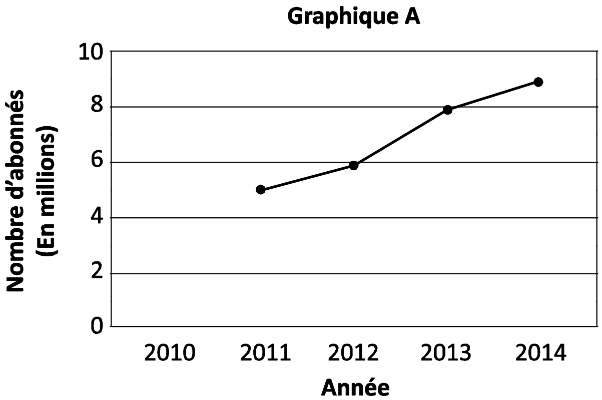
Questions pour la discussion :

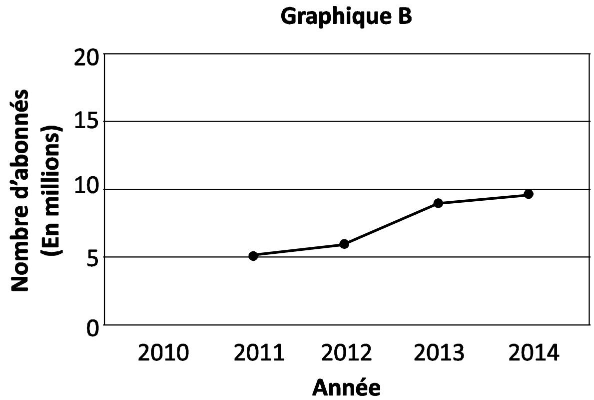
- Quelles conclusions pouvez-vous tirer de chaque diagramme?
- Quelles tendances remarquez-vous dans chaque diagramme?
- Que pensez-vous de l'utilisation de chaque type de diagramme pour les données qu'il représente?
- Si vous trouvez qu'un diagramme ne convient pas, quel diagramme auriez-vous utilisé pour représenter les données? Pourquoi?

Même si le diagramme est dessiné correctement, les changements d'échelle ou d'étendue pour les données pourront affecter l'interprétation qui est faite des données.

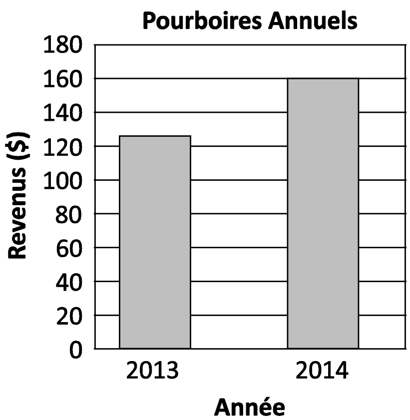
Exemple :

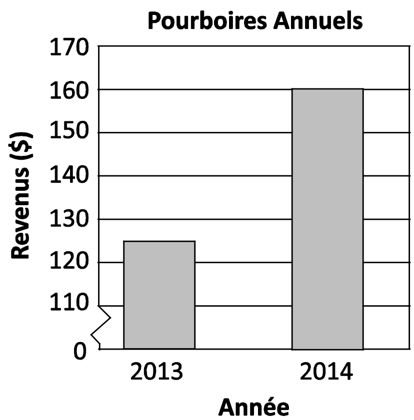
- Dans le diagramme A, l'augmentation du nombre d'abonnés semble être plus élevée que dans le diagramme B. Cependant, les deux diagrammes montrent la même augmentation, dans laquelle le nombre d'abonnés atteint quasiment le double.





- Dans le deuxième des diagrammes ci-dessous, le changement d'échelle risque de susciter une erreur d'interprétation en faisant penser que les pourboires ont nettement plus augmenté entre 2013 et 204. Cette discussion peut conduire à des conversations sur la façon de représenter graphiquement les données selon l'auditoire visé.



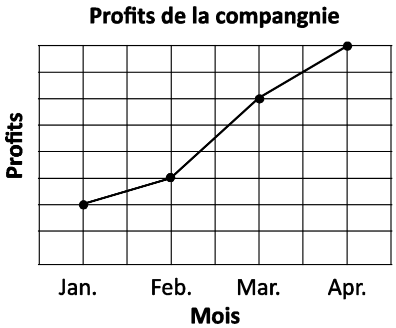


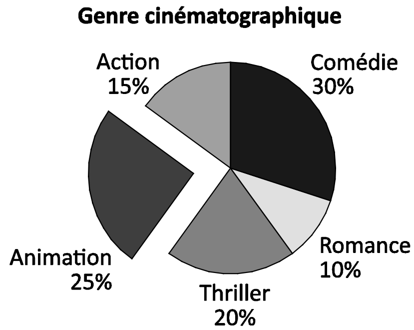
Parfois, l'auteur d'un diagramme cherche délibérément à déformer la représentation des données en utilisant une construction incorrecte. Il le fait généralement pour mettre l'accent ou attirer l'attention du lecteur sur une interprétation particulière.

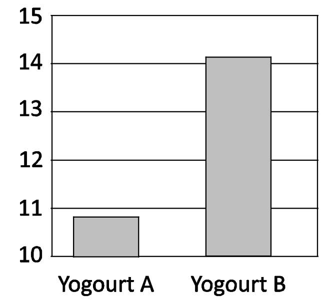
Voici des exemples conduisant à des erreurs d'interprétation :

- échelle qui ne commence pas à zéro
- utilisation de bandes de largeurs différentes
- absence d'échelle
- utilisation de symboles plus gros pour une catégorie particulière dans un pictogramme
- absence de légende pour les symboles du pictogramme
- sections d'un diagramme circulaire mises en avant pour mettre l'accent sur telle ou telle donnée

Voici des exemples :







Évaluation, enseignement et apprentissage

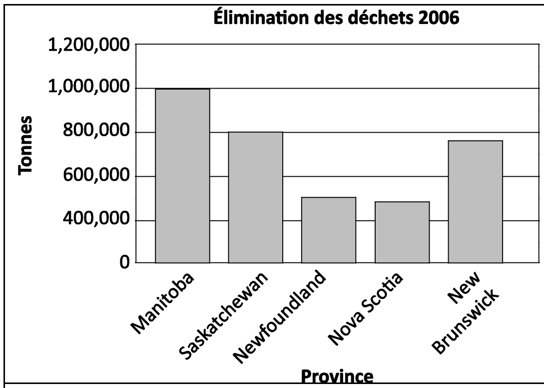
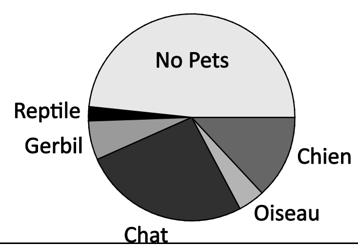
Stratégies d'évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

- Dites aux élèves de lire les scénarios suivants et d'indiquer si les énoncés sont vrais ou faux.
  - Dites aux élèves de remplir la colonne « Début » au début de votre travail sur les données.
  - Dites aux élèves de remplir la colonne « Fin » à la fin de votre travail sur les données, en guise d'évaluation récapitulative.
  - Si les élèves choisissent « faux », demandez-leur d'expliquer pourquoi dans l'espace prévu.

Scénario	**Vrai ou faux**	**Vrai ou faux**	**Explication**
	Début	**Fin**	
Tous les élèves de la classe ont indiqué leur moteur de recherche préféré. Il faudrait représenter les données sous la forme d'un diagramme à ligne brisée.			
Les diagrammes circulaires doivent être entièrement remplis, sans secteur vide.			
25 p. 100 d'un cercle font 60 degrés.			
Les intervalles dans le diagramme à bandes sont bien espacés.			

			
Dans le diagramme circulaire suivant représentant 100 personnes, environ 25 ont un chat. **Sondage Animal Domestique** 			

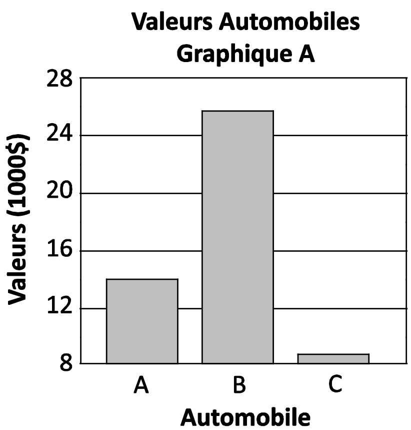
- Dites aux élèves de créer un pictogramme, un diagramme à bandes, un diagramme à ligne brisée et un diagramme circulaire pour chaque ensemble de données présenté ci-dessous. (Rassemblez et conservez ces données pour vous en servir ultérieurement. Dites aux élèves que leur travail d'exploration leur permettra de déterminer les forces et les limites des différents types de diagrammes, de mettre en évidence les avantages et les inconvénients des diagrammes et de justifier leur choix de représentation graphique pour une situation donnée.)

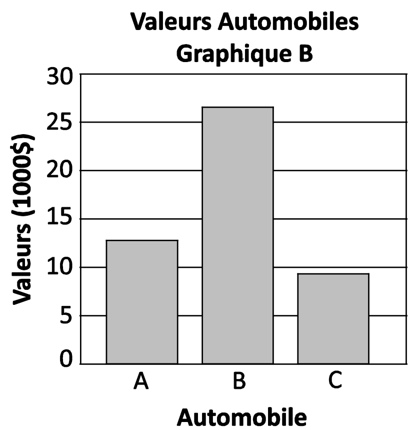
  - Voici les masses moyennes de plusieurs animaux d'Amérique du Nord une fois qu'ils ont l'âge adulte :
    - loup arctique : 80 kg
    - ours noir : 135 kg
    - lynx roux : 9 kg
    - grizzly : 450 kg
    - cerf mullet : 90 kg
  - Dans une journée typique, Pierre passe son temps aux activités suivantes :
    - à regarder la télé et utiliser l'ordinateur : 10 %
    - à l'école : 25 %
    - à faire des devoirs : 5 %
    - à dormir : 33,3 %
    - avec ses amis : 10 %
    - à lire : 5 %
    - à manger : 5 %
    - autres : 6,6 %

Tâches d'évaluation pour la classe / des groupes / individuelles

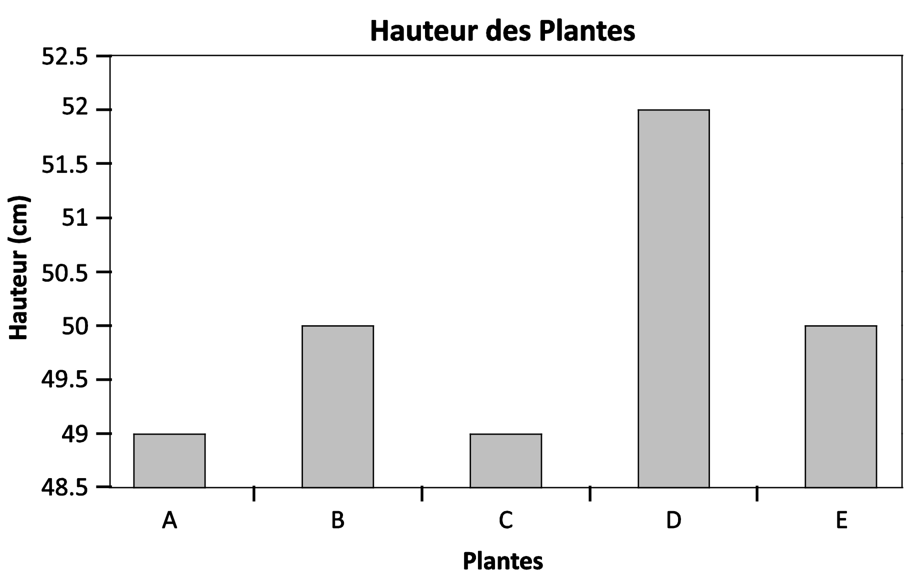
Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l'évaluation au service de l'apprentissage (formative) soit pour l'évaluation de l'apprentissage (sommative).

- Quel type de diagramme utiliserais-tu pour représenter les données ci-dessous? Explique ton choix.
  - le cout de l'assurance pour la voiture sur les 20 dernières années
  - les prix de différents marques de chaussures de sport
  - les activités préférées des élèves d'un niveau scolaire par rapport à celles des élèves d'un autre niveau scolaire
  - les pourcentages pour les saveurs de crème glacée préférées des élèves de 8^{e} année
- Pour la série suivant de diagrammes :
  - En quoi les données de chaque diagramme sont-elles présentées de façon trompeuse?
  - Pourquoi le créateur de chaque diagramme a-t-il choisi de présenter les informations de cette façon?
  - Expliquer en quoi l'interprétation du diagramme A serait différente de celle du diagramme B.





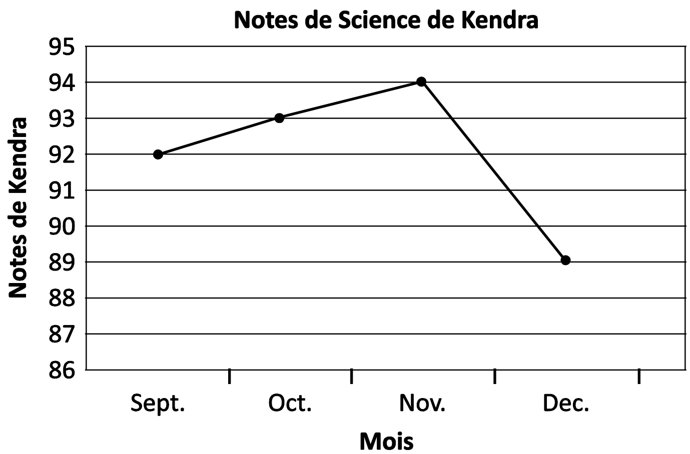
- Dites aux élèves que le diagramme suivant montre que la plante test D a poussé bien plus haut que les autres plantes. En quoi cette information est-elle trompeuse?



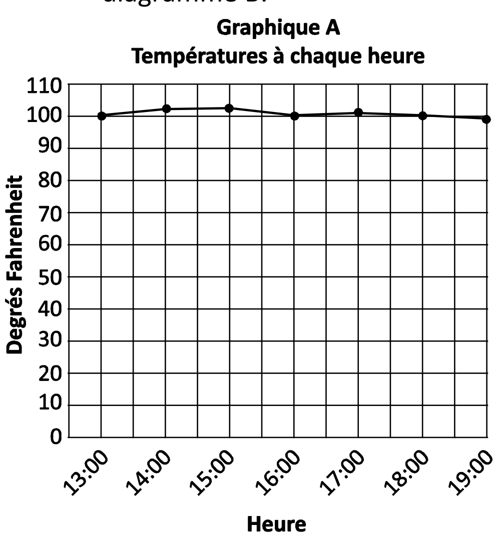
- Examine des diagrammes en provenance de diverses sources.
  - Cite quelques-uns des avantages de l'utilisation du type de diagramme choisi.

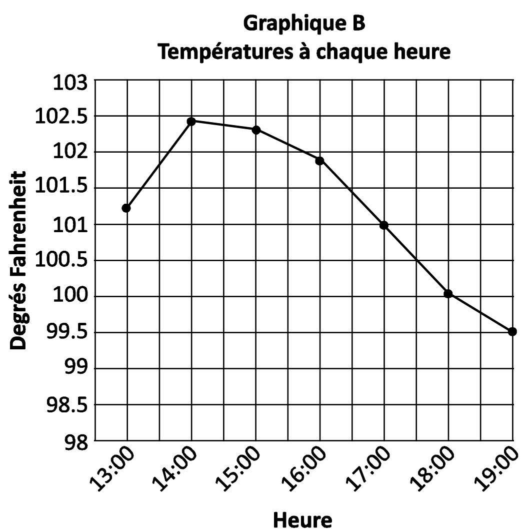
- Cite quelques-uns des inconvénients de l'utilisation du type de diagramme choisi.
- Quels autres types de diagrammes aurait-on pu utiliser?

- Quel type de diagramme utiliserais-tu pour représenter les données ci-dessous? Explique ton choix.
  - température mensuelle moyenne au Nouveau-Brunswick et en Nouvelle-Écosse pour la dernière année
  - prix de différentes marques de chaussures de sport
  - pourcentage d'élèves de 8e année participant à diverses activités après l'école
  - type préféré de téléphone portable pour les adolescents
- Ce diagramme montre que Kendra a reçu une note bien plus faible en sciences en décembre. Penses-tu que Kendra devrait s'inquiéter de ce qui semble être une telle baisse de ses notes? Explique ton raisonnement.



- Explique ce que tu sais sur les différents types de diagrammes et l'utilisation qu'on peut en faire.
- Prépare un tableau montrant les avantages et les inconvénients des diagrammes circulaires, des diagrammes à bandes, des diagrammes à ligne brisée, des diagrammes à bandes doubles et des pictogrammes.
- Pour la série de diagrammes suivante :
  - En quoi les données sont-elles présentées de façon trompeuse dans chaque diagramme?
  - Pourquoi le créateur de chaque diagramme aurait-il choisi de présenter les informations de cette façon?
  - Explique en quoi l'interprétation du diagramme A serait différente de l'interprétation du diagramme B.





Planification de l’enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

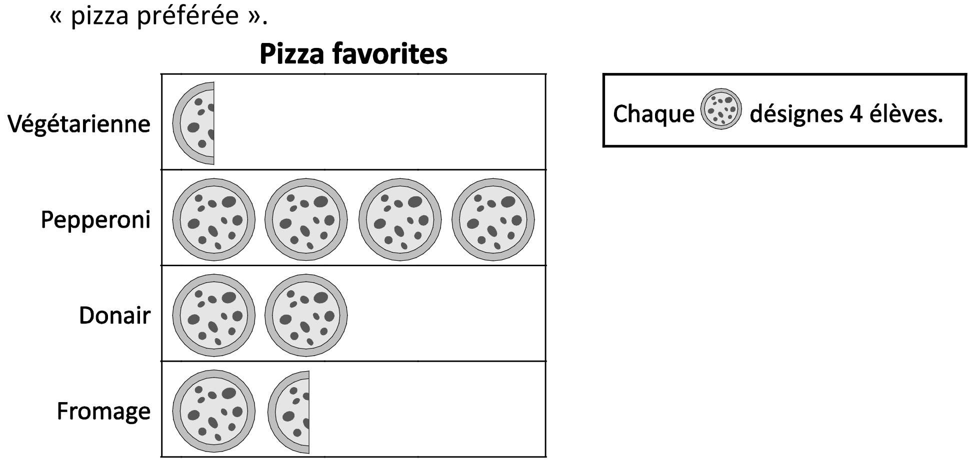
Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

- Fournir un diagramme sans titre et sans annotation et demander aux élèves de proposer différents ensembles de données pour lesquels le diagramme est une représentation réaliste.

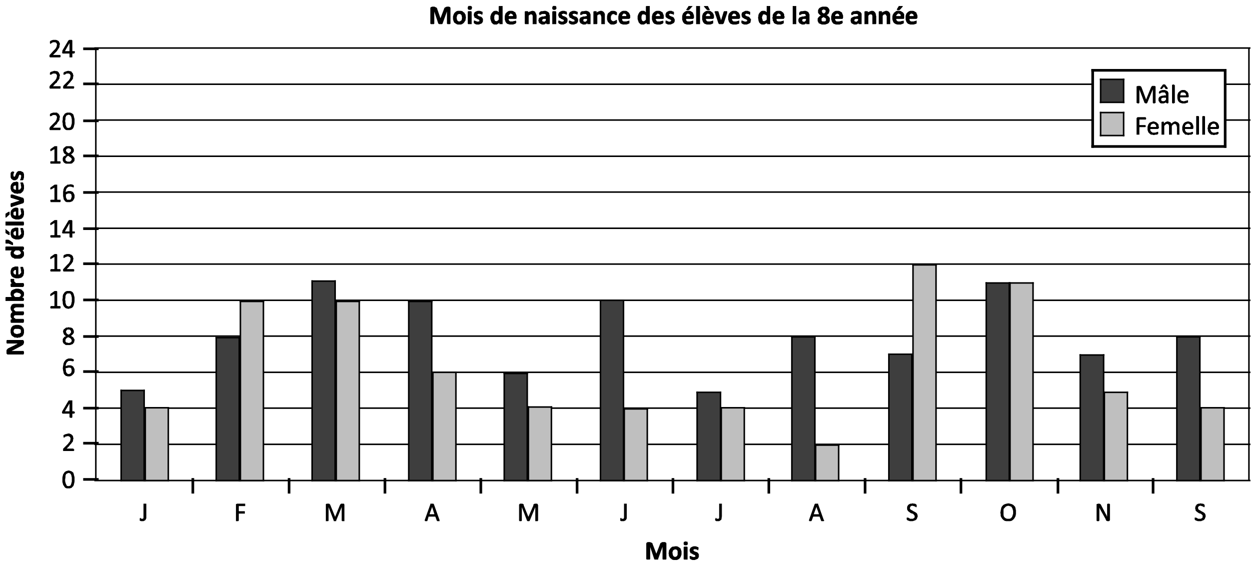
- Demander à la classe de rassembler un ensemble de données. Dire à chaque groupe de présenter les données à l’aide d’un type de diagramme différent. Discuter des avantages et des inconvénients de chaque présentation de l’ensemble de données.
- Créer un tableau montrant les avantages et les inconvénients des diagrammes circulaires, des diagrammes à ligne brisée, des diagrammes à bandes, des diagrammes à bandes doubles et des pictogrammes.
- Discuter de la question de savoir si un diagramme donné présente les données de façon trompeuse. Quelle est l’objectif et quel est l’auditoire visé? Est-ce que le diagramme est efficace par rapport à son objectif et à l’auditoire visé?

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L’APPRENTISSAGE

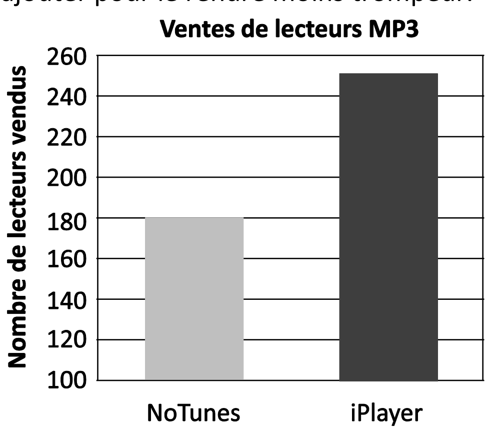
- Dites aux élèves d’apporter des diagrammes tirés du journal, d’Internet ou d’autres sources qui présentent des données de façon trompeuse. Discutez des raisons pour lesquelles ils pensent que le graphique présente les données de façon trompeuse. Quel est l’auditoire visé? Est-ce que le diagramme réalise bien son objectif?
- Utilisez les données présentées dans le pictogramme pour dire aux élèves de créer un diagramme de type différent qui serait, selon eux, une autre façon convenable de présenter les données sur la « pizza préférée ».



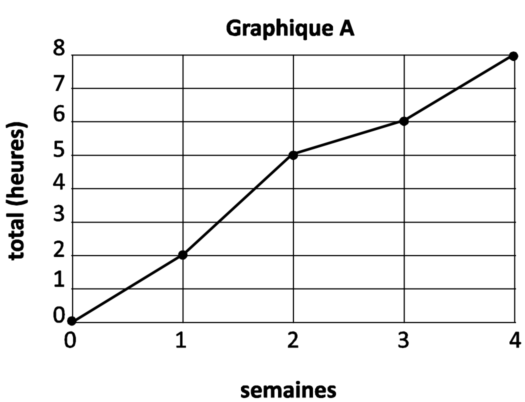
- Examine le diagramme à bandes doubles fourni pour résumer les informations présentées et indique quelques-uns des avantages et des inconvénients de la présentation de données à l’aide de ce type particulier de diagramme.

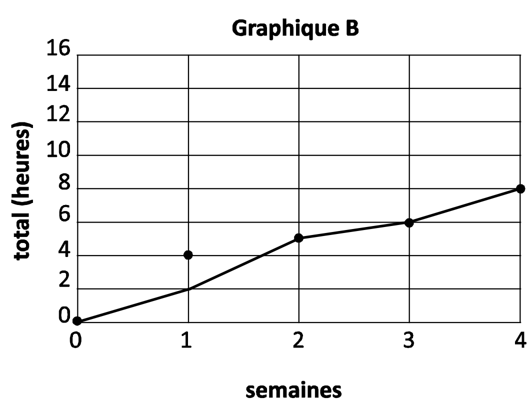


- Pourquoi l'énoncé suivant est-il faux? « Les ventes du lecteur iPlayer représentent environ le double des ventes du lecteur NoTunes. » Discute de ce qu'on pourrait changer dans le diagramme ou y ajouter pour le rendre moins trompeur.



- Les deux diagrammes ci-dessous montrent les heures consacrées au ski par Simone pendant le mois de février. Quel est le meilleur diagramme à utiliser pour convaincre ses parents qu'elle fait tellement plus de ski qu'il lui faut un passe pour la saison?





- Faites un sondage auprès de votre classe sur le temps consacré aux devoirs. Dites aux élèves de dessiner deux diagrammes du même type, chacun avec un auditoire spécifique en tête.
  - Quelle est la différence entre les deux diagrammes?

- Quelle interprétation peut-on faire de chaque diagramme?
- Quel est l'auditoire visé par chaque diagramme? En quoi cela affecte-t-il la façon de présenter les données?

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- tableurs (p. ex. : Microsoft Excel)
- diagrammes en provenance de diverses sources
- ordinateur, tablette
- sites Web servant de sources de données (p. ex. : Statistique Canada à www.statcan.gc.ca)
- sites Web avec outils interactifs (p. ex. : Shodor à www.shodor.org/interactive)

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ axe horizontal	▪ axe horizontal
▪ axe vertical	▪ axe vertical
▪ continu	▪ continu
▪ déformer	▪ déformer
▪ diagramme à bandes	▪ diagramme à bandes
▪ diagramme à bandes doubles	▪ diagramme à bandes doubles
▪ diagramme à ligne brisée	▪ diagramme à ligne brisée
▪ diagramme à ligne double	▪ diagramme à ligne double
▪ diagramme circulaire	▪ diagramme circulaire
▪ discret	▪ discret
▪ échelle	▪ échelle
▪ intervalle	▪ intervalle
▪ pictogramme	▪ pictogramme
▪ tendance	▪ tendance

Ressources

Imprimé

Chenelière Mathématiques (Baron *et al.* 2008; n° NSSBB : 2001642)

- Module 7 – L'analyse de données et la probabilité
  - Section 7.1 – Choisir un diagramme approprié
  - Technologie : Enregistrer des données et les représenter graphiquement à l'aide d'un tableur
  - Section 7.2 – Des diagrammes trompeurs
  - Technologie : Explorer la mise en forme des diagrammes à l'ordinateur
  - Problème du module : Faire la publicité de céréales
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001643)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
- tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n° NSSBB : 2001643)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006), p. 324.
Math Matters: Understanding the Math You Teach, 2e édition (Chapin et Johnson, 2006), p. 94–300.

Digital

- *Statistique Canada* (Gouvernement du Canada, 2015) : www.statcan.gc.ca
- *Shodor* (Shodor, 2015): www.shodor.org/interactive

RAS SP02 On s'attend à ce que les élèves résolvent des problèmes faisant intervenir la probabilité d'évènements indépendants. [C, L, RP, T]			
[C] Communication	**[RP]** Résolution de problèmes	**[L]** Liens	**[CM]** Calcul mental et estimations
[T] Technologie	**[V]** Visualisation	**[R]** Raisonnement	

Indicateurs de rendement

Utilisez l'ensemble d'indicateurs suivants pour déterminer si les élèves sont parvenus au résultat d'apprentissage correspondant.

SP02.01 Déterminer la probabilité de deux évènements indépendants donnés et vérifier cette probabilité à l'aide d'une stratégie différente.

SP02.02 Énoncer et appliquer une règle générale pour déterminer la probabilité d'évènements indépendants.

SP02.03 Résoudre un problème donné qui comprend la détermination de la probabilité d'évènements indépendants.

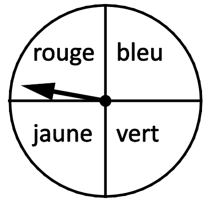
Portée et séquence

Mathématiques 7e année	**Mathématiques 8e année**	**Mathématiques 9e année**
SP06 On s'attend à ce que les élèves effectuent une expérience de probabilité afin de comparer la probabilité théorique (déterminée à l'aide d'un diagramme en arbre, d'un tableau ou d'un autre outil d'organisation graphique) et la probabilité expérimentale de deux évènements indépendants.	**SP02** On s'attend à ce que les élèves résolvent des problèmes faisant intervenir la probabilité d'évènements indépendants.	**SP04** On s'attend à ce que les élèves montrent qu'ils comprennent le rôle des probabilités dans la société.

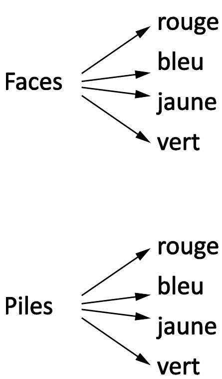
Contexte

On a introduit le concept de probabilité en mathématiques de 5e année. Il faudrait que les élèves comprennent la différence entre **probabilité expérimentale** et **probabilité théorique**, qu'on a introduite en mathématiques de 6e année. Grâce à leur travail en mathématiques de 7e année, les élèves devraient être familiers avec la construction de tableaux (limités à deux évènements) et de diagrammes en arbre (deux évènements ou plus) pour déterminer l'espace d'échantillon pour l'ensemble des résultats possibles d'un évènement. Les élèves devraient aussi savoir exprimer les probabilités sous forme de fractions, de nombres décimaux et de pourcentages. Il est nécessaire de savoir faire la conversion entre fractions, nombres décimaux et pourcentages, parce que les élèves devront présenter des probabilités sous ses trois formes.

En mathématiques de 8e année, les questions de probabilité se limitent aux **évènements indépendants**. On considère que deux évènements sont indépendants si le résultat de l'un n'affecte pas et de ne dépend pas du résultat de l'autre. Tirer « pile » avec une pièce de monnaie et obtenir un 5 avec un cube numérique sont deux évènements indépendants. (L'un n'a aucun impact sur l'autre.) Même si on se concentre sur les évènements indépendants, il reste important pour les élèves de bien comprendre la différence entre évènements dépendants et évènements indépendants. Tirer un cœur d'un jeu de cartes, ne pas replacer la carte dans le jeu et tirer un autre cœur du même jeu, c'est un exemple d'évènements dépendants : le résultat du deuxième tirage est affecté par le résultat du premier.



Si vous lancez une pièce de monnaie et faites tourner une roue, quelle est la probabilité que vous obteniez « pile » avec la pièce et « rouge » avec la roue? (Si vous avez un tableau Smart Board ou Mimio, vous pouvez utiliser les applications correspondantes dans la galerie.) Demandez aux élèves d'expliquer les stratégies qu'ils utiliseraient pour organiser les résultats possibles pour ces deux évènements indépendants. Voici des suggestions possibles : diagramme en arbre, tableau, points sur une droite ou autre outil d'organisation graphique. Voici un diagramme en arbre :



	Rouge	Bleu	Jaune	Vert
Face	RF	BF	JF	VF
Pile	RP	BP	JP	VP

P(Heads and Red) = $\frac{1}{8}$ (because there are 8 possible outcomes and one of them is H,R)

Il faudrait donner aux élèves toutes sortes d'occasions d'explorer des situations qui les aideront à généraliser et à trouver la règle pour déterminer la probabilité de deux évènements indépendants. Ils devraient alors être en mesure d'appliquer la règle pour trouver le nombre total de résultats possibles (l'espace d'échantillon).

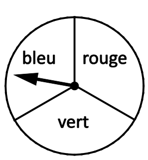
P(Event 1 and Event 2) = P(Event 1) $\times$ P(Event 2)

P(Event 1 and Event 2 and Event 3) = P(Event 1) $\times$ P(Event 2) $\times$ P(Event 3)

La probabilité qu'un évènement se produise est représentée par P(E) et se calcule à l'aide de $\frac{Nombre\ de\ résultats\ favorables}{Nombre\ total\ de\ résultats}$.

Voici un exemple d'exploration possible.

- Utilise un dé et une roue à trois sections pour déterminer la probabilité d'obtenir un nombre inférieur à 6 et la couleur bleue.



- Dites aux élèves de déterminer la probabilité d'obtenir un nombre inférieur à 6.

$P(<6)=\frac{5}{6}$

- Dites aux élèves de déterminer la probabilité d'obtenir la couleur bleue.

$P(blue) = \frac{1}{3}$

- Dites aux élèves de construire un espace d'échantillon à l'aide d'un outil d'organisation graphique (diagramme en arbre ou tableau).

	Rouge	Bleu	Vert
1	R1	B1	V1
2	R2	B2	V2
3	R3	B3	V3
4	R4	B4	V4
5	R5	B5	V5
6	R6	B6	V6

  - À partir de l'espace d'échantillon, dites aux élèves de déterminer la probabilité d'obtenir un nombre inférieur à 6 et la couleur bleue.

    $P(< 6 \textit{ and blue}) = \frac{5}{18}$
  - Examinez les probabilités P(<6), P(bleu) et P(<6 et bleu). Encouragez les élèves à faire le lien entre ces trois fractions. Ils devraient être capables de conclure que

    $P(< 6\ et\ bleu) = P(< 6) \times P(bleu)$.
  - Demandez aux élèves d'utiliser le même dé et la même roue pour vérifier la règle, en trouvant des probabilités comme
    - P(nombre premier et rouge)
    - P(3 et vert)
    - P(nombre impair et rouge)

Les élèves devraient maintenant être capables d'utiliser un outil d'organisation graphique ou une règle pour trouver la probabilité d'évènements indépendants et d'appliquer cette technique à des situations où il faut résoudre un problème.

Voici un exemple de problème.

- Pour leur uniforme scolaire, les élèves peuvent choisir de porter un pantalon gris ou noir et une chemise grise ou blanche. Quelle est la probabilité qu'un élève porte un pantalon gris avec une chemise blanche?

$$P(gris\ ou\ blanche) = P(gris) \times P(blanche)$$
$$P(gris\ ou\ blanche) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$
$$P(gris\ ou\ blanche) = \frac{1}{4}$$

Évaluation, enseignement et apprentissage

Stratégies d’évaluation

ÉVALUATION DES CONNAISSANCES PRÉALABLES

On peut se servir de tâches comme les suivantes pour déterminer les connaissances préalables des élèves.

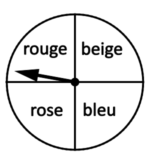
- Emma et sa mère jouent à un jeu avec un cube numérique et c’est au tour d’Emma de lancer le cube. Si elle obtient un 5, elle gagnera la partie. Emma sait que ses chances d’obtenir un 5 sont assez faibles, qu’elle a en réalité une chance sur six. Indique si Emma a raison et explique ta réponse avec des mots et un diagramme.
- Indique si les évènements suivants (A et B) sont dépendants ou indépendants et explique ton raisonnement :

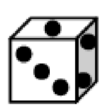
A. Le premier fils de Mme Brown était un garçon. B. Le deuxième fils de Mme Brown sera un garçon.	A. Allison a reçu un A sur son dernier test de mathématique. B. Allison va recevoir un A sur son prochain test de mathématique.
A. Il a neigé hier soir. B. Jon sera en retard pour l’école ce matin.	A. Mattieu a obtenu face lors de son dernier lancé. B. Mattieu va obtenir face lors de son prochain lancé.
A. Levy a nagé 2 heures chaque jour pour les derniers dix mois. B. Les temps de natation de Levy se sont améliorés.	

TÂCHES D’ÉVALUATION POUR LA CLASSE / DES GROUPES / INDIVIDUELLES

Envisagez les **exemples de tâches suivants** (que vous pouvez adapter) soit pour l’évaluation au service de l’apprentissage (formative) soit pour l’évaluation de l’apprentissage (sommative).

- Compare la probabilité théorique et la probabilité expérimentale d’obtenir « rouge » avec la roue ci-dessous et d’obtenir un nombre premier avec un cube numérique.





- Dites aux élèves que la probabilité de deux évènements indépendants est $\frac{5}{12}$.

  Sachant que l’un des évènements est tirer « pile » avec une pièce de monnaie, quel pourrait être l’autre évènement?

- Résous les problèmes suivants :
  - Lors d’un sondage dans la ville, on découvre que 50 % des élèves du secondaire ont un emploi à temps partiel. Le même sondage indique que 60 % des élèves du secondaire comptent aller à l’université. Si on choisit un élève au hasard, quelle sera la probabilité qu’il ait un emploi à temps partiel et compte aller à l’université?

- Un grand panier de fruits contient 3 oranges, 2 pommes et 5 bananes. Si on choisit un fruit au hasard, quelle sera la probabilité qu'on obtienne une orange ou une banane? Exprime ta réponse sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal et d'un pourcentage.
- À la cafétéria, tu as les choix suivants : lait, eau ou jus; sandwich au jambon ou à la dinde; tarte aux pommes, aux cerises ou à la citrouille. Quelle est la probabilité qu'un élève prenne un sandwich à la dinde avec du lait et une tarte aux cerises?
- La cafétéria propose des hamburgers au poulet, de la pizza ou des roulés aux légumes, ainsi que des barbotines, de l'eau ou du lait. Quelle est la probabilité que ton ami choisisse ce qui suit :
  - P(pizza et lait)?
  - P(hamburger et eau)?
  - P(roulé aux légumes et pas de lait)?
- Au jeu du Monopoly, il faut faire un double avec les dés pour pouvoir sortir de prison. Quelle est la probabilité de faire un double à ton prochain tour?
- Toi et ton ami avez tous deux un sac de casse-croutes aux fruits. Chaque sac contient 3 casse-croutes aux raisins, 4 casse-croutes aux fraises, 3 casse-croutes à l'orange et 2 casse-croutes au citron. Quelle est la probabilité que tu choisisses un casse-croute à l'orange et que ton ami choisisse un casse-croute aux raisins?

Planification de l'enseignement

CHOISIR DES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Envisagez les stratégies suivantes lors de la préparation de vos leçons.

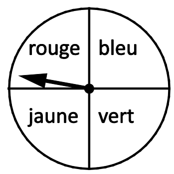
- Explorer les probabilités expérimentales et théoriques à l'aide de diverses situations et d'un matériel varié.
- Passer en revue les approches pour déterminer un espace d'échantillon (diagrammes en arbre et tableaux) et prolonger cela pour établir le fait que l'on peut déterminer l'espace d'échantillon simplement en multipliant les résultats.
  - Par exemple : Un menu propose une offre spéciale pour le repas de midi, avec un choix entre hotdog et hamburger et un choix entre pomme, orange et banane comme dessert. Combien de combinaisons différentes peut-on commander?
    (2 x 3 = 6)
- Ne pas présenter explicitement la règle pour déterminer la probabilité de deux ou plusieurs évènements indépendants aux élèves. Utiliser plutôt des diagrammes en arbre ou des tableaux pour donner aux élèves l'occasion de découvrir la règle eux-mêmes. Il est également important de se rendre compte que l'idée de multiplier les probabilités individuelles peut être prolongée pour inclure plus de deux évènements.
- Utiliser la SMARTBoard Gallery (SMART Technologies), Mimio Tools (Mimio) ou des sites Web comme la National Library of Virtual Manipulatives (http://nlvm.usu.edu/en/nav/vlibrary.html) pour accéder à des articles à manipuler numériques qu'on peut utiliser pour des simulations (tirer à pile ou face, faire tourner une roue, lancer des cubes numériques, tirer des cartes dans un jeu de cartes, produire des nombres aléatoires, etc.).

TÂCHES SUGGÉRÉES POUR L'APPRENTISSAGE

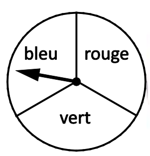
- Mets-toi avec un partenaire. Chaque groupe dispose de deux cubes numériques. Le joueur A gagne un point si la somme des deux cubes est paire et le joueur B gagne un point si elle est impaire. Le premier joueur à 10 gagne. À la fin de la partie, utilise un outil d'organisation graphique comme un diagramme en arbre ou un tableau pour trouver les résultats des évènements indépendants.

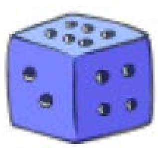
- Est-ce que ce jeu est juste? Sinon, que pourrais-tu faire pour rendre le jeu juste?
- Quelle est la probabilité d'obtenir une somme de 2, 8, 11, etc.?
- Refais la tâche en utilisant le produit des deux pour obtenir des points.

- Invente un nouveau jeu qui est juste en utilisant la probabilité d'évènements indépendants.
- Prouve que la règle $P(\text{Event 1 and Event 2}) = P(\text{Event 1}) \times P(\text{Event 2})$ fonctionne dans les situations suivantes :



- P(pile et jaune)
- P(face et vert ou bleu)
- P(pile et non rouge)





- P(bleu et 6 et pile)

- Invite chaque élève de la classe à lancer une pièce de monnaie cinq fois pour simuler le sexe des enfants de familles à trois enfants. « Pile » indique une fille et « face » indique un garçon. Combine les résultats de la classe pour tous les tirages.
  - Quelle est la probabilité expérimentale d'obtenir 3 filles?
  - Quelle est la probabilité théorique d'obtenir 3 filles?
  - Compare la probabilité expérimentale et la probabilité théorique. Pourquoi les deux valeurs sont-elles différentes?
- Dites aux élèves de Keith a écrit un nombre différent entre un et 10 sur 10 petits morceaux de papier et les a mis dans un sac. Il a tiré un nombre du sac. En même temps, il a lancé une pièce de monnaie. Utilise trois méthodes différentes pour montrer à un autre élève comment déterminer le nombre total de résultats possibles.

SUGGESTIONS DE MODÈLES ET D'ARTICLES À MANIPULER

- pièces de monnaie
- cartes numériques
- cubes numériques
- jeux de cartes
- dés polyédriques
- roues

LANGAGE MATHÉMATIQUE

Enseignant	Élève
▪ certain ▪ évènements indépendants ▪ impossible ▪ moins probable ▪ plus probable ▪ probabilité ▪ probabilité expérimentale ▪ probabilité théorique ▪ probable ▪ probable ▪ résultat ▪ simulation	▪ certain ▪ évènements indépendants ▪ impossible ▪ moins probable ▪ plus probable ▪ probabilité ▪ probabilité expérimentale ▪ probabilité théorique ▪ probable ▪ probable ▪ résultat ▪ simulation

Ressources/Notes

Imprimé

Chenelière Mathématiques (Baron *et al.* 2008; n° NSSBB : 2001642)

- Module 7 – L'analyse de données et la probabilité
  - Section 7.3 – La probabilité d'évènements indépendants
  - Jeu : Vide les rectangles
  - Section 7.4 – Des problèmes liés à la probabilité d'évènements indépendants
  - Technologie : Explorer la probabilité à l'aide de la technologie
  - Problème du module : Faire la publicité de céréales
- *ProGuide* (disque compact; fichiers Word) (n° NSSBB : 2001643)
  - fiches d'évaluation
  - exercices supplémentaires
  - tests du module
- *ProGuide* (DVD) (n° NSSBB : 2001643)
  - pages du manuel de l'élève pour projection
  - matériel reproductible modifiable

Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8, vol. 3 (Van de Walle et Lovin, 2006), p. 341–342.

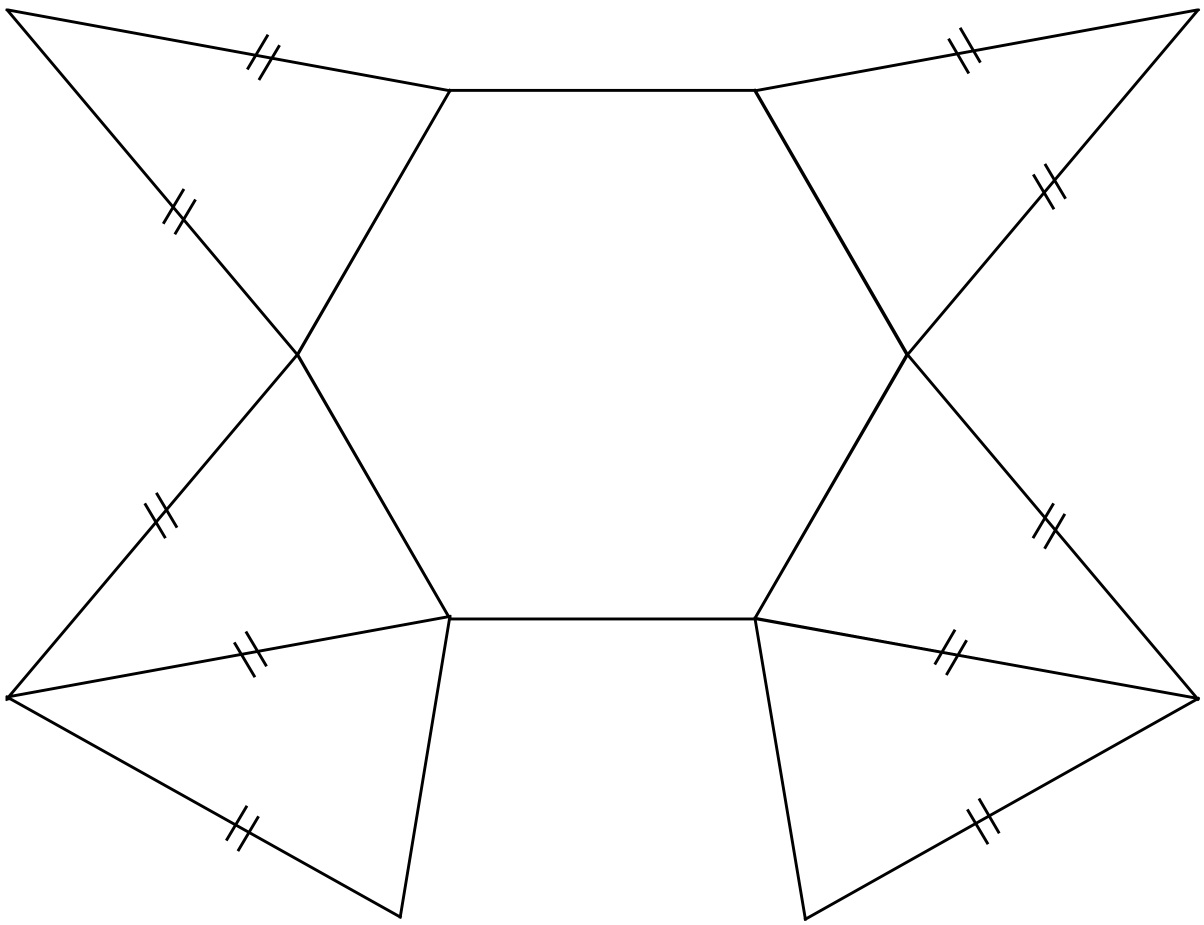
Internet

- « Virtual Dice », *BGFL* (Birmingham City Council, 2015) : www.bgfl.org/bgfl/custom/resources_ftp/client_ftp/ks1/maths/dice/index.htm
- « Virtual Spinner [Unnamed] », *Math Playground* (MathPlayground.com, 2015) : www.mathplayground.com/probability.html
- « Adjustable Spinner », *Illuminations: Resources for Teaching Math* (National Council of Teachers of Mathematics, 2015) : http://illuminations.nctm.org/adjustablespinner

- « Spinner [Unnamed] », *National Library of Virtual Manipulatives* (Utah State University, 2015) : http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_186_g_1_t_1.html?open=activities
- *SMARTBoard Gallery* (SMART Technologies, 2015) : http://smarttech.com
- *Mimio Tools* (Mimio, 2015): http://mimio.com
- *National Library of Virtual Manipulatives* (Utah State University, 2015) : http://nlvm.usu.edu/en/nav/vlibrary.html

Annexes

Annexe A – Développement



Bibliographie

ABCYA.COM LLC. « Virtual Manipulatives: Fractions, Decimals, Percents », *abcya.com,* 2015. Sur Internet : http://media.abcya.com/games/fraction_tiles/flash/fraction_tiles.swf

ALBERTA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. « Math Interactives: Rate/Ratio/Proportion », *LearnAlberta.ca,* 2003. Sur Internet : www.learnalberta.ca/content/mejhm/index.html?ID1=AB.MATH.JR.NUMB&ID2=AB.MATH.JR.NUMB.RATE&lesson=html/video_interactives/rateRatioProportions/rateRatioProportionsInteractive.html

——. *The Alberta K–9 Mathematics Program of Studies with Achievement Indicators*, Edmonton (Alb.), Alberta Education, 2007.

AMERICAN ASSOCIATION FOR THE ADVANCEMENT OF SCIENCE. *Benchmark for Science Literacy*, New York, NY, Oxford University Press, 1993.

ANNENBERG FOUNDATION. « Interactives: Geometry 3D Shapes », *Annenberg Learner,* 2014. Sur Internet : www.learner.org/interactives/geometry/platonic.html

ARMSTRONG, T. *Seven Kinds of Smart: Identifying and Developing Your Many Intelligences*, New York, NY, Plume, 1999.

BARON, Lorraine, Trevor BROWN, Garry DAVIS, Sharon JEROSKI, Susan LUDWIG, Elizabeth MILNE, Kanwal NEEL, John PUSIC, Robert SIDLEY et David Sufrin. *Chenelière Mathématiques 8*, Montréal (Qc), Chenelière Éducation, 2008. (n° NSSBB : 2001642)

——. *Chenelière Mathématiques 8 ProGuide* [avec disque compact et DVD], Montréal (Qc), Chenelière Éducation, 2008. (n° NSSBB : 2001643)

BIRMINGHAM CITY COUNCIL. « Virtual Dice », *BGFL,* 2015. Sur Internet : www.bgfl.org/bgfl/custom/resources_ftp/client_ftp/ks1/maths/dice/index.htm

BLACK, Paul et Dylan WILIAM. « Inside the Black Box: Raising Standards Through Classroom Assessment », *Phi Delta Kappan* 80, n° 2 (octobre 1998), p. 139–144, p. 146–148.

COLOMBIE-BRITANNIQUE. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *The Primary Program: A Framework for Teaching*, Victoria (C.-B.), Province de la Colombie-Britannique, 2000.

BURNS, Marilyn. *About Teaching Mathematics: A K–8 Resource*, 2e éd., Sausalito, CA, Math Solutions Publications, 2000.

CAINE, Renate Numella et Geoffrey CAINE. *Making Connections: Teaching and the Human Brain*, Reston, VA, Association for Supervision and Curriculum Development, 1991.

CHAPIN, Suzanne H. et Art JOHNSON. *Math Matters: Understanding the Math You Teach*, 2e éd., Sausalito, CA, Math Solutions, 2006.

DAVIES, Ann. *Making Classroom Assessment Work*, Courtenay (C.-B.), Classroom Liens International, Inc, 2000.

ERICKSON, Sheldon. *Proportional Reasoning*, Fresno, CA, AIMS Education Foundation, 2000. (n° NSSBB : 23187)

FRANKENSTEIN, Marilyn. « Equity in Mathematics Education: Class in the World outside the Class », *New Directions for Equity in Mathematics Education*, Cambridge, MA, Cambridge University Press, 1995.

GEOGEBRA. *GeoGebra*, International GeoGebra Institute, 2015. Sur Internet : http://www.geogebra.org/cms/en?ggbLang=fr

CANADA. GOUVERNEMENT DU CANADA. *Statistique Canada,* 2015. Sur Internet : www.statcan.gc.ca

GURL, Theresa, Alice ARTZT, Alan SULTAN et Frances CURCIO. *Implementing the Common Core Statement Standards through Mathematical Problem Solving: Grades 6–8*, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 2013.

GUTSTEIN, Eric. 2003. « Teaching and Learning Mathematics for Social Justice in an Urban, Latino School », *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 34, nº 1, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics.

Herzig, Abbe. 2005. « Connecting Research to Teaching: Goals for Achieving Diversity in Mathematics Classrooms », *Mathematics Teacher*, vol. 99, nº 4, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, *2013*.

HOPE, Jack A., Larry LEUTZINGER, Barbara REYS et Robert REYS. *Mental Math in the Primary Grades*, Palo Alto, CA, Dale Seymour Publications, 1988.

HUME, Karen. *Tuned Out: Engaging the 21st Century Learner*, Don Mills (Ont.), Pearson Education Canada, 2011.

JOHNSTON-WILDER, Sue et John MASON. *Developing Thinking in Geometry*, Londres (R.-U.), Sage Publications Ltd, 2005.

KEY CURRICULUM PRESS. *The Geometer's Sketchpad* (logiciel), Columbus, OH, McGraw-Hill Education, 2015. (nº NSSBB : 50474, 50475, 51453)

LADSON-BILLINGS, Gloria. « It Doesn't Add Up: African American Students' Mathematics Achievement », *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 28, nº 6, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 1997.

LEARN ALBERTA. *Planning Guide: Grade 8 Congruence of Polygons, Shape and Space (Transformations), Specific Outcome 6,* Edmonton (Alb.(), Ministère de l'Éducation de l'Alberta, 2008.

MATH PLAYGROUND LLC. « Thinking Blocks: Model Your Math Problems », *Math Playground* [applis iPad], 2014. Sur Internet : http://thinkingblocks.com/index.html.

MATHPLAYGROUND.COM. « Thinking Blocks: Model and Solve Word Problems, Ratio and Proportion Practice », *Math Playground*. Sur Internet : www.mathplayground.com/tb_ratios/thinking_blocks_ratios.html

——. « Virtual Spinner [Unnamed] », *Math Playground,* 2015. Sur Internet : www.mathplayground.com/probability.html

MCGRAW-HILL EDUCATION. « Interactive Hundredths Grid [unnamed] », *McGraw-Hill Education,* 2015. Sur Internet : www.glencoe.com/sites/common_assets/mathematics/ebook_assets/vmf/VMF-Interface.html

——. « Two-Colour Counters [unnamed] », *McGraw-Hill Education,* 2015. Sur Internet : www.glencoe.com/sites/common_assets/mathematics/ebook_assets/vmf/VMF-Interface.html

MIMIO. MimioStudio (logiciel), Cambridge MA, Mimio, 2015.

MUSSER, Gary L., Blake E. PETERSON et William F. BURGER. *Mathematics for Elementary Teachers: A Contemporary Approach*, 7e éd., Milton, Queensland, Australie, 2006.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

——. « Computation, Calculators et Common Sense: A Position of the National Council of Teachers of Mathematics » (énoncé de position, mai 2005), Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 2005.

——. *Illuminations: Resources for Teaching Math,* 2015. Sur Internet : http://illuminations.nctm.org/

——. « Isometric Drawing Tool », *Illuminations: Resources for Teaching Math,* 2015. Sur Internet : http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4182

——. « Adjustable Spinner », *Illuminations: Resources for Teaching Math,* 2015. Sur Internet : http://illuminations.nctm.org/adjustablespinner

——. « Equivalent Fractions », *Illuminations: Resources for Teaching Math,* 2015. Sur Internet : http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3510

——. « Proof without Words: Pythagorean Theorem », *Illuminations: Resources for Teaching Math,* 2015. Sur Internet : http://illuminations.nctm.org/Activities.aspx?grade=3

NOUVEAU-BRUNSWICK. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Mathematics Grade 8 Curriculum*, Fredericton (N.-B.), Province du Nouveau-Brunswick, 2009.

NOUVELLE-ÉCOSSE. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Time to Learn Strategy, Guidelines for Instructional Time: Grades Primary—6*, Halifax (N.-É.), Province de la Nouvelle-Écosse, 2002. Sur Internet : www.ednet.ns.ca/files/ps-policies/instructional_time_guidelines_p-6.pdf

——. *Time to Learn Strategy: Instructional Time and Semestering*, Halifax (N.-É.), Province de la Nouvelle-Écosse, 2002. Sur Internet : www.ednet.ns.ca/files/ps-policies/semestering.pdf

——. *L'éducation des élèves doués et le développement des talents*, Halifax (N.-É.), Province de la Nouvelle-Écosse, 2010. Sur Internet : http://studentservices.ednet.ns.ca/sites/default/files/education des elves doues at developpement des talents.pdf

NOUVELLE-ÉCOSSE. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION ET DU DÉVELOPPEMENT DE LA PETITE ENFANCE. « Isometric Dot Paper (1 cm) », *Learning Ressources and Technologie,* 2015. Sur Internet : http://lrt.ednet.ns.ca/PD/BLM/pdf_files/dot_paper/iso_dot_1cm.pdf

——. « Square Dot Paper (1 cm) », *Learning Ressources and Technology,* 2015. Sur Internet : http://lrt.ednet.ns.ca/PD/BLM/pdf_files/dot_paper/iso_dot_1cm.pdf

OCDE. CENTRE POUR LA RECHERCHE ET L'INNOVATION DANS L'ENSEIGNEMENT. *L'évaluation formative : pour un meilleur apprentissage dans les classes secondaires*, Paris (France), Éditions Organisation de coopération et de développement économiques (OCDE), 2006.

PROTOCOLE DE L'OUEST ET DU NORD CANADIENS (PONC). *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques M–9*, Edmonton (Alb.), Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens (PONC) pour la collaboration dans l'éducation, 2006.

RUBENSTEIN, Rheta N. « Mental Mathematics beyond the Middle School: Why? What? How?", *Mathematics Teacher*, septembre 2001, vol. 94, n° 6, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 2001.

SHAW, J. M. et M. F. P. CLIATT. « Developing Measurement Sense », dans P. R. Trafton (dir.), *New Directions for Elementary School Mathematics*, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

SHODOR. *Shodor,* 2015. Sur Internet : www.shodor.org/interactive

SMALL, Marian. *Making Math Meaningful to Canadian Students, K–8,* Toronto (Ont.), Nelson Education Ltd, 2008.

——. *Making Math Meaningful to Canadian Students, K–8*, 2e éd., Toronto (Ont.), Nelson Education Ltd, 2013.

SMART TECHNOLOGIES. *SMART Board*, 2015. Sur Internet : http://smarttech.com

STEEN, L. A. (dir.). *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy*, Washington, DC, National Research Council, 1990.

TATE, William F. « Returning to the Root: A Culturally Relevant Approach to Mathematics Pedagogy », *Theory into Practice*, vol. 34, nº 3, Florence, KY, Taylor & Francis, 1995.

TERRE-NEUVE-ET-LABRADOR. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Mathematics: Grade 8*, *Interim Edition*, St. John's (T.-N.-L.), Gouvernement de Terre-Neuve-et-Labrador, 2009.

UTAH STATE UNIVERSITY. « Spinner [Unnamed] », *National Library of Virtual Manipulatives,* 2015. Sur Internet : http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_186_g_1_t_1.html?open=activities

——. *National Library of Virtual Manipulatives*, 2015. Sur Internet : http://nlvm.usu.edu

VAN DE WALLE, John A. et LouAnn H. LOVIN. *Teaching Student-Centered Mathematics, Grades K–3,* vol. 1, Boston, MA, Pearson Education, Inc, 2006a.

——. *Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 3–5,* vol. 2, Boston, MA, Pearson Education, Inc, 2006b.

——. *Teaching Student-Centered Mathematics, Grades 5–8,* vol. 3, Boston, MA, Pearson Education, Inc, 2006c.

YouTube. « BCLN - Math 08 - Drawing 3D Objects », *YouTube,* 2009. Sur Internet : www.youtube.com/watch?feature=player_embedded&v=nwGLLxJqt-Y

——. « Pythagorean Theorem Water Demo », *YouTube*. Sur Internet : www.youtube.com/watch?v=CAkMUdeB06o